

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و
ارسال رایگان

Medabook.com



مدابوک



یک جله تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰



۱ ۴ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۱ تا ۱۲)

دانش فیزیک و مدل‌سازی پدیده‌ها در آن

خلاصه نکات

شناخت دانش فیزیک

فیزیک از بنیادی‌ترین دانش‌ها و شالوده تمام مهندسی‌ها و فناوری‌هاست که به طور مستقیم یا غیر مستقیم در زندگی روزمره ما نقش دارد. در رابطه با دانش فیزیک، به موارد زیر توجه کنید:

نکات مهم و کاربردی

- ۱ از آنجایی که فیزیک علمی تجربی است، لازم است درستی قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی توسط آزمایش بررسی شوند.
 - ۲ نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نبوده و دچار تغییر می‌شوند.
 - ۳ ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، از نقاط قوت دانش فیزیک محسوب می‌شود.
 - ۴ تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌ها، بیشترین نقش را در پیشبرد و تکامل علم فیزیک ایفا کرده است.
 - ۵ مفهوم قانون و اصل در فیزیک:
- قانون:** گزاره کلی و در عین حال مختصر است که برای دامنه وسیعی از پدیده‌های گوناگون طبیعت معتبر می‌باشد (مانند قوانین نیوتون).
- اصل:** برای توصیف دامنه محدودتری از پدیده‌های فیزیکی که عمومیت کم‌تری دارند، از اصل استفاده می‌کنیم (مانند اصل پاسکال).

مدل‌سازی در فیزیک

پدیده‌های فیزیکی که در اطراف ما رخ می‌دهند، پیچیدگی‌های بسیاری را به همراه دارند. از این‌رو برای تحلیل آن‌ها، باید بتوانیم کمی آن‌ها را ساده‌تر کنیم. **مدل‌سازی در فیزیک**، فرایندی است که در طی آن یک پدیده فیزیکی، آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم گردد. البته در عین حال نباید به اصل مسأله خدشه‌ای وارد شود. در واقع فقط عوامل اصلی و تعیین‌کننده را لحاظ کرده و از اثرهای جزئی صرف‌نظر می‌کنیم. برای درک بهتر مدل‌سازی در فیزیک به مثال زیر توجه کنید:

مثال مدل‌سازی حرکت توپ بسکتبال در هوا:

یک توپ بسکتبال پرتاب‌شده در هوا را درنظر بگیرید. در حرکت این توپ عوامل بسیار زیادی تأثیرگذار هستند. از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: توپ کاملاً به شکل کروی نیست، مقاومت هوا در مسیر توپ وجود دارد، توپ در طی حرکتش به دور خود نیز می‌چرخد، وزن توپ با تغییر فاصله از مرکز زمین تغییر می‌کند و ...

اگر ما بخواهیم اثر تمام این عوامل را لحاظ کنیم، تحلیل ما بسیار پیچیده و مشکل می‌شود. از این‌رو با یک مدل‌سازی ساده‌تر می‌توان موارد زیر را درنظر گرفت:

توپ را همانند یک جسم نقطه‌ای یا ذره در خلأ درنظر گرفته که اثر عوامل ذکرشده (مانند مقاومت هوا و اثر وزش باد) را دیگر لحاظ نمی‌کنیم. هم‌چنین از تغییر وزن آن در اثر تغییر ارتفاع نیز صرف‌نظر می‌کنیم. از این‌رو می‌توانیم به راحتی به تحلیل حرکت آن بپردازیم.



نمونه‌های کامل‌تر از مدل‌سازی رو تو تستای این قسمت براتون آوریم تا رو این بحث کاملاً مسلط بشیر...

ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است و نقش مهمی در فرایند پیشرفت دانش و تکامل شناخت ما از طبیعت پیرامون داشته است، بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

دانشمندان برای بیان قانون‌های فیزیکی از گزاره‌های کلی و در عین حال مختصر استفاده می‌کنند، بنابراین گزینه (۳) نادرست است. سایر گزینه‌ها در رابطه با مفاهیم قانون و اصل در علم فیزیک صحیح هستند.

۳ ۳ مدل سازی در فیزیک فرایندی است که در آن اثرهای مهم و تعیین کننده برای یک پدیده فیزیکی در نظر گرفته می شود و پدیده ها تا حد امکان ساده سازی می شوند نه جزئی سازی. بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

۴ ۴ هنگام مدل سازی یک پدیده فیزیکی، باید اثرهای جزئی تر را نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین کننده را. برای مثال، اگر به جای مقاومت هوا، نیروی جاذبه زمین را نادیده می گرفتیم، آن گاه مدل ما پیش بینی می کرد که وقتی توپی به بالا پرتاب شود در یک خط مستقیم بالا می رود! این توضیحات یعنی نمی توان از اثر نیروی گرانش صرف نظر کرد.

۲ ۵ برای مدل سازی یک پدیده فیزیکی، اثرهای جزئی تر را نادیده می گیریم. هنگامی که یک گلوله سنگین و کوچک را از بالای ساختمانی رها می کنیم، عامل اصلی حرکت آن، نیروی وزن است و از نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت آن می توانیم صرف نظر کنیم، بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

تذکر اگر مقاومت هوا در برابر سقوط قطره باران وجود نداشته باشد، تندی حرکت قطره بر روی سطح زمین بسیار زیاد می شود، به طوری که با برخورد آن به زمین صدمه های بسیاری ایجاد می شود. هم چنین عاملی که باعث می شود تندی چتر باز کاهش یابد تا در اثر سقوط به شخص صدمه وارد نشود، نیروی مقاومت هوا است. بنابراین مقاومت هوا عاملی مهم در نحوه حرکت چتر باز بوده و نمی توان از آن صرف نظر کرد.

۲ ۶ هنگام مدل سازی پدیده های فیزیکی، فقط می توانیم آثار جزئی را نادیده بگیریم. با توجه به این که ارتفاع درخت کم است، تغییرات شتاب جاذبه (g) و در نتیجه تغییرات وزن برگ (mg)، هنگام پایین آمدن قابل صرف نظر کردن است. دقت کنید که با توجه به این که سطح مقطع برگ، بزرگ و جرم آن کم است، بنابراین در مورد حرکت برگ نمی توانیم از اثر مقاومت هوا چشم پوشی کنیم، چون عاملی مهم و تعیین کننده در نحوه حرکت برگ است.

۲ ۷ در هنگام سقوط برگ، دو نیروی وزن و مقاومت هوا به آن وارد می شوند که جهت نیروی وزن به سمت پایین و جهت نیروی مقاومت هوا، در خلاف جهت حرکت برگ، یعنی به سمت بالا است. با توجه به آن که برگ با شتاب به سمت پایین می آید، نیروی وزن وارد بر آن از نیروی مقاومت هوا بزرگ تر است و می توانیم حرکت برگ را به شکل مقابل مدل سازی کنیم (طول هر یک از بردارها متناسب با بزرگی آن رسم شده است).

۲ ۸ موارد (۱)، (۳) و (۴)، از اصلی ترین مواردی است که در مدل سازی های حرکت جسم بر روی سطح افقی لحاظ می شود، اما کم شدن جرم بر اثر ساییدگی بسیار ناچیز است و لزومی ندارد این موضوع در مدل سازی لحاظ شود.

۳ ۹ برای مدل سازی بهتر حرکت جسم، باید از اثرهای جزئی صرف نظر کرده و اثرهای مهم و تعیین کننده را لحاظ کنیم. با توجه به این که جسم به سمت راست حرکت می کند، بنابراین نیروی دست شخص باید بیشتر از نیروی اصطکاک باشد، پس گزینه (۳) صحیح است (دقت شود برای مدل سازی حرکت این جسم، آن را به صورت نقطه ای در نظر می گیریم).

۳ ۱۰ در مدل سازی حرکت کمد بر روی سطح شیب دار، نیروی وزن کمد، نیرویی که شخص به کمد وارد می کند و زاویه سطح شیب دار (θ)، عوامل اصلی مؤثر بر حرکت کمد هستند. سایر عوامل مانند شکل کمد، مقاومت هوا و تغییرات وزن کمد هنگام بالا رفتن، جزئی هستند و می توانیم از آن ها صرف نظر کنیم.

۳ ۱۱ نیرویی که باعث می شود ماهواره به دور زمین بچرخد، نیروی گرانش بین ماهواره و زمین است و در نتیجه در مدل سازی حرکت ماهواره به دور زمین، نمی توانیم از این عامل چشم پوشی کنیم. بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

۴ ۱۲ با توجه به علوم پایه هشتم، لیزر یک منبع نور گسترده است که آن را به دلیل کوچک بودن، منبع نقطه ای در نظر می گیریم. از سوی دیگر، پرتوها به صورت واگرا می باشند که چون در لیزر واگرایی زیاد نیست، برای سادگی آن ها را موازی در نظر می گیریم، پس گزینه (۴) صحیح است.

۴ ۱۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست های ۱۳ تا ۲۸)

کمیت ها و یکاهای مختلف فیزیکی

خلاصه نکات ۲

تو این قسمت، اول مفاهیم کمیت و یکا رو می شناسیم و بعدش میریم سراغ دسته بندی های مختلف اون ها. آفر کاری هم، رو مفهوم سازگاری یکا ها تو به معادله دلفوا کار می کنیم ...

کمیت و یکا

ابتدا شما را با دو تعریف مهم کمیت و یکا در این فصل آشنا می کنیم:

کمیت: هر پدیده فیزیکی که قابلیت افزایش یا کاهش داشته باشد و بتوان مقدار آن را اندازه گیری کرد، کمیت نام دارد.

مثال دمای هوا، فاصله دو جسم، سرعت یک جسم و ...، از مواردی هستند که می توانند افزایش یا کاهش یابند و می توان به آن ها مقدار اختصاص داد و در نتیجه کمیت محسوب می شوند.

تذکر پدیده هایی مانند خوشحالی یک نفر، شور و اشتیاق افراد برای انجام یک کار و ... که مقدار آن ها را نمی توان اندازه گیری کرد، کیفیت نامیده می شود.

یکای: هر کمیت، مقدار ثابتی از همان کمیت است که واحد اندازه‌گیری آن کمیت محسوب می‌شود. به‌طور مثال یکای کمیت فاصله دو جسم، متر است و یا یکای اندازه‌گیری سرعت یک جسم، $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$ است.

دقت: اگر برای هر کمیت یکای تعریف شده و معینی نداشته باشیم، ارقام حاصل از اندازه‌گیری آن برای ما بی‌معنا خواهد بود. مثلاً ما یک متر را می‌شناسیم و به همین دلیل ارتفاع ۲۰ متری برای یک درخت را می‌توانیم تجسم کنیم.

تذکر: یکای انتخاب شده برای یک کمیت، باید مقداری ثابت بوده و در شرایط فیزیکی مختلف تغییر نکند. همچنین باید قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد.

کمیت و یکاهای اصلی و فرعی

همان‌طور که می‌دانیم بین کمیت‌های مختلف توسط قوانین فیزیک، روابط ریاضی برقرار می‌شود. این روابط به ما اجازه می‌دهند بعضی از کمیت‌ها را برحسب کمیت‌های دیگر بیان کنیم و نیازی به تعریف تعداد زیادی کمیت و یکای اصلی نداشته باشیم. از این رو کمیت‌ها را به دو دسته اصلی و فرعی تقسیم می‌کنیم: کمیت‌هایی که یکای آن‌ها به‌طور مستقل تعریف شده‌اند و می‌توانیم تمام کمیت‌های دیگر را برحسب آن‌ها تعریف کنیم، **کمیت‌های اصلی** نام دارند و به یکای آن‌ها **یکای اصلی** می‌گوییم.

در فیزیک دبیرستان، معمولاً از سیستم بین‌المللی (SI) برای اندازه‌گیری کمیت‌ها استفاده می‌شود. کمیت‌های اصلی تعریف‌شده در این سیستم، به همراه یکای (واحد) آن کمیت‌ها در جدول زیر آورده شده است:

کمیت اصلی	جرم (m)	طول (L)	زمان (t)	دما (T)	مقدار ماده (M)	جریان الکتریکی (I)	شدت روشنایی (I_v)
یکای اصلی مرتبط	کیلوگرم (kg)	متر (m)	ثانیه (s)	کلوین (K)	مول (mol)	آمپر (A)	کندلا (cd)

سایر کمیت‌های فیزیک، کمیت‌هایی هستند که یکای (واحد) آن‌ها مستقل نبوده و یکای آن‌ها برحسب یکای کمیت‌های اصلی بیان می‌شود. این کمیت‌ها، **کمیت‌های فرعی** نام دارند و در جدول زیر، برخی از کمیت‌های فرعی به همراه یکاهای آن‌ها آورده شده است. به وابستگی یکای این کمیت‌ها به یکاهای اصلی دقت کنید:

چند کمیت فرعی	سرعت	شتاب	فشار	حجم	سطح
یکای مرتبط	متر بر ثانیه m / s	متر بر مجذور ثانیه m / s ²	پاسکال یا کیلوگرم بر متر مجذور ثانیه Pa یا kg / m.s ²	مترمکعب m ³	مترمربع m ²

نکته: در برخی از مواقع در سؤالات خواسته می‌شود که یکای یک کمیت فرعی را برحسب یکاهای فرعی و اصلی دیگر بیان کنیم، به‌عنوان یک روش ساده برای پاسخ به این‌گونه سؤالات، ابتدا با توجه به گزینه‌ها، یک رابطه فیزیکی مناسب را بین آن‌ها به‌خاطر آورده و پارامتری که واحد آن موردنظر ماست را در یک طرف تساوی نگه داشته و سایر پارامترها را به‌طرف دیگر تساوی منتقل می‌کنیم. در ادامه و به جای کمیت‌های رابطه، یکای آن‌ها را می‌گذاریم تا یکای (واحد) کمیت موردنظرمان را به‌دست آوریم.

تمرین ۱: واحد کمیت سرعت را چگونه می‌توان به واحد کمیت‌های اصلی مرتبط کرد؟

پاسخ: رابطه‌ای از سرعت را به‌خاطر می‌آوریم، بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \text{واحد سرعت} \equiv \frac{\text{واحد } \Delta x \text{ (جابه‌جایی)}}{\text{واحد } \Delta t \text{ (زمان)}} \equiv \frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}} \text{ (m / s)}$$

تمرین ۲: واحد کمیت نیرو (یعنی نیوتون) را چگونه می‌توان به واحد کمیت‌های اصلی مرتبط کرد؟

پاسخ: با توجه به رابطه $F = ma$ ، می‌توان نوشت:

$$F = ma \Rightarrow \text{واحد نیرو (نیوتون)} \equiv \text{واحد جرم} \times \text{واحد شتاب} \Rightarrow N \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

کمیت‌های نرده‌ای و برداری

در فیزیک کمیت‌ها از یک دیدگاه دیگر به دو دسته نرده‌ای (اسکالر) و برداری تقسیم می‌شوند. در ادامه می‌خواهیم با این کمیت‌ها آشنا شویم:

کمیت‌های نرده‌ای (اسکالر)

کمیت‌هایی که برای نشان دادن آن‌ها از یک عدد و یکای مناسب آن کمیت استفاده می‌کنیم و جمع، تفریق و ضرب آن‌ها از قوانین جبری پیروی می‌کند، کمیت‌های نرده‌ای محسوب می‌شوند.

$$\text{یکای عدد} \quad \text{یکای} \quad \text{عدد} \\ \text{cm} : \text{کمیت نرده‌ای طول} \quad (165)$$

تذکر برخی از کمیت‌های نرده‌ای مهم در فیزیک دبیرستان عبارت‌اند از:

زمان، جرم، طول، تندی، دما، فشار، حجم، مساحت، چگالی، مقاومت، ولتاژ، شدت جریان، بار الکتریکی، انرژی، کار، توان و ...

کمیت‌های برداری

کمیت‌هایی که برای نشان دادن آن‌ها علاوه بر عدد و یکای مناسب آن کمیت، از جهت نیز استفاده می‌شود و این کمیت‌ها از قاعده جمع برداری نیز پیروی می‌کنند، کمیت‌های برداری نام دارند.

$$\text{یکای} \quad \text{عدد} \quad \text{یکای} \quad \text{عدد} \\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} : \text{کمیت برداری شتاب} \quad (10) \quad \text{جهت} \quad \text{به طرف شرق}$$

تذکر برخی از کمیت‌های برداری مهم در فیزیک دبیرستان عبارت‌اند از:

جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و ...

