

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com



یک جله تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰





فصل ۱ مجموعه‌ها

درس اول: معرفی مجموعه

تشکیل مجموعه

برای تشکیل مجموعه‌ای مانند «مجموعه شماره‌های عدد ۱۲»، شماره‌های عدد ۱۲ را درون یک جفت آکولاد $\{ \}$ قرار می‌دهیم و برای نام‌گذاری این مجموعه، یکی از حروف بزرگ انگلیسی $(A, B, C, D, \dots)$ را انتخاب می‌کنیم. $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

۱ هریک از مجموعه‌های زیر را تشکیل دهید.

الف مجموعه روزهای هفته $A = \{ \text{شنبه} \dots \}$

ب مجموعه اعداد صحیح بین ۵- و ۵+ $B =$

ج مجموعه شماره‌های عدد ۸۰ $C =$

د مجموعه جواب معادله $3x + 4 = 19$ $D =$

ه مجموعه اعداد دو رقمی که جمع ارقام آنها ۱۰ است. $E =$

و مجموعه قرینه معکوس اعداد اول کوچک‌تر از ۱۵ $F =$

ز مجموعه اعداد اول یک رقمی $G =$

۲ برای هریک از مجموعه‌های زیر، یک عبارت بنویسید.

الف مجموعه شماره‌های عدد $A = \{1, 3, 9, 27\}$

ب $B = \{ \text{شهریور, مرداد, تیر} \}$

ج $C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

د $D = \{1, 4, 9, 16, 25\}$

ه $E = \{ \text{ض, خ, ظ, ج, غ, ن, ف, ذ, ز, ب} \}$

و $F = \{ \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \frac{1}{25} \}$



عضویت

مجموعه ای مانند $A = \{1, 2, 3, 6\}$ را در نظر بگیرید، هریک از اعداد ۱، ۲، ۳ و ۶ را عضوهای مجموعه A می گویند.

توجه اگر عضوهای یک مجموعه زیاده باشد، می توانیم از ۳ نقطه برای خلاصه نویسی استفاده کنیم. مانند:

$$B = \{10, 11, 12, \dots, 99\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

۳ هریک از مجموعه های زیر را تشکیل دهید و تعداد عضوهای آنها را مشخص کنید.

الف مجموعه اعداد اول کوچک تر از ۲۰ $\Rightarrow$ تعداد اعضاها

ب مجموعه اعداد صحیح بین ۳- و ۳+ $B =$

ج مجموعه شمارنده های اول عدد ۳۶ $C =$

د مجموعه شمارنده های عدد ۹۰ $D =$

ه مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی که جذر آنها عدد صحیح است. $E =$

و مجموعه مضارب دو رقمی عدد ۱۱، که ۲ واحد به آنها اضافه شده است. $F =$

۴ مجموعه های زیر را تشکیل دهید. (از خلاصه نویسی استفاده کنید).

الف مجموعه اعداد طبیعی ۳ رقمی $A =$

ب مجموعه مضرب های طبیعی عدد ۷ $B =$

ج مجموعه اعداد صحیح از ۲۰- تا ۳۰+ $C =$

د تعداد عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

الف $A = \{-25, -24, -23, \dots, 112\}$

ب $B = \{0, 9, 18, 27, \dots, 819\}$

تشخیص مجموعه

عبارتهایی مانند «سه عدد طبیعی متوالی» که برای آنها می توان جواب های مختلفی داد (مانند ۲، ۳، ۴ یا ۱۰۲، ۱۰۱، ۱۰۰)، مشخص کننده یک مجموعه نیستند.

عبارتهایی مشخص کننده یک مجموعه هستند که فقط یک پاسخ (پاسخ یکتا) داشته باشند و آن پاسخ کاملاً معین و مشخص باشد.

مانند «مجموعه اعداد اول یک رقمی» که فقط یک پاسخ دارد. $A = \{2, 3, 5, 7\}$

۶ کدام عبارت‌ها مشخص‌کننده یک مجموعه هستند؟ با علامت  مشخص کرده و در آنها مجموعه را تشکیل دهید.

الف سه فوتبالیست معروف ایرانی ☐

ب اعداد اول کوچک‌تر از ۳۰ ☐

ج استان‌های بزرگ ایران ☐

د عددهای دو رقمی که جمع رقم‌های آنها ۵ شود. ☐

ه جواب‌های معادله $x^2 = 16$ ☐

۷ در هر قسمت، عبارت خواسته‌شده را بنویسید.

الف عبارتی که مشخص‌کننده یک مجموعه یک عضوی باشد.

