

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com



مدابوک



یک جله تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰



کتاب‌های ریاضی سیر تا پیاز براساس نظرات معلمان و دانش‌آموزان در مسیر بهبود کیفی و رفع نیازهای امروز دانش‌آموزان و مدرسان به‌روزرسانی شده است.

به طور کلی این کتاب شامل سه بخش «آموزش و تمرین» و «آزمون» و «نکته و تست» است که توضیحاتی مختصر از محتوا و هدف هر بخش خواهید خواند.

آموزش و تمرین: در این بخش مطالب کتاب درسی به‌صورت جلسه به جلسه تدریس می‌شود. در هر جلسه مبحثی از کتاب درسی با ارائه آموزش و مثال و تمرین بیان شده است. بعد از چند جلسه تدریس، در هر درس تمرین‌های مروری برای مطالب آن درس ارائه شده است. در انتهای هر فصل سؤالاتی با عنوان آزمون فصل با هدف جمع‌بندی مطالب هر فصل مطرح شده که بسیار کارآمد خواهد بود. ساختار این کتاب به نوعی شبیه‌ساز کلاس درس ریاضی نهم در مدارس است و دانش‌آموز همگام با این کتاب به آسانی و به‌تدریج تمام مطالب کتاب را فرا می‌گیرد.

آزمون: نمونه آزمون‌های استاندارد نوبت اول و دوم برای آشنایی دانش‌آموزان با نحوه طرح آزمون و کسب آمادگی برای موفقیت در امتحانات ارائه شده است.

نکته و تست: همان‌طور که از عنوان سیر تا پیاز مشخص است، این کتاب آموزش را از ساده‌ترین مطالب و مقدماتی‌ترین مفاهیم کتاب درسی آغاز می‌کند (بخش آموزش و تمرین) و سپس در این بخش (بخش نکته و تست) نکات تستی و بیان راهبردهای مختلف برای پاسخگویی به مسائل و تست‌های دشوارتر از مباحث کتاب درسی را آموزش می‌دهد.

در انتهای هر سه بخش، پاسخ تشریحی همان بخش قرار داده شده که می‌توانید با مقایسه پاسخ خود با پاسخ کتاب، میزان یادگیری و تسلط خود را بر مفاهیم کتاب درسی بسنجید.

در پایان از همه دانش‌آموزان و دبیران محترم خواستاریم نظرات و پیشنهادات ارزشمند خود را از طریق تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰۰۰ مطرح فرمایند و ما را در بهتر شدن این کتاب یاری کنند.



... آموزش و تمرین ...

مجموعه کتاب‌های
سیر تا پیاز



درس اول: معرفی مجموعه

معرفی مجموعه

به دسته‌ای از اعداد، اشیا، حروف یا اشکال که دوبه‌دو متمایز و کاملاً مشخص باشند، **مجموعه** می‌گوییم. برای مثال مجموعه‌های طبیعی یک‌رقمی عبارت است از: ۱، ۲، ۳، ... و ۹ که اگر آنها را داخل یک جفت آکولاد $\{\}$ قرار دهیم و با حروف بزرگ انگلیسی مانند A یا B نام‌گذاری کنیم، در این صورت یک مجموعه تشکیل داده‌ایم.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

به هریک از عددهای ۱، ۲، ۳، ... و ۹ که در مجموعه A قرار دارند، **یک عضو** مجموعه A گفته می‌شود. چون از ۱ تا ۹، نه عدد طبیعی وجود دارد، پس این مجموعه دارای ۹ عضو است. توجه داشته باشید که در ریاضیات، مجموعه نیز مانند مفاهیمی چون نقطه و خط که تعریف دقیقی برای آنها وجود ندارد، تعریف‌ناپذیر است و عبارت بالا فقط برای معرفی مجموعه می‌باشد.