تذکر از حاصل ضرب یک کمیت نرده‌ای در یک کمیت برداری، یک کمیت برداری جدید به دست می‌آید. به‌طور مثال کمیت برداری نیرو، از حاصل ضرب جرم که یک کمیت نرده‌ای است در کمیت برداری شتاب به دست می‌آید. در مورد جهت بردارها نیز داریم:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{جرم، عددی} \quad \text{شتاب، جهت} \quad \vec{F} \text{ و } \vec{a}, \text{ همواره در جهت یکدیگر هستند.}$$

$$\vec{A} = K\vec{M} \quad \text{اگر K مثبت باشد} \quad \text{همواره در خلاف جهت یکدیگر هستند.}$$

سازگاری یکاها در یک رابطه فیزیکی

به‌طور کلی در یک رابطه فیزیکی، یکاهای طرفین رابطه باید با یکدیگر معادل باشند. برای این منظور، اگر بخواهیم طرفین یک رابطه برحسب یکاهای SI باشد، باید یکای کمیت‌های داده‌شده در رابطه را به یکاهای SI تبدیل کنیم. به‌عنوان مثال اگر جرم یک جسم برابر ۱۰۰ گرم و شتاب آن برابر ۲ متر بر مربع ثانیه باشد، به منظور سازگاری یکاها در دو طرف رابطه $F=ma$ ، باید یکای جرم را برحسب کیلوگرم بنویسیم. در این صورت یکای نیرو را می‌توان برحسب یکای نیوتون بیان کرد:

$$F = ma = (0.1 \text{ kg}) \times (2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = 0.2 \text{ N}$$

یکای SI جرم $\rightarrow$ یکای SI شتاب $\rightarrow$ یکای SI نیرو

برای درک بهتر سازگاری یکاها تو به معادله، به مثال زیر توجه کن:

مثال اگر در معادله $x = at^2 + bt + c$ ، نماد x معرف طول و نماد t معرف زمان باشد، یکاهای مربوط به a ، b و c را به دست آورید.

موضوع بسیار مهمی که باید به آن توجه داشته باشیم این است که اگر چند عبارت را بتوان با هم جمع کرد، لزوماً یکاهای هر کدام از آن‌ها باید با یکدیگر برابر باشد.

با توجه به این موضوع، یکای هر کدام از عبارت‌های at^2 ، bt و c اولاً باید با هم یکسان باشد تا این عبارات با هم جمع‌پذیر باشند، ثانیاً با توجه به این‌که عبارت سمت چپ رابطه، معرف طول (x) می‌باشد، یکای هر کدام از عبارت‌های سمت راست نیز باید برحسب متر (m) باشد و در نهایت می‌توان گفت:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \text{ یکای } \Rightarrow at^2 \text{ یکای } \Rightarrow m \Rightarrow (a \text{ یکای}) \times (s)^2 \Rightarrow a \text{ یکای } \Rightarrow \frac{m}{s^2} \\ x \text{ یکای } \Rightarrow bt \text{ یکای } \Rightarrow m \Rightarrow (b \text{ یکای}) \times (s) \Rightarrow b \text{ یکای } \Rightarrow \frac{m}{s} \\ x \text{ یکای } \Rightarrow c \text{ یکای } \Rightarrow m \end{array} \right.$$

(متر بر حسب) $\rightarrow$ $\frac{m}{s^2}$ $\rightarrow$ $\frac{m}{s}$ $\rightarrow$ متر

مجموعه یکاهای مورد توافق بین‌المللی را به اختصار یکاهای SI می‌نامند که معمولاً یکاهایی هستند که در مجامع علمی دنیا مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکای کمیت‌های اصلی به صورت مستقل تعریف می‌شود و یکای کمیت‌های فرعی را می‌توان برحسب یکاهای اصلی تعیین کرد، بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

۱۴ ۳ قوانین فیزیک با کمک روابط ریاضی، کمیت‌های مختلف فیزیکی را به یکدیگر مرتبط می‌سازند. با توجه به این موضوع، یکای کمیت‌های فرعی برحسب یکای کمیت‌های اصلی بیان می‌شوند و نیازی به تعریف تعداد زیادی یکا (واحد) برای کمیت‌های مختلف نمی‌باشد.

۳ ۱۵ یکای اندازه‌گیری یک کمیت باید در شرایط فیزیکی تعیین شده برای آن تغییر نکند و قابلیت تولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد. همچنین اصلی‌ترین ویژگی کمیت‌های اصلی، تعریف شدن یکای مستقل برای آن‌ها می‌باشد، بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

۲ ۱۶ اگر یکای طول را به صورت فاصله نوک بینی تا نوک انگشتان و یکای زمان را تعداد ضربان قلب شخص در نظر بگیریم، مشکل اصلی این انتخاب، آن است که این یکاها کاملاً تغییرپذیر است. از این رو این موارد را نباید یکای کمیت‌های طول و زمان در نظر گرفت.

۲ ۱۷ کمیت‌های زمان، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و مقدار ماده از کمیت‌هایی اصلی هستند، بنابراین گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) نادرست بوده و گزینه (۲) پاسخ این سؤال است.

۴ ۱۸ دما، جریان الکتریکی و جرم از کمیت‌های اصلی هستند، بنابراین گزینه (۴) صحیح است. دقت کنید که کمیت‌های نیرو، فشار و سرعت از کمیت‌های فرعی می‌باشند، بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست است.

۳ ۱۹ طول و جرم از کمیت‌های اصلی هستند، در حالی که مساحت یک کمیت فرعی است، زیرا یکای آن (مترمربع) وابسته به یکای طول یعنی متر (m) است.

تذکر

در مورد نیرو نیز همین موضوع برقرار است و یکای آن برحسب کمیت‌های فرعی بیان می‌شود:

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv \frac{\text{متر}}{\text{مجدور ثانیه}} \times \text{کیلوگرم} \Rightarrow 1 \text{ N} \equiv 1 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$$

۳ ۲۰ با توجه به تعریف کمیت و یکا که در خلاصه نکات (۲) به آن اشاره کردیم و همچنین با در نظر گرفتن جدول زیر، گزینه (۳) صحیح است.

کمیت اصلی	جرم	طول	زمان	دما	مقدار ماده	شدت جریان	شدت روشنایی
یکای اصلی	کیلوگرم	متر	ثانیه	کلوین	مول	آمپر	کندلا

۴ ۲۱ کمیت‌های انرژی جنبشی، شار مغناطیسی و فشار که در گزینه (۴) مطرح شده‌اند، همگی از کمیت‌های فرعی و نرده‌ای محسوب می‌شوند. دقت کنید که جرم از کمیت‌های اصلی و نیرو، میدان مغناطیسی و شتاب از کمیت‌های برداری هستند. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست هستند.

۳ ۲۲ از بین کمیت‌های داده شده، کمیت‌های سرعت و نیرو کمیتی برداری و سایر کمیت‌ها نرده‌ای هستند (بنابراین ۲ کمیت برداری است).

همچنین از بین کمیت‌های داده شده، کمیت‌های دما، زمان و طول کمیتی اصلی و سایر کمیت‌ها فرعی هستند (بنابراین ۳ کمیت اصلی است).

۲ ۲۳ برای حل این سؤال، هر یک از گزینه‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

(۱)

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv \text{یکای شتاب} \cdot \text{یکای جرم} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{kg}$$

$$W = Fd \Rightarrow \text{یکای کار یا انرژی} \equiv \text{یکای نیرو} \times \text{یکای جابه‌جایی} \Rightarrow J \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

(۲)

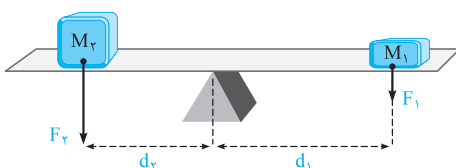
$$\text{یکای نیرو} \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{یکای مساحت} \equiv \text{m}^2$$

$$\text{بنابراین گزینه (۲) نادرست است. } P = \frac{F}{A} \Rightarrow \text{یکای فشار} \equiv \frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای مساحت}} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

۳ شدت روشنایی کمیتی اصلی است و یکای آن کاندلا (شمع) است.

۴ تندی یک جسم برابر مسافت طی شده توسط آن در واحد زمان است و یکای آن m/s می‌باشد.

$$\text{یکای تندی} \equiv \frac{\text{یکای مسافت}}{\text{یکای زمان}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۲ ۲۴ گشتاور نیرو عاملی است که باعث چرخش می‌شود. مثلاً در شکل مقابل، نیروی وزن وارد بر هر یک از وزنه‌ها سعی در چرخاندن اهرم روی تکیه‌گاه دارد.

گشتاور نیرو کمیتی برداری است و همان‌گونه که در علوم پایه نهم خوانده‌اید، بزرگی آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

یکای نیرو $\times$ یکای فاصله $\equiv$ یکای گشتاور نیرو $\Rightarrow$ اندازه نیرو $\times$ فاصله نقطه اثر نیرو تا محور چرخش = اندازه گشتاور نیرو

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \text{یکای گشتاور نیرو} \equiv \text{m} \times \left(\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

۳۲۵ برای حل این سؤال، یکاهای انرژی و نیرو را برحسب یکاهای اصلی محاسبه می‌کنیم:

محاسبه یکای نیرو: $F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

محاسبه یکای انرژی: $\text{یکای انرژی} \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$ $\Rightarrow$ یکای جابه جایی $\times$ یکای نیرو $\equiv$ یکای انرژی (یا کار) $\Rightarrow$ جابه جایی $\times$ نیرو = کار

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، برای تعریف یکای کمیت‌های نیرو و انرژی، از ۳ یکای اصلی kg, m, s استفاده می‌کنیم، بنابراین $\alpha = \beta = \gamma = 1$ است. $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\beta} = 1$

۳۲۶ برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: یکای نیرو در SI برابر است با: $F = ma \Rightarrow \text{یکای F} \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

گام دوم: یکای پارامتر k برابر است با (یکای مکان متحرک (x) در SI، متر است):

$$k = -\frac{F}{x} \Rightarrow \text{یکای k} \equiv \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}} \equiv \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

این موضوع یعنی یکای k، معادل با کیلوگرم بر مربع ثانیه است.

۳۲۷ برای حل این سؤال، یکای نیرو را برحسب یکاهای kg, m, s به دست می‌آوریم.

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \underbrace{\text{kg}}_b \times \underbrace{\text{m}}_c \times \underbrace{\left(\frac{1}{\text{s}}\right)^2}_d \Rightarrow \alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 2$$

۴۲۸ می‌دانیم وقتی کمیتی برابر حاصل جمع چند کمیت دیگر است، یکای هر یک از جملات جمع‌شونده باید با یکای این کمیت برابر باشد، بنابراین

می‌توان نوشت:

$$A = \frac{B^2}{C} + CDE \Rightarrow \text{یکای A} \equiv \left(\frac{B^2}{C}\right) \text{یکای} \Rightarrow J \equiv \frac{\text{یکای B}^2}{\text{یکای C}}$$

با توجه به رابطه $W = Fd$ ، می‌دانیم که یکای ژول معادل $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$ است، بنابراین داریم:

$$\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \equiv \frac{\text{یکای B}^2}{\text{یکای C}} \Rightarrow \text{یکای B}^2 \equiv \text{kg}^2 \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

از طرفی یکای A با یکای CDE نیز باید برابر باشد، پس می‌توان نوشت:

$$\text{یکای A} \equiv (\text{یکای CDE}) \Rightarrow J \equiv \text{kg} \times (\text{یکای DE}) \Rightarrow \text{یکای DE} \equiv \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{B^2}{DE}\right) \text{یکای} \equiv \frac{\text{یکای B}^2}{\text{یکای DE}} = \frac{\text{kg}^2 \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \text{kg}^2$$

۱۲۹ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۲۹ تا ۴۴)

آشنایی با پیشوندها و نمادگذاری علمی

خلاصه نکات ۳

در این خلاصه نکات می‌خواهیم سه مهارت پرکاربرد زیر را به دست آوریم:

مهارت اول (استفاده از پیشوندها)

در فیزیک گاهی اوقات که کمیت اندازه‌گیری شده خیلی کوچک و یا خیلی بزرگ است، اگر بخواهیم از یکای استاندارد آن استفاده کنیم، باید از اعداد با رقم‌های زیاد استفاده کنیم. برای جلوگیری از این موضوع از پیشوندها استفاده می‌کنیم، این پیشوندها همگی به صورت 10^n هستند و کار ما را در نوشتن اعداد ساده‌تر می‌سازند. به عنوان مثال به جای این‌که بگوییم 10^{10} متر، می‌گوییم یک کیلومتر یا به جای 10^{-10} متر از یک سانتی‌متر استفاده می‌کنیم.

تذکره پیشوندهای مورد استفاده در فیزیک می‌توانند پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد (برای مقادیر بزرگ) و یا کوچک‌تر از واحد (برای مقادیر کوچک) باشند. در زیر پیشوندهای مهم را آورده‌ایم:

نام	ترا	گیگا	مگا	کیلو	هکتو	دکا
نماد	T	G	M	k	h	da
معنا	$\times 10^{12}$	$\times 10^9$	$\times 10^6$	$\times 10^3$	$\times 10^2$	$\times 10^1$

پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد $\Leftarrow$

نام	پیکو	نانو	میکرو	میلی	سانتی	دسی
نماد	p	n	μ	m	c	d
معنا	$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-1}$

پیشوندهای کوچکتر از واحد $\leftarrow$

پیشوندهای بزرگتر از واحد $\leftarrow$ یوتا، زیتا، اِگزا، پِتا

نام	یوتا	زیتا	اِگزا	پِتا
نماد	Y	Z	E	P
معنا	$\times 10^{24}$	$\times 10^{21}$	$\times 10^{18}$	$\times 10^{15}$

پیشوندهای بزرگتر از واحد $\leftarrow$

نام	یوکتو	زپتو	آتو	فمتو
نماد	y	z	a	f
معنا	$\times 10^{-24}$	$\times 10^{-21}$	$\times 10^{-18}$	$\times 10^{-15}$

پیشوندهای کوچکتر از واحد $\leftarrow$

مهارت دوم (نمایش عددها به کمک نمادگذاری علمی)

یک روش دیگر جهت نمایش اعداد خیلی بزرگ یا خیلی کوچک، استفاده از نمادگذاری علمی است. در این روش مقدار یک پارامتر را به صورت $A = a \times 10^{\pm n}$ نمایش داده که a یک عدد حقیقی ($1 \leq a < 10$) و n یک عدد طبیعی است. برای درک بهتر به مثال‌های زیر توجه کنید:

(۱) $0.0000012 = 1.2 \times 10^{-6}$ رقم ۶	(۲) $12000 = 1.2 \times 10^4$ رقم ۴
(۳) $0.0040801 = 4.0801 \times 10^{-3}$ رقم ۳	(۴) $10348001 = 1.0348001 \times 10^7$ رقم ۷

توجه

میز را به سمت راست (جلو) جابه‌جا کنیم $\leftarrow 10^n$ (مثال‌های (۱) و (۲))
میز را به سمت چپ (عقب) جابه‌جا کنیم $\leftarrow 10^n$ (مثال‌های (۳) و (۴))

مهارت سوم (استراتژی تبدیل یکا در فیزیک)

در بسیاری از اوقات در حل مسائل فیزیکی، باید یک کمیت را از یک مقیاس به مقیاس دیگر تبدیل کنیم. به‌طور مثال فرض کنید می‌خواهیم ۱۲ سانتی‌متر را برحسب متر بازنویسی کنیم. در این مواقع، از دو استراتژی زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

استراتژی ۱: همان‌طور که می‌دانیم هر سانتی‌متر، 10^{-2} متر است. بنابراین خیلی سریع به کمک شیوه زیر عمل می‌کنیم:

$$12 \text{ cm} \equiv 12 \times 10^{-2} \text{ m} = 10^{-2} \text{ m}$$

$$x = 12 \text{ cm} \xrightarrow[\text{به متر}]{\text{تبدیل سانتی‌متر}} x = 12 \times 10^{-2} \text{ m} = 0.12 \text{ m}$$

استراتژی ۲: در این روش که در کتاب درسی به آن اشاره شده است، از یک **تبدیل زنجیره‌ای** استفاده می‌کنیم. برای این منظور، اندازه کمیت موردنظر را در یک

عامل تبدیل (یعنی نسبتی از یکاها که برابر یک است) ضرب می‌کنیم. برای مثال، چون 1 m برابر 100 cm است، داریم:

$$\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 1, \quad \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 1$$

بنابراین، هر دو کسر بالا که برابر یک هستند را می‌توان به عنوان عامل تبدیل به‌کار برد (دقت کنید که ذکر یکاها در صورت و مخرج کسر الزامی است). از

آنجا که ضرب کردن هر کمیت در عدد یک، اندازه آن کمیت را تغییر نمی‌دهد، هرگاه عامل تبدیلی را مناسب بدانیم، می‌توانیم از آن برای تبدیل یکا

استفاده کنیم. برای مثال، یکای cm را در عدد 12 cm ، به‌صورت زیر به m تبدیل می‌کنیم:

$$12 \text{ cm} = (12 \text{ cm})(1) = (12 \text{ cm}) \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \right) = 0.12 \text{ m}$$

عامل تبدیل

برای تسلط بیشتر بر روی مفاهیم فوق، به تمرین های زیر توجه کنید:

تمرین ۱ ۷۲ کیلومتر بر ساعت چند متر بر ثانیه است؟

پاسخ با هر یک از دو استراتژی مطرح شده در فوق، به این سؤال پاسخ می دهیم:

استراتژی ۱: نحوه حل به شکل زیر است:

$$v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow[\text{تبدیل ساعت به ثانیه در مخرج}]{\text{تبدیل کیلومتر به متر در صورت}} v = 72 \times \frac{1000 \text{ m}}{60 \times 60 \text{ s}} = 72 \times \frac{1000}{3600} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

استراتژی ۲: با کمک دو عامل تبدیل، می توان $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ را به $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ تبدیل کرد:

$$v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \left(72 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) \times (1) \times (1) = \left(72 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) \times \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right) \times \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}\right) = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

← عامل تبدیل برای تبدیل h به s
← عامل تبدیل برای تبدیل km به m

تذکر در تمرین ۱، از شیوه تبدیل یکای $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ به $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ در استراتژی دوم که مدنظر کتاب پایه دهم است، موارد بسیار مهم زیر برداشت می شود:

۱ با توجه به این که یکای km به m و یکای h به s باید تبدیل شود، عملاً به دو عامل تبدیل نیاز داریم.