ب عبارتی که مشخص‌کننده یک مجموعه دو عضوی باشد.

ج عبارتی که مشخص‌کننده یک مجموعه سه عضوی باشد.

۸ دو عبارت بنویسید که مشخص‌کننده یک مجموعه نباشند.

الف ☐

ب ☐

جابه‌جایی اعضوها

در یک مجموعه، جابه‌جایی اعضوها تأثیری ندارد و با جابه‌جایی اعضوها مجموعه جدیدی ایجاد نمی‌شود (مثلاً $\{1, 2, 3\}$ همان $\{3, 1, 2\}$ است).

۹ هر مجموعه را به دو صورت دیگر بنویسید.

الف $A = \{2, 4, 8\} = \{4, \quad, \quad\} = \{ \quad\}$

ب $B = \{5, -5, 4, -4\} =$

عضو تکراری

در یک مجموعه، با نوشتن عضو تکراری، مجموعه جدیدی ایجاد نمی‌شود، بلکه عضو تکراری حذف می‌شود. مانند:

$$A = \{2, 3, (-2)^2, 4, \sqrt{9}\} = \{2, 3, 4, \cancel{4}, \cancel{3}\} = \{2, 3, 4\}$$

۱۰ تعداد اعضوها را هر مجموعه را مشخص کنید.

الف $A = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$



ب $B = \{3, \sqrt{25}, -(-3), 2^2 + 1\}$

ج $C = \{(-2)^2, (-1)^2, 0, 1^2, 2^2\}$

د $D = \{\frac{30-2 \times 9}{12}, -5, -2, -3, -\sqrt{49}, 7^\circ\}$

ه $E = \{\text{مربع اعداد صحیح بین ۴ و -۴}\}$

تعریف مجموعه

مجموعه در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیای مشخص (دقیقاً مشخص باشد، چه اشیایی در مجموعه عضو هستند) و متمایز (عضوهای مجموعه غیر تکراری باشند) استفاده می‌شود.

علامت عضویت

مجموعه‌ای مانند $A = \{7, 8, 9\}$ را در نظر بگیرید. هرگاه بخواهیم نشان دهیم، عدد ۷ عضو مجموعه A است، از علامت $\in$ استفاده می‌کنیم ($7 \in A$)، یعنی عدد ۷ عضو مجموعه A است. و اگر بخواهیم نشان دهیم، عددی مانند ۵ عضو مجموعه A نیست، از علامت $\notin$ استفاده می‌کنیم. ($5 \notin A$)، یعنی عدد ۵ عضو مجموعه A نیست.

۱۱ در هر بخش، درون ☐ علامت $\in$ یا $\notin$ قرار دهید.

$A = \{9, 10, 11, 13\}$

الف $10 \in A$ ☐

ب $\sqrt{81} \in A$ ☐

ج $\sqrt{9} + 9 \in A$ ☐

$B = \{8, 12, 16, \dots, 100\}$

الف $36 \in B$ ☐

ب $74 \in B$ ☐

ج $5^2 + 3 \in B$ ☐

د $\sqrt{81} - 1 \in B$ ☐

۱۲ با توجه به مجموعه A ، درستی ☒ یا نادرستی ☐ هر عبارت را مشخص کنید.

$A = \{5, \frac{\sqrt{144}}{6}, -\sqrt{4}, 2^2 + 1, 24\}$

الف $2 \in A$ ☐

ب $\sqrt{25} \notin A$ ☐

ج $2^3 - 10 \notin A$ ☐

د مجموعه A ، ۴ عضو دارد. ☐

۱۳ درستی ☒ یا نادرستی ☐ هر عبارت را مشخص کنید.

الف $219 \in \{18, 25, 32, \dots, 424\}$ ☐

ب $386 \notin \{22, 28, 34, \dots, 994\}$ ☐

نمودار ون

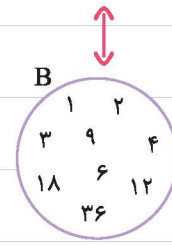
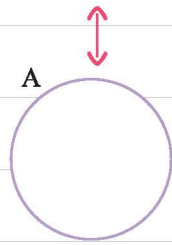
یک مجموعه را مانند شکل زیر می‌توان با یک منحنی یا خط شکسته بسته نمایش داد.

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ $\longleftrightarrow$

۱۴ در قسمت (الف) نمودار را کامل کرده و در قسمت (ب)، مجموعه B را تشکیل دهید.