نکته

در معرفی مجموعه:

- منظور از عبارت **دوبه‌دو متمایز** این است که **تکرار** در مجموعه اثر ندارد؛ یعنی اگر در مجموعه A، چند مرتبه عدد ۲ نوشته شود، باید عضوهای تکراری را حذف کنیم و فقط یک مرتبه ۲ را بنویسیم.
- منظور از عبارت **کاملاً مشخص** این است که عضوهای مجموعه به طور **سلیقه‌ای** انتخاب نشوند و عضو مجموعه منحصر به فرد باشد؛ بنابراین نمی‌توان مجموعه‌ای با عنوان «سه شاعر معروف» تشکیل داد، چون هر کسی به طور سلیقه‌ای شاعران معروف را مشخص می‌کند؛ شاید یک فرد از حافظ، سعدی و فردوسی نام ببرد، اما فردی دیگر از حافظ، نظامی و خیام و فرد سوم از مولوی، عطار و فردوسی.

در نمایش مجموعه‌ها، **ترتیب** نوشتن عضوهای مجموعه، اهمیت ندارد و با جابه‌جا کردن اعضای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته نمی‌شود. برای مثال مجموعه‌های $\{1, 5, a\}$ ، $\{a, 1, 5\}$ و $\{5, a, 1\}$ یکسان هستند و هیچ تفاوتی ندارند ولی بهتر است که عضوهای مجموعه‌های عددی را از چپ به راست به صورت صعودی (یعنی از کوچک به بزرگ) بنویسیم.

با توجه به توضیحات بالا اگر بخواهیم مجموعه اعداد اول دورقمی را تشکیل دهیم کافی است عددهای ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ... و ۹۷ را داخل آکولاد بنویسیم تا مجموعه مورد نظر تشکیل شود.

مثال: حروف تشکیل‌دهنده «سلسله ساسانی» را به شکل مجموعه بنویسید.

پاسخ: با توجه به شرط متمایز بودن عضوهای مجموعه، بعد از نوشتن همه حروف تشکیل‌دهنده این عبارت، حروف تکراری را حذف می‌کنیم و داخل آکولاد می‌نویسیم:

$\{س، ی، د، ن، ا، ه، ل، س\} \xrightarrow{\text{حذف عضوهای تکراری}} \{س، ی، د، ن، ا، ه، ل\}$

۲۰۰ تعداد عضوهای هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد اول یک‌رقمی زوج

ب) $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$

پ) مجموعه حروف تشکیل‌دهنده کلمه «ایرانیان»

تمرین‌های زیر را حل، و پاسخ خود را با پاسخ صفحه ۲۱۲ مقایسه کنید.

۱۰۰ کدام یک از عبارت‌های زیر توصیف یک مجموعه است. در صورت

امکان مجموعه را تشکیل دهید.

الف) سه فوتبالیست معروف

ب) اعداد طبیعی زوج یک‌رقمی

پ) سه عدد متوالی

ت) سه عدد طبیعی زوج متوالی با شروع از ۲۰

ث) اعداد طبیعی که فقط یک شمارنده دارند.

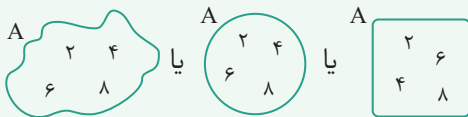
نمایش مجموعه‌ها

برای نمایش هر مجموعه می‌توانیم به روش‌های زیر عمل کنیم:

۱- نمایش مجموعه با استفاده از عبارت‌های کلامی: وقتی می‌نویسیم «مجموعه اعداد طبیعی یک‌رقمی» از عبارت کلامی برای نمایش مجموعه استفاده کرده‌ایم.