۲ در نوشتن عامل تبدیل مرتبط با تبدیل واحد h به s، چون h در مخرج یکای $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ است، در عامل تبدیل برای ساده شدن، h باید در صورت و s در مخرج باشد. همین تفکر برای km نیز حاکم است. به ساده شدن ها در رابطه زیر توجه کنید:

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \times 60 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

↑ متر می ماند
↑ ثانیه می ماند

تمرین ۲ جرم جسمی ۰/۰۰۵ میلی گرم اندازه گیری شده است. جرم این جسم به صورت نمادگذاری علمی چند مگاگرم است؟

پاسخ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام های زیر را طی می کنیم:

گام اول: ابتدا میلی گرم را به گرم و سپس گرم را به مگاگرم تبدیل می کنیم:

$$m = 0.005 \text{ mgr} = 0.005 \times 10^{-3} \text{ gr} \xrightarrow[\text{مگاگرم}]{\text{تبدیل گرم به مگاگرم}} m = 0.005 \times 10^{-3} \times 10^{-6} \text{ Mgr} = 0.005 \times 10^{-9} \text{ Mgr}$$

تذکر به طور کلی این گونه به خاطر بسپاریم که برای تبدیل واحد بزرگ مگاگرم به واحد کوچک گرم (قطعه های کوچک تر) باید تعداد آن ها افزایش یابد، یعنی باید در 10^6 ضرب کنیم. از طرفی برای تبدیل واحد کوچک گرم به واحد بزرگ مگاگرم (قطعه های بزرگ تر) باید تعداد آن ها کاهش یابد، یعنی در 10^6 ضرب کنیم.

$$1 \text{ Mgr} = 10^6 \text{ gr} \Rightarrow 1 \text{ gr} = 10^{-6} \text{ Mgr}$$

واحد بزرگ واحد کوچک واحد کوچک واحد بزرگ

گام دوم: عدد به دست آمده را به شیوه نمادگذاری علمی می نویسیم:

$$m = 0.005 \times 10^{-9} \text{ Mgr} = 5 \times 10^{-3} \times 10^{-9} \text{ Mgr} = 5 \times 10^{-12} \text{ Mgr}$$

عدد صحیح
عدد منفی

تمرین ۳ زمان انجام یک واکنش بسیار سریع، ۴۰ میکروثانیه است. زمان انجام این واکنش مطابق شیوه نمادگذاری علمی، چند پیکوثانیه است؟ (تألیفی)

$$4 \times 10^4 \quad (4) \qquad 40 \times 10^3 \quad (3) \qquad 4 \times 10^7 \quad (2) \qquad 40 \times 10^6 \quad (1)$$

پاسخ برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا روند تبدیل واحد را انجام می دهیم. به همین منظور میکروثانیه را به ثانیه و سپس ثانیه را به پیکوثانیه

تبدیل می کنیم:

$$t = 40 \mu\text{s} \xrightarrow[\text{به ثانیه}]{\text{تبدیل میکروثانیه}} t = 40 \times (10^{-6} \text{ s}) \xrightarrow[\text{به پیکوثانیه}]{\text{تبدیل ثانیه}} t = 40 \times 10^{-6} \times (10^{12} \text{ ps}) = 40 \times 10^6 \text{ ps}$$

حال مقدار به دست آمده را به روش نمادگذاری علمی می نویسیم:

$$t = 40 \times 10^6 \text{ ps} = 4 \times 10^7 \times 10^6 \text{ ps} = 4 \times 10^{13} \text{ ps} \quad (\text{گزینه ۲})$$

یک رقم

$$1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s} \xrightarrow{\text{یا}} 1 \text{ s} = 10^{+12} \text{ ps}$$

دقت:

می‌دانیم که هر لیتر (معادل با) 1000 سانتی‌متر مکعب است و داریم:

$$V = 1 \text{ m Lit} \xrightarrow[\text{به لیتر}]{\text{تبدیل میلی لیتر}} V = 10^{-3} \text{ Lit} \xrightarrow[\text{سانتی متر مکعب}]{\text{تبدیل لیتر به}} V = 10^{-3} \times (10^3 \text{ cm}^3) = 1 \text{ cm}^3$$

برای پیدا کردن رابطه بین دسی متر مکعب و لیتر داریم $(1 \text{ dm} = 10^{-1} \text{ m})$ یا $(1 \text{ dm} = 10 \text{ dm})$:

$$V = 1 \text{ dm}^3 \xrightarrow[\text{به مترمکعب}]{\text{تبدیل دسی مترمکعب}} V = 1 \times (10^{-1} \text{ m})^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 \xrightarrow[\text{به لیتر}]{\text{تبدیل مترمکعب}} V = 10^{-3} \times 10^3 \text{ Lit} = 1 \text{ Lit}$$

ابتدا جرم هسته را برحسب نانوگرم به دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم: ۳ ۳۰

$$1677 \times 10^{-30} \text{ kg} \xrightarrow[\text{یکای SI جرم}]{\text{تبدیل kg به gr}} 1677 \times 10^{-30} \times (10^3 \text{ gr}) \xrightarrow[\text{تبدیل gr به ng}]{\text{تبدیل gr به ng}} 1677 \times 10^{-30} \times 10^3 \times (10^9 \text{ ng}) = 1677 \times 10^{-18} \text{ ng}$$

$$\Rightarrow \text{جرم هسته به صورت نمادگذاری علمی} = 1677 \times 10^{-18} \text{ ng}$$

ابتدا فاصله بین دو شهر را برحسب پیکومتر (pm) به دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم: ۳ ۳۱

$$78 \text{ km} \xrightarrow[\text{به m}]{\text{تبدیل km به m}} 78 \times (10^3 \text{ m}) \xrightarrow[\text{تبدیل m به pm}]{\text{تبدیل m به pm}} 78 \times 10^3 \times (10^{12} \text{ pm}) = 78 \times 10^{15} \text{ pm}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله به صورت نمادگذاری علمی} = 78 \times 10^{16} \text{ pm} \Rightarrow n = 16$$

برای حل این سؤال، اعداد داده شده در هر یک از گزینه‌ها را برحسب کیلوگرم محاسبه می‌کنیم: ۳ ۳۲

$$1/25 \times 10^{11} \mu\text{g} \xrightarrow[\text{تبدیل } \mu\text{g به gr}]{\text{تبدیل gr به kg}} 1/25 \times 10^{11} \times (10^{-6} \text{ gr}) \xrightarrow[\text{تبدیل gr به kg}]{\text{تبدیل gr به kg}} 1/25 \times 10^{11} \times 10^{-6} \times (10^{-3} \text{ kg}) = 125 \text{ kg} \quad (1)$$

$$5 \times 10^7 \text{ mg} \xrightarrow[\text{تبدیل mg به gr}]{\text{تبدیل gr به kg}} 5 \times 10^7 \times (10^{-3} \text{ gr}) \xrightarrow[\text{تبدیل gr به kg}]{\text{تبدیل gr به kg}} 5 \times 10^7 \times 10^{-3} \times (10^{-3} \text{ kg}) = 50 \text{ kg} \quad (2)$$

$$7/5 \times 10^{12} \text{ ng} \xrightarrow[\text{تبدیل ng به gr}]{\text{تبدیل gr به kg}} 7/5 \times 10^{12} \times (10^{-9} \text{ gr}) \xrightarrow[\text{تبدیل gr به kg}]{\text{تبدیل gr به kg}} 7/5 \times 10^{12} \times 10^{-9} \times (10^{-3} \text{ kg}) = 7/5 \text{ kg} \quad (3)$$

$$4/5 \times 10^{-4} \text{ Gg} \xrightarrow[\text{تبدیل Gg به gr}]{\text{تبدیل gr به kg}} 4/5 \times 10^{-4} \times (10^9 \text{ gr}) \xrightarrow[\text{تبدیل gr به kg}]{\text{تبدیل gr به kg}} 4/5 \times 10^{-4} \times 10^9 \times (10^{-3} \text{ kg}) = 450 \text{ kg} \quad (4)$$

طبق صورت سؤال، حداکثر جرمی که می‌توان بر روی میز شیشه‌ای قرار داد برابر 25 kg است. فقط در گزینه (۳)، جرم جسم از 25 kg کم‌تر است و در نتیجه شیشه میز نمی‌شکند.

با توجه به تمرین (۳) در خلاصه نکات (۳)، گزینه (۲) صحیح است. ۲ ۳۳

برای مقایسه دو مقدار، باید هر دو برحسب یک واحد یکسان بیان شوند؛ بنابراین در هر یک گزینه‌ها، باید کمیت‌ها را با واحد یکسان محاسبه کنیم. ۲ ۳۴

$$3/8 \times 10^{-4} \text{ km} \xrightarrow[\text{تبدیل km به m}]{\text{تبدیل m به dm}} 3/8 \times 10^{-4} \times (10^3 \text{ m}) \xrightarrow[\text{تبدیل m به dm}]{\text{تبدیل m به dm}} 3/8 \times 10^{-4} \times 10^3 \times (10 \text{ dm}) = 3/8 \text{ dm} < 540 \text{ dm} \quad (1)$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

$$9/8 \times 10^6 \text{ Mm} \xrightarrow[\text{تبدیل Mm به m}]{\text{تبدیل m به pm}} 9/8 \times 10^6 \times (10^6 \text{ m}) \xrightarrow[\text{تبدیل m به pm}]{\text{تبدیل m به pm}} 9/8 \times 10^6 \times 10^6 \times (10^{12} \text{ pm}) = 9/8 \times 10^{24} \text{ pm} < 2/7 \times 10^{25} \text{ pm} \quad (2)$$

بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

$$100 \text{ هکتار} \xrightarrow[\text{تبدیل هکتار (hm}^2\text{) به m}^2]{\text{تبدیل m}^2 \text{ به dam}^2} 100 \times (100 \text{ m})^2 \xrightarrow[\text{تبدیل m}^2 \text{ به dam}^2]{\text{تبدیل m}^2 \text{ به dam}^2} 100 \times 10^4 \times (10^{-1} \text{ dam})^2 = 10000 \text{ dam}^2 \quad (3)$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

$$1 \text{ Gm}^2 \xrightarrow[\text{تبدیل Gm}^2 \text{ به m}^2]{\text{تبدیل m}^2 \text{ به km}^2} 1 \times (10^9 \text{ m})^2 \xrightarrow[\text{تبدیل m}^2 \text{ به km}^2]{\text{تبدیل m}^2 \text{ به km}^2} 10^{18} \times (10^{-3} \text{ km})^2 = 10^{12} \text{ km}^2 > 1000 \text{ km}^2 \quad (4)$$

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

ابتدا حجم و ضخامت گلبول قرمز را به ترتیب برحسب m^3 و m محاسبه می‌کنیم: ۱ ۳۵

$$\text{حجم} : V = 10^{11} \text{ nm}^3 = 10^{11} \times (10^{-9} \text{ m})^3 = 10^{-16} \text{ m}^3$$

$$\text{ضخامت} : h = 2/5 \mu\text{m} = 2/5 \times (10^{-6} \text{ m}) = 2/5 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$V = A \cdot h \Rightarrow 10^{-16} = A \times 2/5 \times 10^{-6} \Rightarrow A = \frac{10^{-16}}{2/5 \times 10^{-6}} = 4 \times 10^{-11} \text{ m}^2$$

با توجه به خواسته سؤال، سطح مقطع را برحسب میلی متر مربع محاسبه می کنیم:

$$A = 4 \times 10^{-11} \text{ m}^2 \xrightarrow{\text{تبدیل } \text{m}^2 \text{ به } \text{mm}^2} 4 \times 10^{-11} \times (10^3 \text{ mm})^2 = 4 \times 10^{-5} \text{ mm}^2$$

۳۳۶ برای به دست آوردن مساحت برحسب مترمربع (m^2)، کافی است طول و عرض آن را برحسب متر (m) بنویسیم و داریم:

$$\begin{cases} \text{عرض صفحه} = 9 \text{ nm} = 9 \times 10^{-9} \text{ m} \\ \text{طول صفحه} = 0.2 \text{ } \mu\text{m} = 0.2 \times 10^{-6} \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \text{مساحت صفحه مستطیلی} = \text{عرض} \times \text{طول} = 0.2 \times 10^{-6} \times 9 \times 10^{-9} \text{ m}^2 = 1.8 \times 10^{-15} \text{ m}^2$$

دقت کنید که مقدار به دست آمده برای مساحت با توجه به شیوه نمادگذاری علمی صحیح است و نیاز به اصلاح ندارد.

۴۳۷ طبق صورت سؤال در هر ثانیه، 200 cm^3 آب هدر می رود، پس در هر ساعت، مقدار $3600 \times 200 \text{ cm}^3$ آب هدر می رود. در نتیجه در مدت زمان ۱۰ ساعت، مقدار $10 \times 3600 \times 200 \text{ cm}^3$ آب به هدر خواهد رفت.

$$V = 10 \times 3600 \times 200 \text{ cm}^3 \xrightarrow{\text{تبدیل } \text{cm}^3 \text{ به lit}} 10 \times 3600 \times 200 \times (10^{-3} \text{ lit}) = 7200 \text{ lit}$$

۱۳۸ برای محاسبه قد کودک برحسب فوت، با انتخاب عامل تبدیل های مناسب، از روش تبدیل زنجیره ای به صورت زیر کمک می گیریم:

$$152.4 \text{ cm} = 152.4 \text{ cm} \times (1) \times (1) = 152.4 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ inch}}{2.54 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ inch}} = 5 \text{ ft}$$

۳۳۹ برای پاسخ دادن به این سؤال، به صورت زیر از روش تبدیل زنجیره ای استفاده می کنیم:

$$312 \text{ km} = 312 \text{ km} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ ذرع}}{104 \text{ cm}} = 3 \times 10^5 \text{ ذرع}$$

از طرفی برای نمایش عدد برحسب فرسنگ، در ادامه روند تبدیل زنجیره ای، به صورت زیر عمل می کنیم:

$$312 \text{ km} = 312 \text{ km} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ فرسنگ}}{3000 \text{ ذرع}} = 5 \times 10^1 \text{ فرسنگ}$$

۳۴۰ برای پاسخ دادن به این سؤال، از روش تبدیل زنجیره ای به صورت زیر استفاده می کنیم:

$$200 \text{ قیراط} = 200 \text{ قیراط} \times \frac{200 \text{ mgr}}{1 \text{ قیراط}} \times \frac{1 \text{ gr}}{1000 \text{ mgr}} = 40 \text{ gr}$$

۲۴۱ برای حل، از روش تبدیل زنجیره ای به صورت زیر استفاده می کنیم:

$$62208 \text{ kg} = 62208 \text{ kg} \times \frac{1000 \text{ gr}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ من تبریز}}{4186 \text{ gr}} \times \frac{1 \text{ من تبریز}}{640 \text{ من تبریز}} \times \frac{1 \text{ خروار}}{100 \text{ من تبریز}} = 200 \text{ خروار} = 2 \times 10^2 \text{ خروار}$$

۲۴۲ یکای نجومی، معادل میانگین فاصله زمین تا خورشید است و این یعنی فاصله متوسط زمین تا خورشید، برابر 1 AU می باشد.