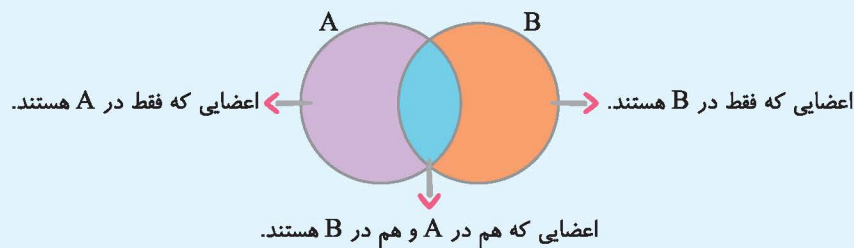
(الف) $A = \{7, 8, 9, 10, 11\}$

(ب) $B = \{ \quad \}$



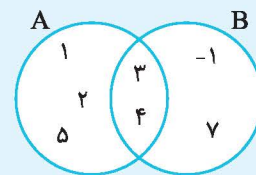
رسم نمودار ون برای دو مجموعه

اعضوهای دو مجموعه را در نمودار ون به صورت زیر می‌نویسیم:



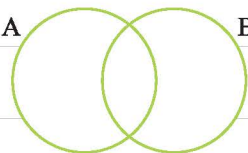
$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{-1, 3, 4, 7\}$



۱۵ در هر قسمت، نمودار ون دو مجموعه را رسم کنید.

(الف) $A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

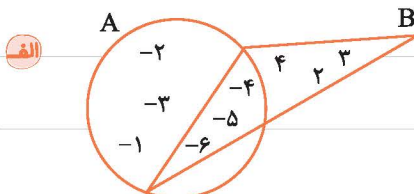


(ب) $A = \{4, 8, 12, 16, 20\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

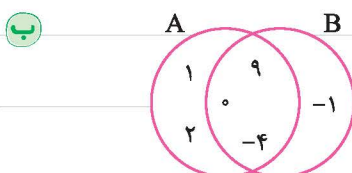
$B = \{6, 12, 18, 24, 30\}$

۱۶ در هر قسمت با توجه به نمودار ون داده شده، اعضای هر مجموعه را بنویسید.



$A =$

$B =$



$A =$

$B =$



نمودار ون برای سه مجموعه

برای رسم نمودار ون سه مجموعه، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

اعضایی که در A و B هستند، ولی در C نیستند.

اعضایی که فقط در A هستند.

اعضایی که فقط در B هستند.

اعضایی که فقط در C هستند.

اعضایی که در A و C هستند، ولی در B نیستند.

اعضایی که در B و C هستند، ولی در A نیستند.

اعضایی که در هر ۳ مجموعه هستند.

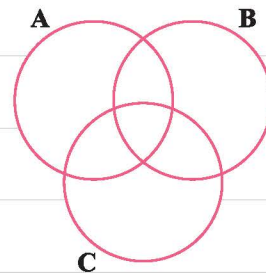
$A = \{3, 4, 5, 6, 7, 11\}$
 $B = \{3, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$
 $C = \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9\}$

۱۷ در هر قسمت، نمودار ون سه مجموعه را رسم کنید.

الف $A = \{-4, -3, -2, -1, 1, 3, 4, 5\}$

$B = \{-4, -3, -2, -1, 1, 2, 6\}$

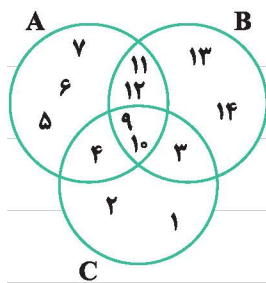
$C = \{-6, -5, -1, 1, 2, 3\}$



ب $A = \{7, 8, 12, 13, 16, 17\}$

$B = \{9, 12, 13, 14, 15\}$

$C = \{10, 11, 12, 14, 15, 16\}$



۱۸ با توجه به نمودار زیر، به سؤال‌های داده‌شده پاسخ دهید.

الف درست یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

۱ $12 \in B$

۲ $4 \notin C$

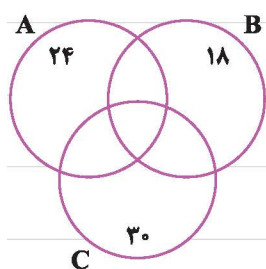
۳ $10 \in A$

۴ $3 \notin A$

۵ $3^2 \notin C$

۶ $6 \notin B$

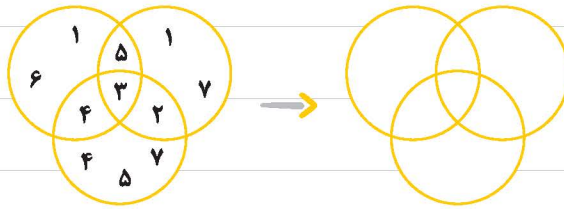
ب اعضای مجموعه‌های B و C را بنویسید.