۲- نمایش مجموعه با استفاده از نوشتن اعضا: اگر عضوهای یک مجموعه را داخل یک جفت آکولاد (یعنی $\{ \}$) قرار دهیم و برای جدا کردن اعضا از «،» یا «،» استفاده کنیم، آن مجموعه را با اعضایش نمایش داده‌ایم. $\{2, 4, 6, 8\}$ = مجموعه اعداد طبیعی زوج یک‌رقمی **تذکر:** بعضی مجموعه‌ها مانند مجموعه اعداد طبیعی، مجموعه اعداد صحیح و... بی‌شمار عضو دارند و هرچه عضو بنویسیم تمام نمی‌شوند، همچنین بعضی مجموعه‌ها تعداد عضوهای زیادی دارند و نوشتن همه اعضا کار دشواری است، در این موارد برای نوشتن عضوهای مجموعه‌ها از «...» استفاده می‌کنیم: $\{1, 2, \dots, 99\}$ = اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ و $\{1, 3, 5, \dots\}$ = مجموعه اعداد طبیعی فرد

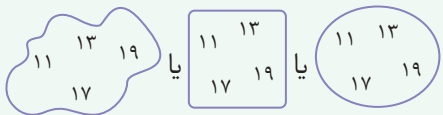
۳- نمایش مجموعه با استفاده از نمودار ون: می‌توانیم تمامی اعضای یک مجموعه را داخل یک منحنی یا خط‌های شکسته بسته به صورت مقابل نشان دهیم.



به این نوع نمایش مجموعه‌ها، نمایش با استفاده از نمودار ون می‌گویند.

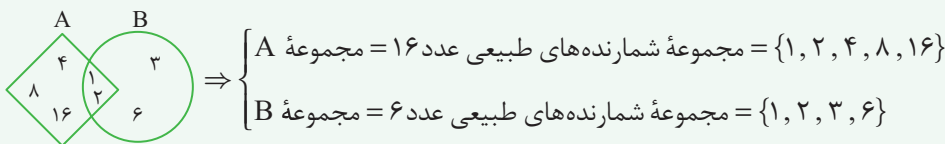
۴- نمایش مجموعه با استفاده از نماد ریاضی: این نوع نمایش صرفاً برای مجموعه‌های عددی کاربرد دارد، به شرطی که ویژگی یا رابطه مشخصی بین اعضای مجموعه برقرار باشد تا بتوانیم رابطه را به زبان ریاضی بیان کنیم. (این روش را در درس دوم می‌آموزید.) پرسش‌های مربوط به نمایش مجموعه‌ها، انواع مختلفی دارند که ممکن است در بعضی موارد نیاز باشد یک مجموعه را به صورت دیگری هم نمایش دهیم.

گاهی مجموعه را با عبارت کلامی معرفی می‌کنند و باید آن را با اعضا یا نمودار ون نمایش دهیم به طور مثال «مجموعه اعداد اول دورقمی کوچک‌تر از ۲۰» را می‌توانیم به صورت‌های زیر نمایش دهیم:



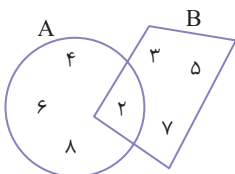
نمایش با استفاده از نوشتن اعضا: $\{11, 13, 17, 19\}$

گاهی باید با توجه به نمودار ون داده شده عضوهای مجموعه‌ها را مشخص کنیم و هر مجموعه را با عبارت کلامی یا با اعضایش نمایش دهیم:



در هر حال تفاوتی ندارد که مجموعه به چه صورتی معرفی می‌شود، مهم این است که می‌توانیم مجموعه را به هر صورتی که نیاز داریم تبدیل کنیم و نمایش دهیم.

۵ هر یک از مجموعه‌های A و B را با اعضایشان نمایش دهید.



۶ هر یک از مجموعه‌های زیر را با اعضا نمایش دهید.

الف) مجموعه A شامل شمارنده‌های عدد ۲۰:
ب) مجموعه B شامل اعداد اول بین ۱۲ تا ۳۰:

تمرین‌های زیر را حل، و پاسخ خود را با پاسخ صفحه ۲۱۲ مقایسه کنید.