۴۴۳ گام اول: ابتدا تندی ناوشکن را بر حسب متر بر ثانیه بازنویسی می کنیم:

$$400 \text{ تندی ناوشکن} = 400 \text{ تندی ناوشکن} \times \frac{0.5 \text{ m}}{1 \text{ س}} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم: در ادامه، مسافت طی شده را برحسب متر به دست می آوریم:

$$\text{مسافت طی شده} = 2 \text{ مایل} = 2 \text{ مایل} \times \frac{1850 \text{ m}}{1 \text{ مایل}} = 3700 \text{ m}$$

گام سوم: زمان مورد نظر برابر است با:

$$\text{زمان} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{تندی}} = \frac{3700}{400} = 9.25 \text{ s} = 9.25 \times 10^6 \text{ } \mu\text{s} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} 9.25 \times 10^7 \text{ } \mu\text{s}$$

۲۴۴ ابتدا حجم آب و سطح مقطع ظرف را به ترتیب برحسب m^3 و m^2 محاسبه می کنیم.

$$V = 6 \text{ گالن} \times \frac{4/4 \text{ lit}}{1 \text{ گالن}} = 26/4 \text{ lit} = 26/4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$A = \pi R^2 \approx 3 \times (0.2 \text{ m})^2 = 0.12 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow V = Ah \Rightarrow 26/4 \times 10^{-3} = 0.12 \times h \Rightarrow h = \frac{26/4 \times 10^{-3}}{0.12} = 0.22 \text{ m} = 220 \text{ mm}$$

۲۴۵ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۴۵ تا ۵۹)

دقت اندازه‌گیری

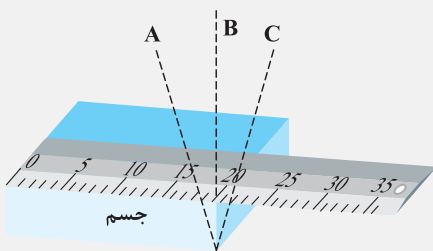
خلاصه نکات ۴

همان‌طور که می‌دانید، اندازه‌گیری همیشه با خطا همراه است. به‌طور کلی برای افزایش دقت اندازه‌گیری، عوامل زیر تأثیرگذار است:

- ۱ دقت شخص آزمایشگر
 - ۲ تعداد دفعات اندازه‌گیری
 - ۳ کیفیت و دقت وسیله اندازه‌گیری مورد استفاده
- در رابطه با موارد (۱) و (۲)، به نکات کاربردی زیر توجه کنید:

نکات مهم و کاربردی

۱ مهارت شخص آزمایشگر در قرائت عدد اندازه‌گیری شده، می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر روی دقت اندازه‌گیری داشته باشد. به‌طور مثال در شکل مقابل که تفاوت زاویه دید افراد مختلف را در اندازه‌گیری نشان می‌دهد، شخص B که به‌صورت عمود بر جسم نتیجه اندازه‌گیری را قرائت می‌کند، عملاً بیشترین دقت را در اندازه‌گیری داشته و خطای آن از سایرین کم‌تر است.



۲ برای کاهش خطای ناشی از اندازه‌گیری، می‌توان کمیت موردنظر را چندین بار اندازه‌گیری کرد و در نهایت میانگین آن‌ها را به‌عنوان نتیجه اندازه‌گیری آن کمیت درنظر گرفت. البته دقت کنید که اگر در نتایج مختلف اندازه‌گیری، یک یا دو عدد اختلاف زیادی با دیگر اعداد داشته باشند (داده‌های پرت) آن‌ها را حذف کرده و در میانگین‌گیری به‌حساب نمی‌آوریم. به‌طور مثال در شکل زیر که هر یک از خطوط آبی رنگ نتیجه یک اندازه‌گیری می‌باشد، داده به‌دست آمده در سمت چپ که اختلاف زیادی با بقیه اعداد دارد را حذف کرده و در میانگین‌گیری وارد نمی‌کنیم.

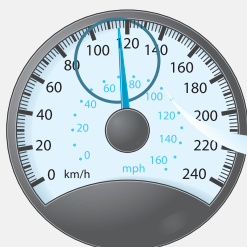


در رابطه با دقت وسایل اندازه‌گیری به ادامه بحث توجه کنید. دقت کنید که برای تعیین دقت اندازه‌گیری، باید به نوع آن دستگاه (یعنی مدرج یا دیجیتالی بودن آن) توجه کنیم. به همین منظور ابتدا به تحلیل دستگاه‌های مدرج و سپس دیجیتال می‌پردازیم:

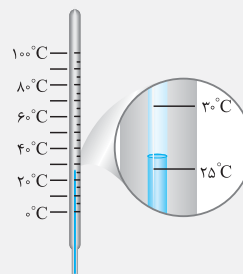
دقت اندازه‌گیری در وسایل درجه‌بندی‌شده

در وسایل درجه‌بندی شده (مانند خط‌کش فلزی) که در نهایت عدد اندازه‌گیری شده را با چشم تخمین می‌زنیم، دقت اندازه‌گیری یک خط‌کش و یا یک وسیله درجه‌بندی شده، برابر کوچک‌ترین مقدار درجه‌بندی آن می‌باشد. به‌عنوان مثال در یک خط‌کش مدرج برحسب سانتی‌متر، دقت اندازه‌گیری ۱ cm است.

تمرین ۱ در شکل (۱)، دقت اندازه‌گیری توسط تندی‌سنج چند کیلومتر بر ساعت و در شکل (۲)، دقت اندازه‌گیری توسط دماسنج، چند درجه سلسیوس است؟

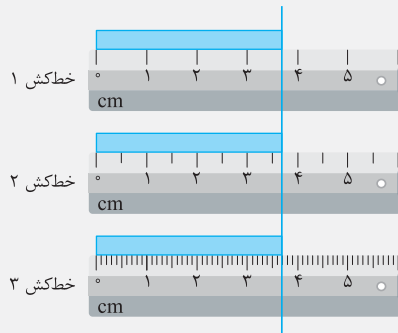


شکل (۱)



شکل (۲)

پاسخ با توجه به این‌که کوچک‌ترین تقسیم‌بندی تندی‌سنج برابر $\frac{2 \text{ km}}{\text{h}}$ است، دقت اندازه‌گیری این تندی‌سنج برابر $\frac{2 \text{ km}}{\text{h}}$ است. از سوی دیگر کوچک‌ترین تقسیم‌بندی دماسنج برابر 5°C بوده و دقت اندازه‌گیری آن نیز 5°C است.



تمرین ۲ در سه تصویر نشان داده شده، دقت اندازه‌گیری توسط هر خطکش را با هم مقایسه کنید.

پاسخ خطکش ۱: کمینه درجه‌بندی این خطکش، برابر ۱ cm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۱ cm است.

خطکش ۲: کمینه درجه‌بندی این خطکش، برابر ۰.۵ cm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۰.۵ cm است.

خطکش ۳: کمینه درجه‌بندی این خطکش، برابر ۱ mm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۱ mm است. با توجه به تقسیم‌بندی‌های ریزتر خطکش (۳)، با کمک آن می‌توان طول‌ها را دقیق‌تر اندازه‌گیری کرد.

دقت اندازه‌گیری در وسایل رقمی (دیجیتال)

با پیشرفت علم، در بسیاری از موارد عملاً اندازه‌گیری با وسایل دیجیتالی (رقمی) انجام می‌شود و دیگر به کمک چشم مقدار کمیت مورد نظر تخمین زده نمی‌شود. دقت اندازه‌گیری برای وسایل دیجیتالی با وسایل درجه‌بندی شده که تاکنون بررسی کردیم، تفاوت دارد و در مورد آن نکات زیر حائز اهمیت است:



۱ در این دستگاه‌ها، یک واحد از کوچک‌ترین (آخرین) رقمی که توسط دستگاه اندازه‌گیری می‌شود معادل با دقت دستگاه است. به عنوان مثال دماسنج‌های دیجیتالی مقابل را در نظر بگیرید:

در این شکل‌ها، دقت دماسنج شکل (۱) که عدد 26.8°C را می‌خواند برابر 0.1°C و دقت دماسنج شکل (۲) که عدد 32°C را می‌خواند برابر 1°C است.

۲ در شکل‌های نشان داده شده در فوق، دماسنج (۱) دقت بیشتری نسبت به دماسنج (۲) دارد و اگر بخواهیم اعداد اندازه‌گیری شده توسط آن‌ها را دقیق‌تر نشان دهیم، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

(۱) $26.8^{\circ}\text{C} \pm 0.1^{\circ}\text{C}$: عدد دماسنج (۱)
آخرین رقمی که دماسنج نشان می‌دهد.

(۲) $32^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$: عدد دماسنج (۲)
آخرین رقمی که دماسنج نشان می‌دهد.

۳ در دماسنج (۱)، عملاً عدد واقعی اندازه‌گیری شده برای دما، در محدوده زیر قرار می‌گیرد:

$$26.7^{\circ}\text{C} \leq \text{عدد واقعی دما در دماسنج (۱)} \leq 26.9^{\circ}\text{C}$$

۴ در اندازه‌گیری با دستگاه‌های دیجیتالی، برای محاسبه دقت اندازه‌گیری، می‌توان به جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به جای بقیه رقم‌ها عدد صفر گذاشت و ممیز در سرجای خود باقی می‌ماند. با این روش، دقت اندازه‌گیری برحسب واحد داده شده به دست می‌آید. به طور مثال اگر عدد گزارش شده توسط یک دستگاه دیجیتال به صورت 18.063 mm گزارش شود، برای محاسبه دقت اندازه‌گیری این دستگاه می‌توان نوشت:

$$18.063 \xrightarrow{\text{محاسبه دقت اندازه‌گیری}} 0.001 \text{ mm} \text{ یا } 0.001 \text{ mm}$$

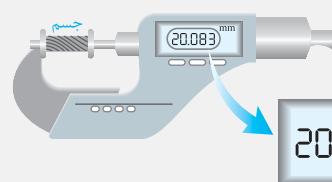
تمرین ۳ دو تندیس دیجیتالی A و B، تندیس اتومبیلی را به ترتیب $25.2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و $25.20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ اندازه‌گیری کرده‌اند. دقت اندازه‌گیری کدام یک از این دو تندیس سنج بیشتر است؟

پاسخ برای هر یک از اندازه‌گیری‌های انجام شده، آخرین رقمی را که تندیس سنج نشان می‌دهد، مدنظر قرار می‌دهیم:

A : اندازه‌گیری توسط 25.2 ، B : اندازه‌گیری توسط 25.20
آخرین رقم 0.1 و مرتبه آن 0.1 است. آخرین رقم 0.01 و دقت آن 0.01 است.

با توجه به این که مرتبه آخرین رقم در اندازه‌گیری توسط دستگاه B کوچک‌تر است، بنابراین اندازه‌گیری توسط دستگاه B دقیق‌تر بوده و دقت اندازه‌گیری دستگاه B بیشتر از A است.

تمرین ۴ ریزسنج دیجیتالی، یکی از وسایلی است که به کمک آن با دقت بسیار زیادی می‌توان طول یک جسم را اندازه گرفت. شکل زیر نمایشی از یک اندازه‌گیری با ریزسنج دیجیتالی است. در رابطه با این ریزسنج، به موارد زیر پاسخ دهید:



الف) آخرین رقمی که ریزسنج در این اندازه‌گیری نشان می‌دهد، کدام است؟

ب) دقت اندازه‌گیری ریزسنج دیجیتالی چند میلی‌متر است؟

ج) طول واقعی این جسم در چه محدوده‌ای قرار می‌گیرد؟

پاسخ

الف) آخرین رقم سمت راست اندازه‌گیری عبارت است از:

$$20.083 \text{ mm}$$

→ آخرین رقم سمت راست

ب) با توجه به مرتبه آخرین رقم سمت راست، دقت اندازه‌گیری برابر 0.001 mm است.

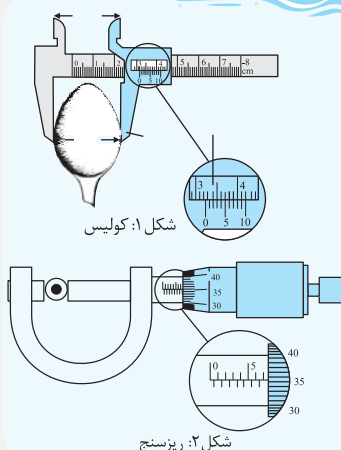
$$20.083 \text{ mm} \pm 0.001 \text{ mm}$$

ج) با توجه به دقت اندازه‌گیری دستگاه، نمایش واقعی این عدد به صورت مقابل می‌باشد:

این موضوع یعنی طول واقعی این جسم در محدوده زیر قرار می‌گیرد:

$$20.083 \text{ mm} - 0.001 \text{ mm} \leq \text{طول واقعی} \leq 20.083 \text{ mm} + 0.001 \text{ mm} \Rightarrow 20.082 \text{ mm} \leq \text{طول واقعی} \leq 20.084 \text{ mm}$$

بررسی یک موضوع کاربردی



وسایل اندازه‌گیری طول: برخی از وسایل اندازه‌گیری طول عبارتند از:

الف) خطکش معمولی (میلی‌متری): با این وسیله طول‌های نه چندان بزرگ و نه چندان کوچک را می‌توان اندازه گرفت. کمینه تقسیم‌بندی خطکش معمولی برابر 1 mm است، بنابراین به کمک این خطکش طول‌هایی مانند 41.82 mm یا 42.12 mm را نمی‌توان اندازه گرفت.

ب) کولیس: برخی اوقات لازم است طول‌هایی با دقت بیشتر از خطکش میلی‌متری (معمولی) اندازه‌گیری شود. در این موقع می‌توان از کولیس که کمینه تقسیم‌بندی در آن معمولاً برابر 0.1 mm می‌باشد، استفاده کرد.

ج) ریزنسج: این وسیله نیز از جمله وسایل اندازه‌گیری طول می‌باشد که دقت اندازه‌گیری آن بیشتر از خطکش معمولی و کولیس و معمولاً 0.01 mm می‌باشد. کمینه تقسیم‌بندی در ریزنسج برابر 0.01 mm است. در واقع با ریزنسج می‌توان مقادیر کوچک‌تری را اندازه گرفت.

بیشتر بدانید: ارقام بامعنا و رقم غیرقطعی

رقم‌هایی را که بعد از اندازه‌گیری یک کمیت فیزیکی ثبت می‌کنند، رقم‌های بامعنا می‌گویند. در رابطه با این موضوع به موارد زیر توجه کنید:

برای شمارش ارقام معنادار از اولین عدد (غیرصفر) سمت چپ شروع می‌کنیم و تا آخرین رقم سمت راست (حتی صفرها) پیش می‌رویم. به عنوان مثال عدد $1/411$ دارای چهار رقم بامعنا و عدد 0.0520 دارای سه رقم بامعنا می‌باشد.

اولین رقم غیرصفر سمت چپ ← آخرین رقم سمت راست
۱/۴۱۱
چهار رقم بامعنا

اولین رقم غیرصفر سمت چپ ← آخرین رقم سمت راست
۰/۰۵۲۰
سه رقم بامعنا

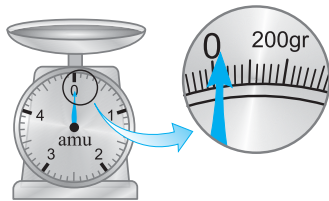
آخرین رقم معنادار سمت راست را رقم غیرقطعی (حدسی) می‌گویند. به عنوان مثال در اعداد $1/411$ و 0.0520 داریم:

۱/۴۱(۱) ، ۰/۰۵۲(۰)
رقم غیرقطعی که مرتبه آن ۰/۰۰۱ است. رقم غیرقطعی که مرتبه آن ۰/۰۰۰۱ است.

در مقایسه دو اندازه‌گیری، بدیهی است که هرچه مرتبه رقم غیرقطعی کوچک‌تر باشد، یعنی حدس کم‌تری در اندازه‌گیری داشته‌ایم و اندازه‌گیری با وسیله دقیق‌تری انجام شده است.

دقت وسیله اندازه‌گیری، مهارت شخص آزمایشگر و تعداد دفعات انجام آزمایش، از عواملی هستند که بر خطای آزمایش و دقت اندازه‌گیری در آن مؤثر هستند (۳ مورد). از طرفی یکای مورد استفاده برای گزارش مقدار کمیت‌های اندازه‌گیری شده و همین‌طور دیجیتالی بودن یا نبودن وسیله اندازه‌گیری، ارتباطی با مقدار دقت و خطای آزمایش ندارند.

۳۴ برای وسایل درجه‌بندی شده، کم‌ترین تقسیم‌بندی آن وسیله و برای وسایل دیجیتالی، یک واحد از آخرین رقمی که خوانده می‌شود، برابر دقت اندازه‌گیری آن وسیله می‌باشد.



۱۴۷ همان‌گونه که در صفحه ترازو می‌بینیم، فاصله بین صفر تا عدد ۲۰۰ گرم، به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. بنابراین هر قسمت برابر ۲۰gr است و در نتیجه دقت اندازه‌گیری این ترازو برابر ۲۰gr یا 2×10^{-2} است.

۱۴۸ همان‌طور که می‌دانیم، دقت اندازه‌گیری در وسایل مدرج، برابر کمینه درجه‌بندی آن وسیله است. بنابراین در شکل‌های (الف) و (ب)، دقت اندازه‌گیری به ترتیب برابر ۱cm و $1 \text{ mm} = 0.1 \text{ cm}$ است.



(ب)



(الف)

۳۴۹ کوچک‌ترین درجه‌بندی این خط‌کش برابر ۵cm است. بنابراین دقت اندازه‌گیری این خط‌کش برابر ۵mm = ۰.۵cm است.

۱۵۰ با توجه به شکل داده شده در صورت سؤال، کوچک‌ترین مقیاس دماسنج نشان داده شده برابر 5°C می‌باشد. بنابراین دقت اندازه‌گیری این وسیله، برابر 5°C است.