۱۹ نمودار ون زیر، مربوط به شمارنده‌های سه عدد نوشته‌شده در آن می‌باشد، این

نمودار را کامل کنید.

۲۰ نمودار ون زیر ایراد دارد، آن را اصلاح کنید.



مجموعه تهی

به مجموعه‌ای که عضوی ندارد، **مجموعه تهی** می‌گوییم، مانند «مجموعه اعداد طبیعی بین ۵ و ۶»، برای این مجموعه **نمی‌توانیم** عضوی پیدا کنیم. مجموعه تهی را با نماد $\{\}$ یا $\emptyset$ نمایش می‌دهند. (دقت کنید که $\{\emptyset\}$ مجموعه تهی نیست و دارای یک عضو می‌باشد).

۲۱ کدام یک از عبارت‌های زیر، مشخص‌کننده یک مجموعه تهی می‌باشد؟ آن را با علامت ☒ مشخص کنید.

☐ الف مجموعه اعداد اول زوج

☐ ب مجموعه حروف الفبای فارسی که ۴ نقطه دارند

☐ ج مجموعه اعداد اعشاری بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$

☐ د مجموعه اعداد صحیحی که اگر به توان ۲ برسند، حاصل ۴- شود.

۲۲ دو عبارت بنویسید که مشخص‌کننده مجموعه تهی باشند.

☐ الف

☐ ب

۲۳ هر عبارت سمت راست را به مجموعه مرتبط با آن در سمت چپ وصل کنید.

$\{10, 20, 30, \dots, 90\}$

مجموعه شمارنده‌های عدد ۹۰

$\{1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729\}$

مجموعه مربع اعداد صحیح بین صفر و ۵-

$\emptyset$

مجموعه مضرب‌های دو رقمی عدد ۱۰

$\{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\}$

مجموعه اعداد دو رقمی که جمع ارقام آنها ۱۹ است.

$\{1, 4, 9, 16\}$

مجموعه مکعب اعداد طبیعی یک رقمی

۲۴ مجموعه جواب‌های طبیعی کدام یک از معادله‌های زیر، تهی است؟

☐ الف $\frac{3x}{2} = \frac{4x-1}{3}$

☐ ب $14x = 5 + 9x$



درس دوم: مجموعه های برابر و نمایش مجموعه ها

دو مجموعه برابر

دو مجموعه مانند $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{1, 2, 3\}$ که عضوهای آنها کاملاً یکسان است (هر عضو از مجموعه A ، عضوی از مجموعه B است و هر عضو از مجموعه B ، عضوی از مجموعه A است)، را دو مجموعه برابر می گویند و آنها را با نماد $A = B$ نمایش می دهند. دو مجموعه که عضوهای آنها برابر نیستند، را با علامت $\neq$ نشان می دهیم، مانند:

$$C = \{1, -2\} \Rightarrow C \neq D$$

$$D = \{-1, -2\}$$

۲۵ مجموعه های برابر را به هم وصل کنید.

$$\{1^2, 2^2, 3^2, 4^2\}$$

$$\{\sqrt{25}, \sqrt{36}, \sqrt{49}\}$$

مجموعه اعداد صحیح بین ۴ و ۸

مجموعه شمارنده های اول عدد ۶۰

$$\{\sqrt{4}, \sqrt{25}, 3\}$$

$$\{1, 16, 4, 9\}$$

۲۶ جاهای خالی را در مجموعه های زیر طوری پر کنید که مجموعه ها برابر باشند.

الف $A = \{6, \dots, \frac{3}{4}, -2, \frac{1}{-4}\}$

$$B = \{\frac{\sqrt{9}}{4}, -5, -\sqrt{4}, \dots, \frac{(-2)^2}{-3}\}$$

ب $A = \{-2, 3, \dots, -5, 6\}$

$$B = \{(3-5)^2, \dots, \frac{-\sqrt{144}}{-4}, (1 \div (-5/5))\}$$

۲۷ به جای x چه مقداری می توان قرار داد تا دو مجموعه A و B برابر شوند؟

الف $A = \{9, -3, 6\}$

ب $B = \{-\sqrt{9}, \sqrt{36}, (-3)^2, \frac{x}{4}\}$

زیرمجموعه

مجموعه هایی مانند $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{2, 3\}$ را در نظر بگیرید. مشاهده می کنید که همه اعضای B در مجموعه A وجود دارند. (هر عضوی از مجموعه B ، عضوی از مجموعه A است)، در این صورت می گوئیم B زیرمجموعه A است و آن را با نماد $B \subseteq A$ نشان می دهیم. همچنین مشاهده می کنید مجموعه A شامل عضوهایی مانند ۱ و ۴ است که در B وجود ندارند. پس A زیرمجموعه B نیست ($A \not\subseteq B$).