۳ هر یک از مجموعه‌های زیر را با یک عبارت کلامی مشخص کنید.

الف) $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$

ب) $B = \{1, 4, 9, 16, \dots\}$

۴ مجموعه‌های $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ و $B = \{1, 2, 4, 8\}$ را با

نمودار ون نمایش دهید.

مرور درس ۱

۱۱. درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- الف) عبارت «چهار ریاضی‌دان معروف» یک مجموعه را مشخص می‌کند. ☐ درست ☐ نادرست
- ب) عبارت «همه اشعار حافظ» یک مجموعه را مشخص می‌کند. ☐ درست ☐ نادرست
- پ) عبارت «اعداد صحیح منفی بزرگ‌تر از ۱ -» یک مجموعه را مشخص می‌کند. ☐ درست ☐ نادرست
- ت) مجموعه $\{۱, ۴, ۷, ۴, ۷, ۴\}$ دارای ۶ عضو است. ☐ درست ☐ نادرست
- ث) در مجموعه $A = \{d, b, \{a\}\}$ ، یکی از عضوهای مجموعه است. ☐ درست ☐ نادرست
- ج) مجموعه «حروف دونقطه‌ای انگلیسی» مجموعه تهی است. ☐ درست ☐ نادرست

۱۲. هر یک از جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.

- الف) به دسته‌ای از اعداد، اشیا، حروف یا شکل‌ها که دوبه‌دو متمایز و کاملاً مشخص باشند، می‌گویند.
- ب) به هر یک از عوامل تشکیل‌دهنده یک مجموعه، آن مجموعه می‌گویند.
- پ) اگر $x \in A$ باشد، در این صورت می‌گوییم x A است.
- ت) مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد، مجموعه نام دارد که آن را با نماد نشان می‌دهند.
- ث) به نمایش یک مجموعه با منحنی بسته، نمایش با استفاده از نمودار گفته می‌شود.
- ج) مجموعه $A = \{۲, ۳, ۴, ۵\}$ ، مجموعه‌ای عضوی است و به هر یک از اعداد ۲، ۳، ۴ و ۵، مجموعه A می‌گویند.

۱۳. عبارت‌های مناسب را به یکدیگر وصل کنید.

☐ مجموعه حروف زبان انگلیسی	☐ $\{-۹, -۶, -۳, ۰, ۳, ۶, ۹\}$
☐ مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۶	☐ $\emptyset$
☐ مجموعه ضرب‌های صحیح یک‌رقمی ۳	☐ $\{-۱, -۲\}$
☐ مجموعه اعداد صحیح منفی بزرگ‌تر از ۳ -	☐ مجموعه یک‌عضوی
☐ مجموعه اعداد اول زوج سه‌رقمی	☐ مجموعه عددهای طبیعی زوج دورقمی
☐ $\{۷, ۷\}$	☐ مجموعه اعداد اول یک‌رقمی
☐ $\{۲, ۳, ۵, ۷\}$	☐ $\{A, B, C, \dots, Z\}$
	☐ $\{۱, ۲, ۳, ۶\}$

۱۴ • کدام یک از عبارت‌های زیر یک مجموعه را نشان می‌دهد؟ در صورت امکان عضوهای مجموعه را بنویسید.

(الف) حروف a و b و اعداد طبیعی بین ۴ و ۷:

(ب) اعداد طبیعی زوج سه‌رقمی:

(پ) دو عدد اول کوچک‌تر از ۱۰:

(ت) مجموعه افرادی که در سال ۱۳۹۹ در ایران متولد شده‌اند:

(ث) مجموعه حروف سه نقطه الفبای فارسی:

(ج) سه عدد فرد متوالی:

۱۵ • مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان نمایش دهید و سپس تعداد اعضای هر مجموعه را مشخص کنید.