۳۵۱ ابتدا باید دقت شود، آن اندازه‌گیری دقیق‌تر است که مقادیر کوچک‌تری را بتواند اندازه بگیرد. برای بررسی راحت‌تر، مرتبه آخرین رقم سمت راست در گزینه‌ها را برحسب متر به‌دست می‌آوریم:

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} = 0.1 \text{ km} = 0.1 \times 10^3 \text{ m} = 100 \text{ m} \Rightarrow 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} \quad (1)$$

↓
مرتبه آخرین رقم سمت راست

$$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m} = 0.001 \text{ mm} = 0.001 \times 10^{-3} \text{ m} = 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m} \quad (2)$$

↓
مرتبه آخرین رقم سمت راست

$$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} = 0.01 \text{ cm} = 0.01 \times 10^{-2} \text{ m} = 10^{-4} \text{ m} \Rightarrow 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} \quad (3)$$

$$1 \text{ m} = 10^{-1} \text{ m} = 0.1 \text{ m} = 0.1 \times 10^{-1} \text{ m} = 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow 1 \text{ m} = 10^{-1} \text{ m} \quad (4)$$

↓
مرتبه آخرین رقم سمت راست

بنابراین مرتبه آخرین رقم سمت راست در گزینه (۳) از همه کوچک‌تر است و در نتیجه دقت اندازه‌گیری در آن بیشتر می‌باشد.

۱۵۲ دقت اندازه‌گیری برای وسایل دیجیتالی، یک واحد از آخرین رقمی است که خوانده می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$3.25 \text{ A} \xrightarrow{\text{دقت اندازه‌گیری}} 0.01 \text{ A}$$

۲۵۳ برای محاسبه دقت اندازه‌گیری در وسایل دیجیتالی، می‌توان به جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به جای بقیه رقم‌ها عدد صفر گذاشت و ممیز در سر جای خود باقی بماند. با این روش، دقت اندازه‌گیری برحسب واحد داده شده به‌دست می‌آید. در این سؤال، عدد گزارش شده توسط آمپرسنج دیجیتال برابر ۲/۰۴mA است، بنابراین دقت اندازه‌گیری آن برحسب میکروآمپر برابر است با:

$$1 \mu\text{A} = 10^{-6} \text{ A} = 0.001 \text{ mA} = 0.001 \text{ mA} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری}$$

تذکر

$$1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A} = 10^{-3} \times 10^{-6} \mu\text{A} = 10^{-9} \mu\text{A} \Rightarrow 1 \text{ mA} = 10^{-3} \mu\text{A}$$

دقت شود هر میلی‌آمپر برابر 10^3 میکروآمپر است.

۳۵۴ برای محاسبه دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی A برحسب کیلوگرم، با توجه به این‌که عدد گزارش شده شامل سه رقم اعشار است، دقت اندازه‌گیری آن به‌اندازه ۰/۰۰۱ واحد نوشته شده در جلوی عدد است:

$$2.400 \text{ kg} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = 0.001 \text{ kg}$$

دقت: ۰/۰۰۱kg

از طرفی برای محاسبه دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی B برحسب گرم (gr)، ابتدا دقت اندازه‌گیری آن را برحسب واحد نوشته شده در جلوی عدد، یعنی kg، به‌دست می‌آوریم و سپس دقت اندازه‌گیری آن را برحسب گرم محاسبه می‌کنیم:

$$4.9010 \text{ kg} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = 0.0001 \text{ kg} = 0.0001 \times (10^3 \text{ gr}) = 0.1 \text{ gr}$$

دقت: ۰/۰۰۰۱kg

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

سؤال به‌نظر شما دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی A برحسب گرم چه‌قدر است؟

۱۵۵ کمترین مقداری که ساعت اول می‌تواند اندازه‌گیری کند، ۱ دقیقه می‌باشد و در نتیجه دقت اندازه‌گیری این ساعت برابر ۱ دقیقه یا همان ۶۰ ثانیه است. از سوی دیگر دقت اندازه‌گیری ساعت دوم، برابر یک ثانیه است (چون کمترین مقداری که می‌تواند اندازه‌گیری کند، برابر یک ثانیه است).

دقت اندازه‌گیری ۱ ثانیه است. $12:00:00 \rightarrow$ ثانیه
دقت اندازه‌گیری ۱ دقیقه یا ۶۰ ثانیه است. $12:00 \rightarrow$ دقیقه
ساعت

۴۵۶ دقت اندازه‌گیری توسط دستگاه دیجیتالی در هر یک از گزینه‌ها را برحسب gr به دست می‌آوریم:

۱) $35/43 \text{ gr} \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $0/01 \text{ gr}$
معادل با dgr (دسی‌گرم)
دقت: $0/01 \text{ gr}$

۲) $78/5 \text{ dgr} \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $0/1 \text{ dgr} = 0/1 \times (10^{-1} \text{ gr}) = 0/01 \text{ gr}$
معادل با kg
دقت: $0/1 \text{ dgr}$

۳) $4/74 \times 10^{-3} \text{ kg} \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $0/01 \times 10^{-3} \text{ kg} = 0/01 \times 10^{-3} \times (10^3 \text{ gr}) = 0/01 \text{ gr}$
معادل با mgr
دقت: $0/01 \times 10^{-3} \text{ kg}$

۴) $456 \text{ mgr} \xrightarrow{\text{به صورت یک عدد تنها و بدون ممیز}} 1 \text{ mgr} = 1 \times (10^{-3} \text{ gr}) = 0/001 \text{ gr}$
معادل با mgr

دقت اندازه‌گیری در هر سه گزینه (۱)، (۲) و (۳) برابر $0/01 \text{ gr}$ و در گزینه (۴) برابر $0/001 \text{ gr}$ است.

۵۷۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، هر یک از عبارت‌ها را به صورت جداگانه بررسی می‌کنیم:

الف) با توجه به این‌که دستگاه موردنظر به صورت دیجیتالی است، بنابراین دقت اندازه‌گیری آن از مرتبه آخرین رقم قابل اندازه‌گیری توسط دستگاه، یعنی برابر $0/001 \text{ mm}$ است.

ب) بنابراین نمایش واقعی این عدد به صورت مقابل می‌باشد:

$$20/083 \text{ mm} \pm 0/001 \text{ mm}$$

پ) طول واقعی این جسم در محدوده زیر قرار می‌گیرد:

$$20/084 \text{ mm} \leq \text{طول واقعی} \leq 20/082 \text{ mm} + 0/001 \text{ mm} \rightarrow 20/082 \text{ mm} \leq \text{طول واقعی} \leq 20/083 \text{ mm} - 0/001 \text{ mm}$$

بنابراین دو عبارت الف) و ب) صحیح هستند.

۵۸۲ هنگامی‌که فرد در مکان B قرار دارد، به صورت عمود بر جسم، عدد نشان داده شده توسط خط‌کش را می‌بیند. از این‌رو عدد خوانده شده در این حالت به طول واقعی جسم نزدیک‌تر است.

۵۹۱ اختلاف بین اندازه‌گیری‌های اول و ششم با سایرین خیلی زیاد است (داده‌های پرت) و از آن‌ها صرف‌نظر کرده و به صورت زیر میانگین‌گیری می‌کنیم:

$$\text{جرم جسم} = \frac{8/2 + 8/3 + 8/4 + 8/3}{4} = 8/3 \text{ kg}$$

از طرفی این اندازه‌گیری با یک ترازوی دیجیتالی با دقت 100 gr یا $0/1 \text{ kg}$ انجام شده و با توجه به دقت اندازه‌گیری آن می‌توان نوشت:

$$\text{جرم جسم} = 8/3 \pm 0/1 \text{ kg} \xrightarrow{\text{محدوده واقعی جرم جسم}} 8/3 - 0/1 \leq m \leq 8/3 + 0/1 \Rightarrow 8/2 \text{ kg} \leq m \leq 8/4 \text{ kg}$$

۶۰۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۶۰ تا ۹۲)

چگالی (جرم حجمی)

خلاصه نکات

به نسبت جرم (m) به حجم (V) یک ماده، چگالی آن ماده می‌گویند. به عبارتی، «جرم واحد حجم هر ماده، برابر با چگالی آن ماده است» و می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \text{یکای چگالی در SI} \equiv \text{kg} / \text{m}^3$$

جرم ماده
↑
چگالی: $\rho = \frac{m}{V}$
↓
حجم ماده

معمولاً سؤالاتی که از میحث چگالی در کنکور مطرح می‌شوند، نیاز به تبدیل واحد دارند. در اکثر این سؤالات، تبدیل یکاهای زیر مورد استفاده قرار می‌گیرند، بنابراین توصیه می‌شود آن‌ها را به خاطر بسپارید:

$$\text{مترمکعب} \xrightleftharpoons[\times 1000]{\div 1000} \text{لیتر}$$

۱ تبدیل لیتر به مترمکعب و برعکس: هر مترمکعب برابر با 1000 لیتر است، بنابراین:

● برای تبدیل مترمکعب به لیتر، حجم داده شده را در 1000 (یا 10^3) ضرب می‌کنیم.

● برای تبدیل لیتر به مترمکعب، حجم داده شده را بر 1000 (یا 10^3) تقسیم می‌کنیم.

تبدیل سانتی مترمکعب به لیتر و برعکس: می دانیم هر لیتر برابر با ۱۰۰۰ سانتی مترمکعب است، بنابراین:

$$\text{cm}^3 \xrightleftharpoons[\times 1000]{\div 1000} \text{Lit}$$

- برای تبدیل لیتر به سانتی مترمکعب، حجم داده شده را در ۱۰۰۰ (یا ۱۰^۳) ضرب می کنیم.
- برای تبدیل سانتی مترمکعب به لیتر، حجم داده شده را بر ۱۰۰۰ (یا ۱۰^۳) تقسیم می کنیم.

تبدیل گرم بر سانتی مترمکعب (gr/cm^۳) به کیلوگرم بر مترمکعب (kg/m^۳) و برعکس: یک گرم بر سانتی مترمکعب برابر با ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب است، بنابراین:

$$\text{kg/m}^3 \xrightleftharpoons[\times 1000]{\div 1000} \text{gr/cm}^3$$

- برای تبدیل gr/cm^۳ به kg/m^۳، چگالی داده شده را در ۱۰۰۰ ضرب می کنیم.
- برای تبدیل kg/m^۳ به gr/cm^۳، چگالی داده شده را بر ۱۰۰۰ تقسیم می کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

تذکره: برای مقایسه چگالی دو ماده، به صورت مقابل عمل می کنیم:

در ادامه با حل سه تمرین خوب و آموزشی، مفاهیم این بخش را بهتر درک می کنیم.

تمرین ۱: جرم ۵۰ سانتی مترمکعب محلول یک اسید ۶۰ گرم است. جرم حجمی این محلول بر حسب gr/Lit و kg/m^۳، از راست به چپ کدام است؟

۱۲۰۰، ۱۲۰۰ (۴)

۱۲۰، ۱/۲ (۳)

۱۲، ۱۲ (۲)

۰/۱۲، ۱/۲ (۱)

پاسخ: برای پاسخ دادن به این سؤال، گام های زیر را طی می کنیم:

گام اول: (محاسبه چگالی محلول بر حسب kg/m^۳)

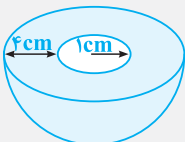
$$\left\{ \begin{array}{l} m = 60 \text{ gr} \\ V = 50 \text{ cm}^3 \end{array} \right. \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{60}{50} = 1.2 \text{ gr/cm}^3 \xrightarrow[\text{تبدیل gr/cm}^3 \text{ به kg/m}^3]{\times 1000} \rho = 1200 \text{ kg/m}^3$$

گام دوم: (محاسبه چگالی محلول بر حسب gr/Lit)

$$\left\{ \begin{array}{l} m = 60 \text{ gr} \\ V = 50 \text{ cm}^3 \end{array} \right. \xrightarrow[\text{تبدیل cm}^3 \text{ به Lit}]{\div 1000} V = 0.05 \text{ Lit} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{60}{0.05} = 1200 \text{ gr/Lit}$$

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

تمرین ۲: شکل روبه رو نیم کره ای از جنس یک فلز با چگالی ۶ gr/cm^۳ را نشان می دهد که حفره ای به شکل نیم کره در آن ایجاد شده است. وزن این جسم چند نیوتون است؟ (g ≈ ۱۰ $\frac{m}{s^2}$, π ≈ ۳)



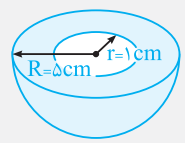
۲۹/۷۶ (۴)

۱/۵ (۳)

۱۴/۸۸ (۲)

۷/۴۴ (۱)

پاسخ: ابتدا با کمک رابطه حجم یک کره ($\frac{4}{3}\pi R^3$)، حجم فلز به کار رفته در ساخت این جسم را از تفاضل حجم



نیم کره های خارجی و داخلی به دست می آوریم که برابر است با:

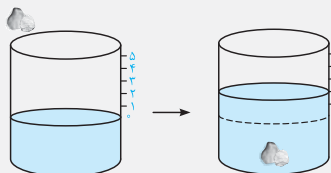
$$\text{حجم فلز: } V = \frac{1}{3} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) \Rightarrow V = \frac{4}{3} \times 3 \times (4^3 - 1^3) = 248 \text{ cm}^3$$

در ادامه جرم این جسم به سادگی به دست می آید:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 6 \times 248 = 1488 \text{ gr} = 1.488 \text{ kg}$$

حال وزن این جسم برابر است با:

$$W = mg = 1.488 \times 10 = 14.88 \text{ N} \quad (\text{گزینه ۲})$$



نکات مهم و کاربردی: معمولاً برای اندازه گیری حجم اجسامی که شکل مشخصی ندارند از استوانه مدرج

استفاده می کنند، یعنی جسم مورد نظر را درون یک استوانه مدرج می اندازند، حجم مایع (آب) جابه جا شده (با فرض آن که آب در ماده نفوذ نکند که البته برای این منظور ماده را آغشته به پارافین می کنند)،

برابر با حجم جسم است.

تمرین ۳: جرم یک گلوله آهنی ۳۹۰ گرم و چگالی آن ۷۸۰۰ kg/m^۳ است. اگر گلوله آهنی را به آرامی در ظرف پر از الکل فرو ببریم و چگالی

(تجربی فارغ ۹۰)

الکل ۸۰۰ گرم بر لیتر باشد، چند گرم الکل از ظرف خارج می شود؟

۴۰۰۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۳۹۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

پاسخ در این گونه مسائل ابتدا باید توجه شود که حجم الکلی سرریز شده برابر حجم گلوله آهنی است. در ادامه برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: (محاسبه حجم گلوله آهنی): $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3 = 7.8 \text{ gr/cm}^3$ چگالی آهن، $m = 3900 \text{ gr}$ جرم گلوله آهنی

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \text{حجم گلوله} : V = \frac{m}{\rho} = \frac{3900}{7.8} = 500 \text{ cm}^3$$

گام دوم: (محاسبه جرم الکلی سرریز شده): حجم الکلی سرریز شده برابر حجم گلوله بوده و می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{الکل}} = 0.8 \text{ gr/Lit} = 0.8 \text{ gr/cm}^3 \text{ چگالی الکلی} , V_{\text{الکل}} = 500 \text{ cm}^3 \text{ حجم الکلی}$$

$$m_{\text{الکل}} = \rho_{\text{الکل}} \times V_{\text{الکل}} = 0.8 \times 500 = 400 \text{ gr} \text{ (گزینه ۱)}$$

با توجه به تساوی حجم گلوله و حجم الکلی سرریز شده می‌توان نوشت:

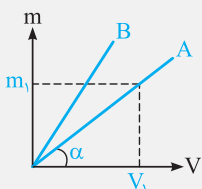
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{\text{آهن}} = V_{\text{الکل}} \Rightarrow \frac{m_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{آهن}}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}} \Rightarrow \frac{3900}{7800} = \frac{m_{\text{الکل}}}{0.8} \Rightarrow m_{\text{الکل}} = 400 \text{ gr}$$

خلاصه حرف‌های

دقت شود که gr/Lit و kg/m^3 با یکدیگر معادل هستند (چرا؟).

نمودارهای مربوط به چگالی

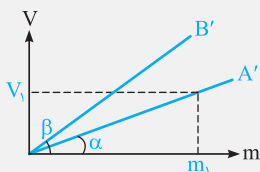
در صورت رسم نمودار جرم یک جسم بر حسب حجم آن، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:



۱ شیب نمودار برابر با چگالی جسم است $(\rho_A = \tan \alpha = \frac{m_1}{V_1})$.

۲ هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، چگالی آن جسم بیشتر است $(\rho_B > \rho_A)$.

تذکر در صورت رسم نمودار حجم یک جسم بر حسب جرم آن که در برخی تست‌ها انجام می‌شود، به موارد زیر توجه کنید:



۱ شیب نمودار برابر با عکس چگالی جسم است $(\tan \alpha = \frac{V_1}{m_1} = \frac{1}{\rho_{A'}})$.

۲ این موضوع یعنی در شکل مقابل هرچه شیب نمودار کمتر باشد، چگالی جسم بیشتر است $(\rho_{A'} > \rho_{B'})$.