۲۸ درستی یا نادرستی هر بخش را مشخص کنید.

الف $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1^2, 2^2, 3^2\}$

ب $\{\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}, (-2)^2\} \subseteq \{1, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 4\}$

ج $\{-7, -6, -5, \dots, 5\} \subseteq \{-10, -9, -8, \dots, 10\}$

۲۹ با توجه به مجموعه $A = \{2, 7, 12, 17, 22\}$ ، به سؤال های داده شده پاسخ دهید.

الف دو زیرمجموعه چهار عضوی برای A بنویسید.

ب چند زیرمجموعه پنج عضوی برای A می توان نوشت؟

ج چهار زیرمجموعه دو عضوی برای A بنویسید.

۳۰ برای مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ ، چند زیرمجموعه دو عضوی می توان نوشت؟

۳۱ تمام زیرمجموعه های دو عضوی مجموعه $A = \{\text{اعداد اول یک رقمی}\}$ را بنویسید.

بررسی زیرمجموعه بودن خود مجموعه و مجموعه تهی

خود مجموعه: با توجه به تعریف زیرمجموعه، هر مجموعه، زیرمجموعه خودش است. به عنوان مثال $A = \{1, 3, 7\}$ زیرمجموعه خودش است، زیرا بدیهی است که همه اعضای A در خودش وجود دارد.

$$A \subseteq A \text{ یا } \{1, 3, 7\} \subseteq \{1, 3, 7\}$$

با توجه به توضیحات فوق، مجموعه تهی نیز زیرمجموعه خودش است.

مجموعه تهی: در مجموعه تهی ($\emptyset$) عضوی پیدا نمی کنیم که در سایر مجموعه ها وجود نداشته باشد، پس مجموعه تهی، زیرمجموعه هر مجموعه دلخواهی مانند A است.

$$\emptyset \subseteq A$$

۳۲ جاهای خالی را کامل کنید.

الف هر مجموعه، زیرمجموعه است.

ب زیرمجموعه همه مجموعه ها است.

ج کوچک ترین زیرمجموعه هر مجموعه غیر تهی، است.

د بزرگ ترین زیرمجموعه هر مجموعه غیر تهی، است.

ه هر مجموعه، حداقل زیرمجموعه دارد.

۳۳ با توجه به اطلاعات داده شده در مورد مجموعه A ، مقادیر x, y, z, w را تعیین کنید. $A = \{-2^x, 3^y, 5^z, (-1)^w\}$

بزرگ ترین زیرمجموعه A ، دارای ۳ عضو است.

$$\{1, -4\} \subseteq A$$

مجموعه A دارای دو عضو قرینه است.



نوشتن زیرمجموعه‌های یک مجموعه

برای نوشتن همهٔ زیرمجموعه‌های یک مجموعه، ابتدا زیرمجموعهٔ تهی، سپس زیرمجموعه‌های یک عضوی، بعد زیرمجموعه‌های دو عضوی و ... را می‌نویسیم تا به خود مجموعه (مجموعهٔ اصلی) برسیم. مانند:

$A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow$

- $\{\}$: زیرمجموعهٔ تهی
- $\{1\}, \{2\}, \{3\}$: زیرمجموعه‌های یک عضوی
- $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$: زیرمجموعه‌های دو عضوی
- $\{1, 2, 3\}$: زیرمجموعه‌های سه عضوی

۳۴ برای هر مجموعه، همهٔ زیرمجموعه‌ها را بنویسید.

الف $A = \{7, 8\} \Rightarrow$ زیرمجموعهٔ تهی: $\emptyset$

زیرمجموعه‌های یک عضوی: $\{\quad\}, \{\quad\}$

زیرمجموعه‌های دو عضوی: $\{\quad, \quad\}$

ب $B = \{5, 6, 7\} \Rightarrow$ زیرمجموعهٔ تهی: $\emptyset$

ج $C = \{-2, 3, \frac{-6}{3}\}$

د $D = \{-4\sqrt{4}, -2 \times \sqrt{16}, (-2)^3\}$

ه $E = \{-1, 0, 1, 2\}$