(الف) مجموعه عددهای فرد دورقمی:

(ب) مجموعه عددهای مرکب کوچک‌تر از ۱۵:

(پ) مجموعه عددهای مربع کامل دورقمی کوچک‌تر از ۵۰:

(ت) مجموعه عددهای حسابی کوچک‌تر از ۱۱ که مربع کامل نیستند:

(ث) مجموعه شمارنده‌های اول عدد ۳۰:

(ج) مجموعه قرینه عددهای اول یک‌رقمی:

(چ) مجموعه حروف صدادار انگلیسی:

۱۶ • با توجه به مجموعه $A = \{-3, 7, -4, 3\}$ درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

(الف) $-3 \in A$

(ب) $-7 \in A$

(پ) $4 \notin A$

(ت) $3 \in A$

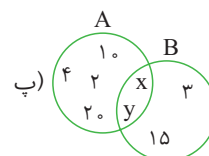
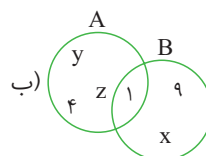
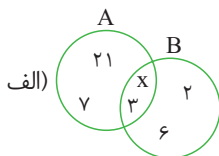
(ث) $\{7\} \notin A$

(ج) $-(-3) \in A$

(چ) $\frac{-24}{6} \in A$

(ح) $\frac{21}{3} \notin A$

۱۷ • در هر قسمت مجموعه شمارنده‌های دو عدد را با نمودار ون نشان داده‌ایم. مقدار یا مقدارهای مجهول را بنویسید.



۱۸ • در هر قسمت با توجه به اطلاعات داده‌شده، اعضای دو مجموعه را با یک نمودار ون نمایش دهید.

(الف) $1 \in A$ $5 \in A$ $3 \in A$ $3 \notin B$
 $1 \notin B$ $5 \in B$ $4 \in B$ $4 \notin A$

(ب) $x \in A$ $y \notin A$ $z \notin A$ $d \in A$
 $x \notin B$ $y \in B$ $z \in B$ $d \notin B$

۱۹ • هر یک از مجموعه‌های زیر را با یک عبارت کلامی بیان کنید.

(ب) $\{11, 13, 17, 19\}$:

(الف) $\{2, 4, 6, 8\}$:

(ت) $\{-5, -4, -3, -2, -1\}$:

(پ) $\emptyset$:

(ث) $\{-5, -10, -15, \dots\}$:

۱۰۹ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- ☐ درست ☐ نادرست
☐ درست ☐ نادرست
☐ درست ☐ نادرست
☐ درست ☐ نادرست
☐ درست ☐ نادرست
☐ درست ☐ نادرست

الف) عبارت «چهار فوتبالیست معروف ایران» یک مجموعه را نشان می‌دهد.

ب) مجموعه اعداد اول زوج سه‌رقمی، یک مجموعه تهی است

پ) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

ت) $\emptyset \in \{\emptyset\}$

ث) اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه $A \cup B = B$ است.

ج) احتمال اینکه هر دو فرزند یک خانواده پسر باشند، $\frac{1}{4}$ است.

۱۱۰ هریک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

الف) مجموعه اعداد صحیح بزرگ‌تر از ۳- و کوچک‌تر از ۶ دارای عضو است.

ب) مجموعه $\{0\}$ دارای زیرمجموعه است.

پ) مجموعه $\{a, x, b, a\}$ دارای زیرمجموعه یک عضوی است.

ت) حاصل عبارت $\emptyset \cup A$ برابر است.

ث) اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه حاصل $A - B$ برابر است.

ج) اگر چهار سکه را به هوا پرتاب کنیم، آنگاه $n(S)$ برابر است.