با توجه به تعریف چگالی می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{چگالی} : \rho = \frac{m}{V} \\ \text{جرم} : m = 405 \text{ gr} = 405 \times (10^{-3} \text{ kg}) = 405 \times 10^{-3} \text{ kg} \Rightarrow \rho = \frac{405 \times 10^{-3} \text{ kg}}{150 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = 2700 \text{ kg/m}^3 \\ \text{حجم} : V = 150 \text{ cm}^3 = 150 \times (10^{-2} \text{ m})^3 = 150 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \end{array} \right.$$

۱۶۱ ابتدا باید دقت شود که دسی‌متر یعنی 10^{-1} m و دسی‌متر مکعب، معادل 10^{-3} m^3 است.

در SI، یکاهای کمیت‌های جرم، چگالی و حجم به ترتیب kg ، kg/m^3 و m^3 است. بنابراین ابتدا باید داده‌های سؤال را به یکای آن‌ها در SI تبدیل کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{جرم} : m = 5 \text{ gr} = 5 \times (10^{-3} \text{ kg}) = 5 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ \text{حجم} : V = 0.002 \text{ dm}^3 = 0.002 \times (10^{-1} \text{ m})^3 = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \end{array} \right. \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{5 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-6}} = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

۱۶۲ دو لیتر خون معادل با 2000 cm^3 بوده و جرم آن برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1.05 = \frac{m}{2000} \Rightarrow m = 2100 \text{ gr} = 210 \text{ dagr}$$

تذکر

$$1 \text{ dagr} = 10^1 \text{ gr} \longrightarrow 1 \text{ gr} = 10^{-1} \text{ dagr}$$

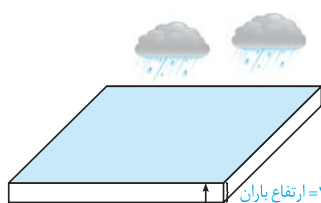
برای تبدیل گرم به دکاگرم، آن را در 10^{-1} ضرب کرده‌ایم:

۳۶۳ برای تبدیل gr/mm^3 به kg/cm^3 به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\rho = 0.01 \frac{\text{gr}}{(\text{mm})^3} = 0.01 \times \frac{(10^{-3} \text{ kg})}{(10^{-1} \text{ cm})^3} = 0.01 \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-3} \text{ cm}^3} = 0.01 \text{ kg/cm}^3$$

توجه هر میلی‌متر برابر با 0.1 یا 10^{-1} سانتی‌متر است.

گام اول: (محاسبه حجم باران):



ارتفاع آب باران $\times$ مساحت زمین $= V$: حجم باران باریده شده روی زمین

$$\text{ارتفاع باران} = 40 \text{ mm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{سطح زمین} = 2500 \text{ km}^2 = 2500 \times (10^3 \text{ m})^2 = 2/5 \times 10^9 \text{ m}^2$$

$$\text{حجم باران} = V = 2/5 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-2} = 10^8 \text{ m}^3$$

گام دوم: (محاسبه جرم باران): طبق رابطه چگالی داریم: $m = \rho V = 10^3 \times 10^8 = 10^{11} \text{ kg}$ جرم باران

گام اول: (محاسبه جرم ظرف و جرم مایع): اگر ظرف به طور کامل از مایع پر شود، جرم مایع درون ظرف را برابر m در نظر می گیریم. حال اگر ظرف تا نیمه از مایع پر شود، جرم مایع داخل ظرف برابر $\frac{m_{\text{مایع}}}{2}$ خواهد بود. حال می توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{جرم کل} = m_{\text{ظرف}} + \frac{m_{\text{مایع}}}{2} = 240 \text{ gr} \Rightarrow \text{ظرف تا نیمه از مایع پر شود.} \\ m_{\text{مایع}} + m_{\text{ظرف}} = 300 \text{ gr} \Rightarrow \text{ظرف به طور کامل از مایع پر شود.} \end{array} \right.$$

با توجه به دو معادله به دست آمده در فوق، جرم ظرف و جرم مایع به دست می آید.

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{\text{ظرف}} + \frac{m_{\text{مایع}}}{2} = 240 \\ m_{\text{مایع}} + m_{\text{ظرف}} = 300 \end{array} \Rightarrow m_{\text{ظرف}} = 180 \text{ gr}, m_{\text{مایع}} = 120 \text{ gr} \right.$$

گام دوم: (محاسبه چگالی مایع): حال با توجه به حجم کل ظرف که برابر حجم کل مایع است، می توان چگالی مایع را به دست آورد:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} = \frac{120}{80} = 1/5 \text{ gr/cm}^3$$

گام اول: (محاسبه جرم مایع پرکننده ظرف برابر $240 \text{ gr} - 300 \text{ gr} = 60 \text{ gr}$) و جرم روغن پرکننده ظرف برابر $160 \text{ gr} - 300 \text{ gr} = 460 \text{ gr}$)

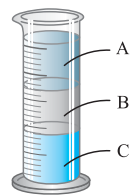
است. از طرفی حجم مایع و حجم روغن داخل ظرف با هم برابر است. بنابراین می توان نوشت:

$$V_{\text{مایع}} = V_{\text{روغن}} \Rightarrow \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}} \Rightarrow \frac{240}{1/5} = \frac{160}{\rho_{\text{روغن}}} \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = 2/3 \text{ gr/cm}^3 = 800 \text{ kg/m}^3 = 800 \text{ gr/Lit}$$

دقت شود که سنگین بودن یک جسم نسبت به جسم دیگر، دلیل بر فرورفتن آن جسم در آب نمی شود. به طور مثال فرض کنید 5 kg آهن و 5 kg چوب را بر روی سطح آب قرار دهیم. گرچه جرم این چوب بیشتر از آهن است (سنگین تر است)، ولی چون چگالی آن کمتر از چگالی آب است، در آب فرو نمی رود ولی از آن جایی که چگالی آهن بیشتر از چگالی آب است، آهن در آب فرو می رود.

در گزینه (۲) نیز چون چگالی پرتقال با پوست، کمتر از آب است بر روی سطح آب شناور می ماند ولی چون چگالی پرتقال بدون پوست، بیشتر از آب است، در آب فرو می رود.

گام اول: (محاسبه چگالی مایع): مایعی که چگالی آن بیشتر است، پایین تر قرار می گیرد. بنابراین جیوه که چگالی آن بیشتر از دو مایع دیگر است در کف ظرف قرار می گیرد.

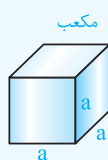


$$\rho_{\text{جیوه}} > \rho_{\text{آب}} > \rho_{\text{روغن زیتون}} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{A: روغن زیتون} \\ \text{B: آب} \\ \text{C: جیوه} \end{array} \right.$$

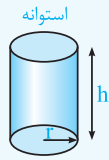
۳ ۶۹

یادآوری

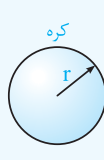
حجم برخی از اجسام که شکل هندسی مشخصی دارند به صورت زیر است، آن ها را به خاطر بسپارید:



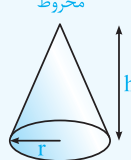
$$V = a^3$$



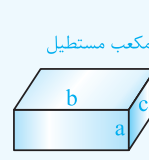
$$V = \pi r^2 h$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



$$V = abc$$

در مسائلی که شکل هندسی یک جسم تغییر می کند، جرم آن ثابت می ماند.

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 \text{ cm}^3, \rho = \frac{6 \text{ gr}}{\text{cm}^3}, m = ?$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 6 \times \frac{4}{3} \times \pi \times 125 = 1000 \pi \text{ gr} \Rightarrow m = \pi \text{ kg} = 3/14 \text{ kg}$$

۲۷۰ باتوجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۵)، گزینه (۲) صحیح است.

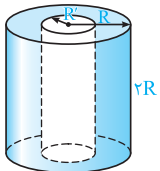
۴۷۱ گام اول: ابتدا جرم جسم را از رابطه زیر برحسب گرم به دست می آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 4 \times (2 \times 2 \times 2) = 32 \text{ gr}$$

حجم مکعب برحسب cm^3
واحد $\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$

گام دوم: در ادامه با توجه به استراتژی تبدیل واحد به صورت زنجیره ای داریم:

$$m = 32 \text{ gr} = 32 \text{ gr} \times \frac{1 \text{ قیراط}}{200 \times 10^{-3} \text{ gr}} = 160 \text{ قیراط}$$



۲۷۲ در طول فرایند تغییر شکل، جرم جسم ثابت می ماند. از طرفی چگالی ماده نیز ثابت است، در نتیجه با توجه به رابطه

$$m = \rho V, \text{ حجم ماده نیز در طول فرایند ثابت می ماند و داریم:}$$

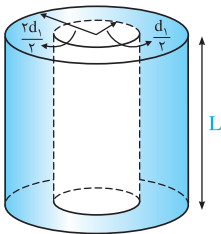
$$\begin{cases} V_1 = \frac{4}{3} \pi R^3 & \text{حجم کره (در حالت اول)} \\ V_2 = (\pi R^2 - \pi R'^2) \times 2R = 2\pi R^3 - 2\pi R'^2 \times R & \text{حجم استوانه (در حالت دوم)} \end{cases}$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 = 2\pi R^3 - 2\pi R'^2 R \Rightarrow 2\pi R R'^2 = \frac{2}{3} \pi R^3 \Rightarrow R'^2 = \frac{1}{3} R^2 \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۴۷۳ با توجه به رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، به راحتی می توان نوشت:

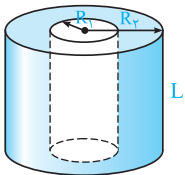
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = \rho \left(\pi \frac{d_2^2}{4} - \pi \frac{d_1^2}{4} \right) L = \frac{1}{4} \pi \rho L (d_2^2 - d_1^2)$$

$$\xrightarrow{d_2 = 2d_1} m = \frac{1}{4} \pi \rho L ((2d_1)^2 - d_1^2) = \frac{3}{4} \pi \rho L d_1^2$$



۴۷۴ برای دو حالت، چگالی جسم ثابت می ماند، بنابراین می توان نوشت:

$$\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1}$$



$$\begin{cases} V_1 = L \times (\pi R_1^2 - \pi R_2^2) & \text{حجم در حالت اول} \\ V_2 = 2L \times (\pi (2R_2)^2 - \pi (2R_1)^2) = 12L(\pi R_2^2 - \pi R_1^2) = 12V_1 & \text{حجم در حالت دوم} \end{cases} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1} = 12$$

$$\Rightarrow m_2 = 12m_1 \Rightarrow m_2 = 12M$$

۱۷۵ جرم جسم برابر $11/5 \text{ gr}$ و حجم آن برابر $4/6 \text{ mL}$ است. بنابراین چگالی این جسم برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{11/5 \times 10^{-3}}{4/6 \times 10^{-6}} = 2500 \text{ kg/m}^3$$

۳۷۶ برای محاسبه چگالی فلز، ابتدا حجم آب جابه جا شده را (که برابر با حجم قطعه فلز است) به دست می آوریم:

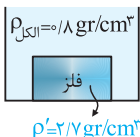
$$V = \text{ارتفاع آب بالا آمده} \times \text{سطح مقطع داخلی استوانه} = 10 \times 1/2 = 12 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{90 \text{ gr}}{12 \text{ cm}^3} = 7/5 \text{ gr/cm}^3 \Rightarrow \text{چگالی فلز: } \rho = 90 \text{ gr} \Rightarrow \text{جرم فلز}$$

۱۷۷ در این مسأله باید دقت شود که حجم الکل سرریز شده از ظرف با حجم قطعه فلز برابر است. بنابراین می توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 0/8 = \frac{160}{V} \Rightarrow V = \frac{160}{0/8} = 200 \text{ cm}^3$$

$$\rho' = \frac{m'}{V'} \Rightarrow 2/7 = \frac{m'}{200} \Rightarrow \text{جرم قطعه فلز: } m' = 540 \text{ gr}$$



$$\rho = 2/7 \text{ gr/cm}^3$$

حل این تست پر تکرار، به صورت زیر سریع تر انجام می پذیرد:

$$V_{\text{فلز}} = V_{\text{مایع}} \Rightarrow \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{فلز}}}{2/7} = \frac{160}{0/8} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 540 \text{ gr}$$

خلاصه
حرفه ای

۲۷۸ با قرار دادن هر گوی در داخل ظرف، حجم مایع بالا آمده در ظرف، برابر حجم گوی می شود. حال فرض کنید با قرار دادن N عدد گوی در داخل ظرف، مایع به اندازه 2 cm بالا می آید. بنابراین می توان نوشت:

$$N \times V_{\text{گوی}} = V_{\text{مایع بالا آمده}} = Ah \Rightarrow N \times V_{\text{گوی}} = Ah \xrightarrow{V_{\text{گوی}} = \frac{m_{\text{گوی}}}{\rho_{\text{گوی}}}} N \times \frac{m_{\text{گوی}}}{\rho_{\text{گوی}}} = Ah \Rightarrow N \times \frac{120}{8} = 60 \times 2 \Rightarrow N = 8$$

بنابراین با قرار دادن ۸ گوی در داخل ظرف، مایع تا لبه ظرف بالا می آید.

۲۷۹ ابتدا حجم واقعی فلز به کار رفته در ساخت کره را محاسبه می کنیم که برابر است با:

$$V = \text{حجم کره} - \text{حجم حفره} = \frac{4}{3} \pi \times (0.1)^3 - \frac{4}{3} \pi \times (0.05)^3 = 3/5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

در ادامه جرم کره به سادگی از رابطه $m = \rho V$ به دست می آید:

$$\rho = 8 \frac{\text{kg}}{\text{Lit}} = 8 \times \frac{1 \text{ kg}}{(10^{-3} \text{ m}^3)} = 8000 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow \text{جرم کره} : m = \frac{8000 \times 3/5 \times 10^{-3}}{1} = 2.8 \text{ kg}$$

۲۸۰ گام اول: ابتدا محاسبه می کنیم که اگر یک مکعب با طول ضلع 10 cm و بدون حفره داشته باشیم، جرم آن چه قدر است؟

$$m = \rho V = 8 \times (10 \times 10 \times 10) = 8000 \text{ gr} = 8 \text{ kg}$$

گام دوم: جرم مکعب در سؤال برابر با 6 kg داده شده است، بنابراین به اندازه حجم 2 kg کیلوگرم از فلز، در آن حفره وجود دارد.

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{2000 \text{ gr}}{8 \text{ gr/cm}^3} = 250 \text{ cm}^3$$

بنابراین، گزینه (۴) صحیح است.

۲۸۱ گام اول: با توجه به جرم کره فلزی و چگالی آن، حجم واقعی فلز مورد استفاده را به دست می آوریم:

$$\rho = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow 2/7 = \frac{1080}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow \text{حجم واقعی فلز} : V_{\text{فلز}} = 400 \text{ cm}^3$$

گام دوم: حال با توجه به اختلاف حجم واقعی فلز و حجم ظاهری کره، می توان نوشت:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 500 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{کره}} - V_{\text{فلز}} = 500 - 400 = 100 \text{ cm}^3$$

$$\frac{\text{حجم حفره}}{\text{حجم کره}} \times 100 = \frac{100}{500} \times 100 = 20\%$$

۲۸۲ مشابه با سؤالات قبل داریم:

$$\begin{cases} \text{حجم حفره} = 200 \text{ cm}^3 \\ \text{حجم حفره موجود} + \text{حجم واقعی مکعب فلزی} = \text{حجم ظاهری مکعب} \end{cases}$$

هم چنین با استفاده از اطلاعات سؤال داریم:

$$\begin{cases} \text{جرم مکعب} = 1400 \text{ gr} \\ \text{چگالی فلز} = 8 \text{ gr/cm}^3 \end{cases} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \text{حجم واقعی مکعب} = \frac{1400}{8} = 175 \text{ cm}^3$$

در نتیجه حجم حفره موجود در مکعب برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = \text{حجم واقعی} - \text{حجم ظاهری} = 200 - 175 = 25 \text{ cm}^3$$

۲۸۳ گام اول: حجم خالص برنز استفاده شده در مجسمه، با توجه به جرم و چگالی آن برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 8000 = \frac{40}{V} \Rightarrow V = 0.005 \text{ m}^3$$

گام دوم: در ادامه به صورت زیر، حجم فضای خالی را محاسبه می کنیم:

$$V_{\text{فضای خالی}} = \text{حجم خالص برنز} - \text{حجم ظاهری مجسمه} = 0.005 - 0.005 = 0.0045 \text{ m}^3$$

گام سوم: جرم نفت مورد نیاز برای پرکردن فضای خالی داخل مجسمه به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\rho_{\text{نفت}} = \frac{m_{\text{نفت}}}{V_{\text{نفت}}} \xrightarrow{\rho_{\text{نفت}} = 800 \text{ kg/m}^3} m_{\text{نفت}} = 800 \times \frac{45}{1000} = 36 \text{ kg}$$

حجم فضای خالی

۲۸۴ برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا حجم واقعی فلز توپر و فلز توخالی را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} \text{حجم مکعب توپر} : V_1 = \frac{m_1}{\rho} = \frac{800}{10} = 80 \text{ cm}^3 \\ \text{حجم واقعی مکعب توخالی} : V_2 = \frac{m_2}{\rho} = \frac{400}{10} = 40 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حجم حفره} = 80 - 40 = 40 \text{ cm}^3$$

۱۸۵ با توجه به داده‌های مسأله و کمک گرفتن از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_A = 1/5 \rho_B, (V_B = 500 \text{ cm}^3 \Rightarrow m_B = 200 \text{ gr}), (V_A = 200 \text{ cm}^3 \Rightarrow m_A = ?)$$

$$\text{چگالی: } \rho = \frac{m}{V} \rightarrow \rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{200}{500} = 0.4 \text{ gr / cm}^3 \xrightarrow{\rho_A = 1/5 \rho_B} \rho_A = 1/5 \times 0.4 = 0.08 \text{ gr / cm}^3$$

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow m_A = \rho_A V_A = 0.08 \times 200 = 16 \text{ gr}$$

نگاه دیگر: برای مقایسه چگالی دو ماده با توجه به رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow 1/5 = \frac{m_A}{200} \times \frac{500}{200} \Rightarrow m_A = 16 \text{ gr}$$

۲۸۶ اطلاعات سؤال به صورت زیر است:

$$\text{تبدیل } \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \text{ به } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \rho_{\text{مس}} = 9 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \rightarrow \rho_{\text{مس}} = 9 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, V_{\text{آسمیم}} = V_{\text{مس}}$$

حال با مقایسه رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ برای دو فلز داریم:

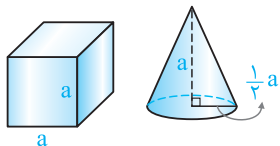
$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V_{\text{آسمیم}} = V_{\text{مس}}} \frac{\rho_{\text{آسمیم}}}{\rho_{\text{مس}}} = \frac{m_{\text{آسمیم}}}{m_{\text{مس}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{آسمیم}}}{m_{\text{مس}}} = \frac{22/5 \times 10^3}{9 \times 10^3} = \frac{5}{2} = 2.5$$

۴۸۷ در مقایسه چگالی استوانه‌های A و B، کافی است حجم آن‌ها را مقایسه کنیم:

$$\begin{cases} m_A = m_B \\ V_A = \pi R_A^2 h \\ V_B = \pi (R_A^2 - R_B^2) h = \frac{3}{4} \pi R_A^2 h \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = 1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

۳۸۸ با توجه به اطلاعات سؤال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \frac{\rho_A}{\rho_B} = 1/6 \\ r_A = 3 \text{ cm}, r_B = 6 \text{ cm} \end{cases} \xrightarrow{V = \frac{4}{3} \pi r^3} \frac{V_B}{V_A} = \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^3 = \left(\frac{6}{3} \right)^3 = 8 \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow 1/6 = \frac{m_A}{m_B} \times 8 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{5}$$

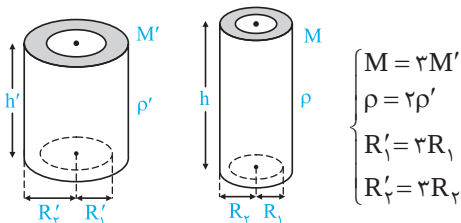


۳۸۹ با توجه به اطلاعات سؤال، به کمک رابطه $m = \rho V$ به این سؤال پاسخ می‌دهیم:

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \times (\text{مساحت قاعده}) \times (\text{ارتفاع}) = \frac{1}{3} \left[\pi \times \frac{1}{4} a^2 \right] \times a = \frac{1}{12} \pi a^3 \approx \frac{1}{4} a^3$$

$$V_{\text{مکعب}} = a^3$$

$$m = \rho V \Rightarrow \frac{m}{m_{\text{مکعب}}} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{V_{\text{مخروط}}}{V_{\text{مکعب}}} \Rightarrow 1 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{\frac{1}{4} a^3}{a^3} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 4$$

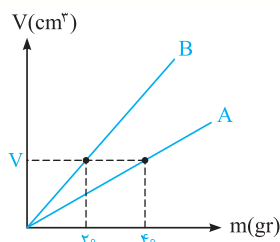


۳۹۰ ابتدا حجم دو استوانه و نسبت آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} M = 2M' \\ \rho = 2\rho' \\ R_1' = 2R_1 \\ R_2' = 2R_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{\pi h (R_2^2 - R_1^2)}{2\pi h' (R_2'^2 - R_1'^2)} = \frac{h}{2h'}$$

در ادامه با کمک رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{M'}{M} \times \frac{V}{V'} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{M'}{2M'} \times \frac{h}{2h'} \Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{2V}{V} = 13/5$$



۴۹۱ در حجم یکسان V، جرم A برابر ۴۰ gr و جرم B برابر ۲۰ gr است و می توان نوشت:

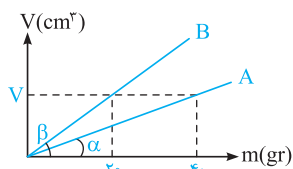
$$V_A = V_B = V$$

$$m_B = 20 \text{ gr}, m_A = 40 \text{ gr}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{40}{20} \times \frac{V}{V} = 2$$

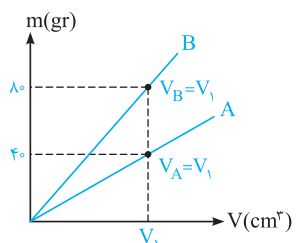
یه جور دیگه فکر کنیم: با توجه به این که نمودار حجم برحسب جرم برای دو ماده رسم شده است، شیب نمودار

برابر عکس چگالی است و داریم:



$$\tan \theta = \frac{1}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{1}{\tan \theta} \Rightarrow \begin{cases} \rho_A = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{V}{40}} = \frac{40}{V} \\ \rho_B = \frac{1}{\tan \beta} = \frac{1}{\frac{V}{20}} = \frac{20}{V} \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 2$$

۳۹۲ با توجه به نمودار داده شده، می توان نوشت:



$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \xrightarrow{\rho_A = 4000 \text{ kg/m}^3 = 4 \text{ gr/cm}^3} 4 = \frac{40}{V_A} \Rightarrow V_A = V_1 = 10 \text{ cm}^3$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{20}{10} = 2 \text{ gr/cm}^3 \Rightarrow \begin{cases} m'_B = 40 \text{ gr} \\ \rho_B = 2 \text{ gr/cm}^3 \end{cases} \Rightarrow V'_B = \frac{m'_B}{\rho_B} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}^3 = 20 \text{ mL}$$

برابر V_1 است

یه جور دیگه فکر کنیم: با توجه به شکل، شیب نمودار مربوط به B (چگالی فلز B) دو برابر شیب نمودار مربوط به A (چگالی فلز A) است. بنابراین

می توان نوشت:

$$\rho_B = 2\rho_A = 2 \times 4000 = 8000 \text{ kg/m}^3 = 8 \text{ gr/cm}^3$$

$$m'_B = 40 \text{ gr} \Rightarrow V'_B = \frac{m'_B}{\rho_B} = \frac{40}{8} = 5 \text{ cm}^3 = 5 \text{ mL}$$

۳۹۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست های ۹۳ تا ۹۹)

چگالی مخلوط چند ماده (آلیاژ)

خلاصه نکات

در صورتی که دو یا چند ماده را با هم مخلوط کنیم (به طوری که تغییر حجم صورت نگیرد)، چگالی ماده مخلوط با توجه به تعریف چگالی، به سادگی از رابطه زیر به دست می آید:

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{\text{مجموع جرم مواد}}{\text{مجموع حجم مواد}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots} \begin{cases} m_1: \text{جرم ماده اول}, V_1: \text{حجم ماده اول} \\ m_2: \text{جرم ماده دوم}, V_2: \text{حجم ماده دوم} \\ \vdots \end{cases}$$

نکته در بعضی موارد، حجم یا جرم ماده ها به طور مستقیم در صورت سؤال داده نمی شود، در این مواقع از روابط زیر استفاده می کنیم:

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

۱ در صورتی که چگالی و حجم مواد به کار رفته در صورت سؤال داده شود:

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{\left(\frac{m_1}{\rho_1}\right) + \left(\frac{m_2}{\rho_2}\right) + \dots}$$

۲ در صورتی که چگالی و جرم مواد به کار رفته در صورت سؤال داده شود:

دقت شود که نیازی به حفظ کردن این روابط نبوده و کافی است آن ها را کمی درک کنید.

تمرین ۱ چگالی مخلوط دو مایع A و B با حجم های اولیه V_A و V_B ، برابر ۷۵۰ گرم بر سانتی متر مکعب است. اگر چگالی مایع A

(ریاضی فارغ ۹۳)

برابر ۶۰۰ gr / lit و چگالی مایع B برابر ۸۰۰ gr / lit باشد، V_A چند برابر V_B است؟

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$4/2$$

$$3/1$$

پاسخ برای حل این تمرین خوب، ابتدا جرم تک تک مایع‌های A و B را با توجه به رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{مایع A: } \rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow m_A = \rho_A V_A = 600 V_A \\ \text{مایع B: } \rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow m_B = \rho_B V_B = 800 V_B \end{cases}$$

پس از مخلوط کردن دو مایع A و B، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 750 \text{ gr / cm}^3 = 750 \text{ gr / Lit}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 750 = \frac{600 V_A + 800 V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 750 V_A + 750 V_B = 600 V_A + 800 V_B$$

$$\Rightarrow 150 V_A = 50 V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{3} \quad (\text{گزینه ۳})$$

با توجه به خلاصه نکات فوق، چگالی مخلوط همگن دو ماده از رابطه $\rho_{\text{کل}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$ به دست می‌آید و داریم:

$$\begin{cases} \rho_{\text{کل}} = 1400 \text{ kg / m}^3 = 14 \text{ gr / cm}^3 \\ \rho_1 = 1300 \text{ kg / m}^3 = 13 \text{ gr / cm}^3, \quad V_1 = 300 \text{ cm}^3 \\ \rho_2 = 1500 \text{ kg / m}^3 = 15 \text{ gr / cm}^3, \quad V_2 = ? \end{cases}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$14 = \frac{(13 \times 300) + (15 \times V_2)}{300 + V_2} \Rightarrow 4200 + 14 V_2 = 3900 + 15 V_2 \Rightarrow V_2 = 300 \text{ cm}^3$$

با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۶)، گزینه (۳) صحیح است. **۳ ۹۴**

برای محاسبه چگالی مخلوط به صورت زیر عمل می‌کنیم: **۳ ۹۵**

$$\begin{cases} \rho_{\text{کل}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \\ V_1 = \frac{1}{3} V \rightarrow m_1 = \rho_1 V_1 = \frac{1}{3} V \rho_1 \Rightarrow \rho_{\text{کل}} = \frac{\frac{1}{3} V \rho_1 + \frac{2}{3} V \rho_2}{\frac{1}{3} V + \frac{2}{3} V} = \frac{\frac{1}{3} \rho_1 + \frac{2}{3} \rho_2}{1} = \frac{\rho_1 + 2 \rho_2}{3} \\ V_2 = \frac{2}{3} V \rightarrow m_2 = \rho_2 V_2 = \frac{2}{3} V \rho_2 \end{cases}$$

اگر جرم مخلوط را برابر m در نظر بگیریم، داریم: **۴ ۹۶**

$$\begin{cases} m_1 = \frac{25}{100} m = \frac{1}{4} m \Rightarrow V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{\frac{1}{4} m}{4 \rho_1} = \frac{m}{16 \rho_1} \\ m_2 = m - \frac{25}{100} m = \frac{75}{100} m = \frac{3}{4} m \Rightarrow V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{\frac{3}{4} m}{4 \rho_2} = \frac{3m}{16 \rho_2} \end{cases}$$

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\frac{1}{4} m + \frac{3}{4} m}{\frac{m}{16 \rho_1} + \frac{3m}{16 \rho_2}} = \frac{1}{\frac{\rho_2 + 3 \rho_1}{4 \rho_1 \rho_2}} = \frac{4 \rho_1 \rho_2}{\rho_2 + 3 \rho_1}$$

برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم: **۱ ۹۷**

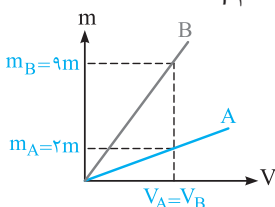
گام اول: ابتدا با توجه به نمودار داده شده، چگالی ماده B را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{یکسان V}} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{\rho_B}{2} = \frac{9m}{2m} \Rightarrow \rho_B = 9 \text{ gr / cm}^3$$

گام دوم: برای محاسبه چگالی مخلوط از رابطه $\rho_{\text{کل}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}}$ استفاده می‌کنیم:

$$\rho_A = 2 \text{ gr / cm}^3, \quad \rho_B = 9 \text{ gr / cm}^3, \quad m_B = 3 m_A$$

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{4 m_A}{\frac{m_A}{2} + \frac{3 m_A}{9}} = \frac{4}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{4}{\frac{5}{6}} = 4.8 \text{ gr / cm}^3 = 4800 \text{ kg / m}^3$$



۲۹۸ با توجه به رابطه مربوط به چگالی مخلوط دو ماده می توان نوشت: (ماده ۱ طلا و ماده ۲ نقره است):

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 19.6 = \frac{19V_1 + 10V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 19V_1 + 10V_2 = 68 \text{ cm}^3 \text{ (I): رابطه} \\ V_1 + V_2 = 5 \text{ cm}^3 \text{ (II): رابطه} \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\text{روابط I, II}} \begin{cases} 19V_1 + 10V_2 = 68 \\ V_1 + V_2 = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} V_1 = 2 \text{ cm}^3, V_2 = 3 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{نقره}} = \rho_{\text{نقره}} V_{\text{نقره}} \xrightarrow{V_{\text{نقره}} = V_2 = 3 \text{ cm}^3} m_{\text{نقره}} = 10 \times 3 = 30 \text{ gr}$$

۲۹۹ با توجه به رابطه مربوط به چگالی مخلوط چند ماده، از تقسیم کردن جرم کل مایعات بر حجم کل مایعات، چگالی مخلوط به دست می آید (البته اگر کاهش حجم صورت نگیرد). بنابراین می توان نوشت:

$$V_1 = \frac{25}{100} V, V_2 = \frac{30}{100} V, V_3 = \left(1 - \frac{25}{100} - \frac{30}{100}\right) V = \frac{45}{100} V$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 \left(\frac{25}{100} V\right) + \rho_2 \left(\frac{30}{100} V\right) + \rho_3 \left(\frac{45}{100} V\right)}{V} = \left(\frac{25}{100} + \frac{60}{100} + \frac{135}{100}\right) \rho_1 = \frac{220}{100} \rho_1 \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = 2.2 \rho_1$$

۳۰۰ برای حل این سؤال، دو گام زیر را طی می کنیم.

$$\begin{aligned} 10^{13} \frac{\mu\text{g} \cdot \text{mm}}{\text{s}^2} &\xrightarrow{\text{تبدیل } \mu\text{g به gr}} 10^{13} \times (10^{-6} \text{ gr} \cdot \text{mm} / \text{s}^2) \\ &\xrightarrow{\text{تبدیل gr به kg}} 10^{13} \times 10^{-6} \times (10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mm} / \text{s}^2) \\ &\xrightarrow{\text{تبدیل mm به m}} 10^{13} \times 10^{-6} \times 10^{-3} \times (10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2) = 10 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2 \end{aligned}$$

گام اول: تبدیل یکای $\frac{\mu\text{g} \cdot \text{mm}}{\text{s}^2}$ به $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$

$$10 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 10^{-8} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow \boxed{10^{-8}} = 10^{-9} \text{ m} = 1 \text{ Gm}$$

گام دوم: معادل قرار دادن دو عدد:

۱۱۰۱ با توجه به این که a برابر حاصل جمع دو عبارت است، باید یکای آن با یکای هر یک از این عبارتها برابر باشد، بنابراین می توان نوشت:

$$a = \alpha x + \beta x^2 \rightarrow a \text{ یکای } \equiv (\alpha x) \text{ یکای } = (\alpha \text{ یکای}) \times (x \text{ یکای})$$

گام اول: (به دست آوردن یکای α):

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{\text{mm}}{\mu\text{s}^2} &\equiv (\alpha \text{ یکای}) \times \text{cm} \\ \rightarrow \frac{10^{-3} \text{ m}}{(10^{-6} \text{ s})^2} &\equiv (\alpha \text{ یکای}) \times (10^{-2} \text{ m}) \\ \rightarrow \alpha \text{ یکای} &\equiv \frac{10^{-3} \text{ m}}{(10^{-12} \text{ s}^2) \times (10^{-2} \text{ m})} = 10^{11} \text{ s}^{-2} \end{aligned}$$

$$a = \alpha x + \beta x^2 \rightarrow a \text{ یکای } \equiv (\beta x^2) \text{ یکای } = (\beta \text{ یکای}) \times (x \text{ یکای})^2$$

گام دوم: (به دست آوردن یکای β):

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{\text{mm}}{\mu\text{s}^2} &\equiv (\beta \text{ یکای}) \times (\text{cm})^2 \\ \rightarrow \frac{10^{-3} \text{ m}}{(10^{-6} \text{ s})^2} &\equiv (\beta \text{ یکای}) \times (10^{-2} \text{ m})^2 \\ \rightarrow \beta \text{ یکای} &\equiv \frac{10^{-3} \text{ m}}{(10^{-6} \text{ s})^2 \times (10^{-2} \text{ m})^2} = \frac{10^{-3} \text{ m}}{10^{-12} \text{ s}^2 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 10^{15} \text{ s}^{-2} \cdot \text{m}^{-2} \end{aligned}$$

$$v = A^\alpha B^\beta \rightarrow \text{فرض کنیم تندی انتشار امواج به صورت } v = A^\alpha B^\beta \text{ باشد، بنابراین می توان نوشت:}$$

۳۱۰۲

$$\rightarrow \text{m/s} \equiv (\text{N})^\alpha \times (\text{kg/m})^\beta$$

با توجه به رابطه $F = ma$ ، می‌دانیم که نیوتون (N) معادل kg.m/s^2 است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{m/s} \equiv (\text{kg.m/s}^2)^\alpha \times (\text{kg/m})^\beta = (\text{kg})^{\alpha+\beta} \times (\text{m})^{\alpha-\beta} \times \frac{1}{\text{s}^{2\alpha}}$$

برای آن‌که یکاها در دو طرف یکسان باشند، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} 2\alpha = 1 \\ \alpha - \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}, \beta = -\frac{1}{2} \rightarrow v = A^\alpha B^\beta = A^{\frac{1}{2}} B^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$$

دقت: با قرار دادن مقادیر به‌دست آمده برای α و β ، مقدار $(\alpha + \beta)$ برابر صفر شده و توان kg برابر صفر می‌شود که قابل قبول است.

۱۱۰۳ ابتدا جرم کهکشان را بر حسب گرم به دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم.

$$\begin{aligned} m = 1200 GM_\odot & \xrightarrow{\text{تبدیل } GM_\odot \text{ به kg}} 1200 \times (10^9 M_\odot) \\ & \xrightarrow{\text{تبدیل } M_\odot \text{ به kg}} 1200 \times 10^9 \times (2 \times 10^{30} \text{ kg}) \\ & \xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} 1200 \times 10^9 \times 2 \times 10^{30} \times (10^3 \text{ gr}) \\ & = 2400 \times 10^{42} \text{ gr} = 2/4 \times 10^{45} \text{ gr} \end{aligned}$$

۴۱۰۴ همان‌طور که می‌دانیم، یکای نجومی (AU)، برابر میانگین فاصله خورشید تا زمین است که طبق صورت سؤال، نور آن را در مدت ۸ دقیقه طی می‌کند. حال باید به دست بیاوریم در مدت زمان یک‌سال، نور چند یکای نجومی را طی می‌کند. بنابراین ابتدا یک سال را بر حسب دقیقه محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{array}{c} \text{دقیقه} \quad \text{ساعت} \quad \text{روز} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{دقیقه} = 525600 = 365 \times 24 \times 60 = 1 \text{ سال} \end{array}$$

در ادامه با یک تناسب، مسافتی که نور در یک سال طی می‌کند (یعنی یک سال نوری) را به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{c|c} \text{مسافت (یکای نجومی)} & \text{زمان (دقیقه)} \\ \hline x & 8 \\ \hline \end{array} \rightarrow x = \frac{525600}{8} = 65700 \text{ AU}$$

۲۱۰۵ وقتی حاصل اندازه‌گیری توسط یک دستگاه رقمی (دیجیتال) برابر $2/83 \text{ kg/m}^3$ گزارش شود، دقت اندازه‌گیری برای این وسیله دیجیتالی برابر $0/01 \text{ kg/m}^3$ خواهد بود.

$$\text{تبدیل } \text{kg/m}^3 \text{ به gr/cm}^3 \Rightarrow 0/01 \times 10^{-3} \text{ gr/cm}^3 = 10^{-5} \text{ gr/cm}^3$$

۳۱۰۶ محل قطع خط‌چین با خط‌کش، معادل با عددی است که شخص قرائت می‌کند. در حالتی که شخص در امتداد (۳) نگاه می‌کند، عدد قرائت‌شده بیشتر از مقدار واقعی است.

عدد قرائت (۱) > عدد قرائت (۲) > عدد قرائت (۳)

۲۱۰۷ در اغلب آزمایشگاه‌ها، کوچک‌ترین مقیاس‌بندی کولیس برابر $0/1 \text{ mm}$ و ریزسنج برابر $0/01 \text{ mm}$ است. بنابراین اگر بخواهیم طول این جسم را که بین 180 mm تا 190 mm است، به کمک این دو وسیله اندازه‌گیری کنیم، توسط ریزسنج می‌توان طول جسم را با دقت بیشتری اندازه گرفته و در نتیجه مرتبه آخرین رقم سمت راست در آن کوچک‌تر است.

۳۱۰۸ ابتدا مرتبه آخرین رقم سمت راست در هر چهار گزینه را برحسب یک واحد یکسان (مثلاً متر) به‌دست می‌آوریم تا متوجه شویم که کدام اندازه‌گیری با دقت بیشتری انجام شده است:

$$\text{الف) } 2/420 \times 10^6 \text{ mm} \Rightarrow \text{مرتبه آخرین رقم سمت راست} = 0/001 \times 10^6 \text{ mm} = 0/001 \times 10^6 \times (10^{-3} \text{ m}) = 1 \text{ m}$$

$$\text{ب) } 2/4200 \times 10^3 \text{ m} \Rightarrow \text{مرتبه آخرین رقم سمت راست} = 0/0001 \times 10^3 \text{ m} = 0/1 \text{ m}$$

$$\text{ج) } 2/42 \text{ km} \Rightarrow \text{مرتبه آخرین رقم سمت راست} = 0/01 \text{ km} = 0/01 \times (10^3 \text{ m}) = 10 \text{ m}$$

$$\text{د) } 242000 \text{ cm} \Rightarrow \text{مرتبه آخرین رقم سمت راست} = 1 \text{ cm} = 1 \times (10^{-2} \text{ m}) = 0/01 \text{ m}$$

$$\text{همان‌طور که مشاهده می‌شود، با به‌دست آوردن مرتبه آخرین رقم سمت راست برای هر یک از اعداد داده شده، در حالت (د) بیشترین دقت اندازه‌گیری و در حالت (ج) کم‌ترین دقت اندازه‌گیری را داریم.}$$

$$\text{حالت (ج) کم‌ترین دقت اندازه‌گیری را داریم.}$$

$$\text{حالت (د) بیشترین دقت اندازه‌گیری و در حالت (د) بیشترین دقت اندازه‌گیری و در حالت (ج) کم‌ترین دقت اندازه‌گیری را داریم.}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با به‌دست آوردن مرتبه آخرین رقم سمت راست برای هر یک از اعداد داده شده، در حالت (د) بیشترین دقت اندازه‌گیری و در حالت (ج) کم‌ترین دقت اندازه‌گیری را داریم.

۱۱۰۹ اگر مقداری که می‌خواهیم اندازه بگیریم، بر کوچک‌ترین مقدار درجه‌بندی وسیله اندازه‌گیری بخش‌پذیر باشد، می‌توانیم این مقدار را دقیق‌تر اندازه بگیریم. کوچک‌ترین درجه‌بندی پیمانه‌های مدرج (۱)، (۲) و (۳) به ترتیب برابر 2 cm^3 ، 3 cm^3 و 4 cm^3 است که مقدار 46 cm^3 فقط بر 2 cm^3 بخش‌پذیر است و در نتیجه توسط پیمانه (۱)، حجم مایع دقیق‌تر اندازه‌گیری می‌شود.

۱۱۰ می‌دانیم وزن یک جسم در هر نقطه از سطح زمین، برابر است با حاصل ضرب جرم جسم در شتاب گرانشی در آن نقطه. در ادامه ابتدا جرم جسم و سپس شتاب گرانشی در فاصله R_e از سطح زمین را به دست می‌آوریم.

گام اول: (محاسبه جرم جسم):

$$\left\{ \begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V} \\ \rho &= 7800\text{ kg/m}^3 = 78\text{ gr/cm}^3 \end{aligned} \right. \Rightarrow m = 78 \times 50 = 3900\text{ gr} = 3.9\text{ kg}$$

گام دوم: (محاسبه شتاب گرانشی در فاصله R_e از سطح زمین):

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g'}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R'}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{2R_e}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow g' = \frac{1}{4}g_0 = 2.5\text{ m/s}^2$$

گام سوم: (محاسبه وزن جسم):

$$W = mg' = 3.9 \times 2.5 = 9.75\text{ N}$$

۱۱۱ می‌دانیم چگالی یک ماده تا هنگامی که ساختار مولکولی آن تغییر نکند، ثابت می‌ماند، بنابراین در اثر تغییرات فیزیکی مانند تغییر شکل یا تکه تکه کردن، چگالی واقعی ماده تغییر نمی‌کند.

اما اگر بخواهیم نحوه تغییر چگالی ظاهری کره که از تقسیم جرم کره بر حجم ظاهری آن به دست می‌آید را بسنجیم، می‌توان نوشت:

$$m' = \rho_0 \times V_{\text{واقعی}} = \rho_0 \times \left(\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^3\right) = \frac{V}{8} \times \rho_0 \times \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\rho_{\text{ظاهری}} = \frac{m'}{V_{\text{ظاهری}}} = \frac{\frac{V}{8} \times \rho_0 \times \frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{V}{8} \rho_0$$

دقت شود که در کره سوراخ‌شده، حجم ظاهری کره برابر حجم بیرونی آن می‌باشد.

تذکر

یک کره تو خالی فلزی ممکن است بتواند بر روی سطح آب بایستد زیرا چگالی ظاهری آن از چگالی آب کم‌تر می‌شود. از این موضوع، عملاً در صنعت کشتی‌سازی بسیار استفاده می‌شود.

۱۱۲ با توجه به این‌که می‌خواهیم جرم ستاره‌ها با جرم کل آب خلیج فارس برابر شود، به صورت زیر عمل می‌کنیم ($\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$):

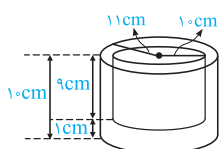
$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \Rightarrow \text{جرم آب خلیج فارس} = \text{جرم ستاره‌های کوتوله}$$

$$\Rightarrow 100 \times 10^6 \times V_1 = 1000 \times (250000 \times 10^6 \times 50) \Rightarrow V_1 = 125 \times 10^8\text{ m}^3$$

تبدیل km^3 به m^3

۱۱۳ حجم آب درون استوانه برابر است با:

$$V_{\text{آب}} = \pi r^2 h = 3 \times (10)^2 \times 9\text{ cm}^3 = 2700\text{ cm}^3 = 2700 \times 10^{-6}\text{ m}^3$$



در ادامه برای محاسبه حجم فلز این استوانه، حجم آب را از حجم استوانه‌ای با شعاع خارجی استوانه کم می‌کنیم:

$$V' = \pi r'^2 h = 3 \times (11)^2 \times 10\text{ cm}^3 = 3630\text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \text{حجم فلز ظرف: } V_{\text{فلز}} = (3630 - 2700)\text{ cm}^3 = 930\text{ cm}^3$$

در ادامه همین رویکرد را برای پیدا کردن جرم ظرف انجام می‌دهیم:

$$m_{\text{آب}} = \rho \cdot V = 1000 \times 2700 \times 10^{-6}\text{ kg} = 2.7\text{ kg} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = (1014 - 2.7)\text{ kg} = 987\text{ kg} = 987000\text{ gr}$$

$$\rho = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{987000\text{ gr}}{930\text{ cm}^3} = 1061\text{ gr/cm}^3$$

۱۱۴ اختلاف حجم مخلوط در دو حالت، در واقع مربوط به جرم یخ ذوب شده در دو حالت است، بنابراین اگر فرض کنیم حجم m گرم یخ، قبل از ذوب برابر یخ V و بعد از ذوب برابر آب $V_{\text{آب}}$ باشد، می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{aligned} V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}} &= 5\text{ cm}^3 \\ V_{\text{یخ}} &= \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{m}{0.9} \Rightarrow \frac{m}{0.9} - m = 5 \Rightarrow m = 45\text{ gr (جرم یخ ذوب شده)} \\ V_{\text{آب}} &= \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{m}{1} \end{aligned} \right.$$

۱۱۵ در هر دو حالت، حجم کل مجموعه را به دست می آوریم:

$$V_1 = \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} \Rightarrow V_1 = \frac{m}{\frac{9}{10}} = \frac{10}{9}m$$

حالت اول: در این حالت m گرم یخ داریم، بنابراین می توان نوشت:

حالت دوم: در این حالت ۲۰ درصد از جرم یخ ذوب شده است، بنابراین $\frac{8}{10}m$ یخ و $\frac{2}{10}m$ آب داریم. بنابراین حجم کل مجموعه برابر است با:

$$V_2 = V_{\text{یخ}} + V_{\text{آب}} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} V_2 = \frac{\frac{8}{10}m}{\frac{9}{10}} + \frac{\frac{2}{10}m}{1} = \frac{49}{45}m$$

برای محاسبه درصد تغییرات حجم کل مجموعه می توان نوشت:

$$\text{حجم مجموعه ۲ درصد کاهش یافته است.} \Rightarrow -2\% = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100 = \frac{\frac{49}{45}m - \frac{10}{9}m}{\frac{10}{9}m} \times 100 = -2\%$$

۱۱۶ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام های زیر را طی می کنیم:

گام اول: ابتدا جرم مجموعه روغن و ظرف را در دو حالت به دست می آوریم:

$$\begin{cases} 320 \text{ gr} + m_{\text{ظرف}} = m_{\text{روغن}} + \rho_{\text{روغن}} V_{\text{ظرف}} = m_{\text{ظرف}} + m_{\text{ظرف}} = m_{\text{ظرف}} + m_{\text{ظرف}} \\ 240 \text{ gr} + m_{\text{ظرف}} = m_{\text{ظرف}} + \frac{3}{4}m_{\text{ظرف}} + m_{\text{ظرف}} = m_{\text{ظرف}} + \frac{3}{4}m_{\text{ظرف}} + m_{\text{ظرف}} \end{cases}$$

طبق صورت سؤال، وقتی ۲۵ درصد از روغن برداشته شود، جرم کل مجموعه ۲۰ درصد کاهش می یابد، بنابراین می توان نوشت:

$$m_{\text{ظرف}} + 240 = \frac{80}{100}(m_{\text{ظرف}} + 320) \Rightarrow m_{\text{ظرف}} = 80 \text{ gr}$$

گام دوم: وقتی ظرف به طور کامل از آب پر شود، وزن کل مجموعه به صورت زیر محاسبه می شود:

$$m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = 1 \times 400 = 400 \text{ gr}$$

$$\text{وزن کل مجموعه} = (m_{\text{ظرف}} + m_{\text{آب}}) \times g = (80 + 400) \times 10^{-3} \times 10 = 4.8 \text{ N}$$

تبدیل گرم به کیلوگرم

$$V_A = \frac{1}{4}V, V_B = \frac{1}{4}V$$

۲۱۷ حالت اول: اگر حجم ظرف را برابر V در نظر بگیریم، می توان نوشت:

$$(\rho_{\text{کل}})_1 = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V} = \frac{\rho_A \times \frac{1}{4}V + \rho_B \times \frac{1}{4}V}{V} = \frac{\rho_A + \rho_B}{4} = 4000 \Rightarrow \rho_A + \rho_B = 16000: I$$

حالت دوم: مشابه با روند طی شده در حالت (۱)، داریم $(V_A = \frac{1}{4}V, V_B = \frac{3}{4}V)$:

$$(\rho_{\text{کل}})_2 = \frac{\rho_A \times \frac{1}{4}V + \rho_B \times \frac{3}{4}V}{V} = \frac{\rho_A + 3\rho_B}{4} = 5000 \Rightarrow \rho_A + 3\rho_B = 20000: II$$

$$(II) \text{ و } (I) \Rightarrow \begin{cases} \rho_A + \rho_B = 16000 \\ \rho_A + 3\rho_B = 20000 \end{cases} \Rightarrow \rho_A = 2000 \text{ kg/m}^3, \rho_B = 6000 \text{ kg/m}^3$$

۴۱۱۸

نکته

برای محاسبه چگالی مخلوط چند مایع، باید جرم کل مایعات را بر حجم کل آن ها تقسیم کنیم. بنابراین اگر در اثر مخلوط کردن دو مایع، حجم کل به اندازه V' کاهش یابد، برای محاسبه چگالی مخلوط آن ها می توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2 - V'}$$

حجم کاهش یافته بر اثر مخلوط کردن

بنابراین در این سؤال می توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2 - V'} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2 - V'} = \frac{4 \times 200 + 5 \times 100}{200 + 100 - 40} = \frac{1300}{260} = 5 \text{ gr/cm}^3 = 5000 \text{ kg/m}^3$$

۳۱۱۹ اگر در اثر مخلوط چند ماده، حجم کل به اندازه V' کاهش یابد، برای محاسبه چگالی مخلوط می توان نوشت:

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{90}{7/5} = 12 \text{ cm}^3, V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{120}{4} = 30 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2 - V'} \Rightarrow \rho = \frac{90 + 120}{12 + 30 - V'} \Rightarrow V' = 7 \text{ cm}^3$$

بر حسب gr/cm^3