۱۱۱ اگر $A = \{1, 2, \{3\}, 4, \{5, 6\}, 7\}$ باشد، در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

- ☐ (۱) $\{3\} \notin A$ ☐ (۲) $\{3, 4\} \in A$ ☐ (۳) $6 \notin A$ ☐ (۴) $\{2, \{3\}\} \subseteq A$

۱۱۲ کدام یک از رابطه‌های زیر، نادرست است؟

- ☐ (۱) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N} = \mathbb{Z}$ ☐ (۲) $\mathbb{Q} - \mathbb{Q} = \emptyset$ ☐ (۳) $\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\}$ ☐ (۴) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Z}$

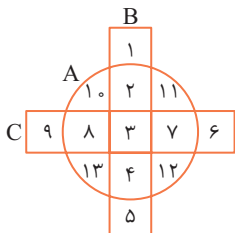
۱۱۳ اگر $A \cap B = \{7, 3\}$ ، $B = \{7, 3, 5\}$ و $A \cup B = \{7, 3, 8, 5, 6\}$ باشد، مجموعه A کدام است؟

- ☐ (۱) $\{8, 6\}$ ☐ (۲) $\{7, 3, 8, 5, 6\}$ ☐ (۳) $\{7, 3, 8, 6\}$ ☐ (۴) $\{3, 8, 5, 6\}$

۱۱۴ دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، احتمال اینکه اختلاف دو عدد رو شده، ۴ باشد، کدام است؟

- ☐ (۱) $\frac{1}{18}$ ☐ (۲) $\frac{1}{9}$ ☐ (۳) $\frac{1}{12}$ ☐ (۴) $\frac{1}{6}$

۱۱۵ با توجه به شکل مقابل:



$A \cup B =$

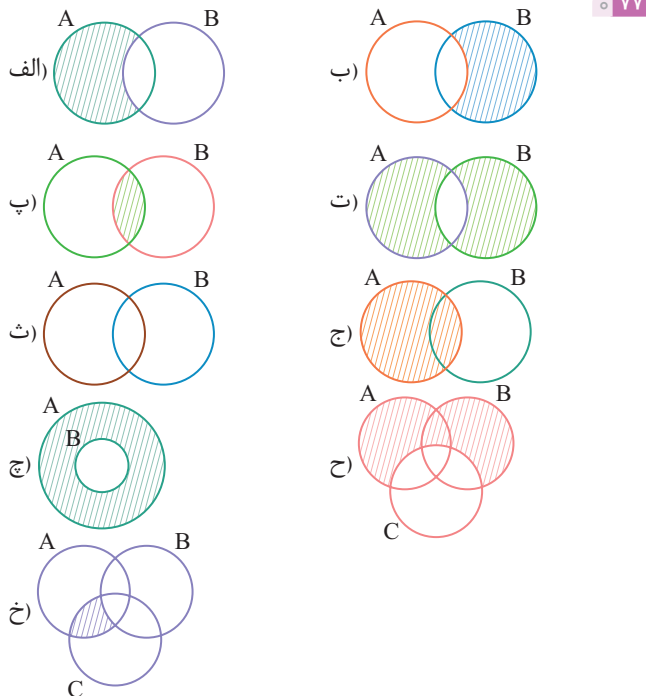
$C - A =$

ب) مجموعه $(A \cap B) \cup C$ چند عضوی است؟

پ) دو مجموعه بنویسید که زیرمجموعه هر سه مجموعه باشند.

ت) بزرگ‌ترین مجموعه را بنویسید که زیرمجموعه B و C باشد، اما زیرمجموعه A نباشد. این مجموعه چند زیرمجموعه دارد؟

- پ) $A - B = \{1, \cancel{2}, \cancel{3}, 4, \cancel{5}, 6, \cancel{7}, 8, 9\} - \{2, 3, 5, 7\}$
 $= \{1, 4, 6, 8, 9\}$
 $B - A = \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}, \cancel{9}\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = \emptyset$
 $\Rightarrow A - B \neq B - A$
 ت) $A \cap \mathbb{N} = \{1, 2, \dots, 9\} \Rightarrow A \cap \mathbb{N} = A$
 ث) $A \cup \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$
 ج) $B - A = \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}, \cancel{9}\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = \emptyset$
 چ) $A \cap (A \cup B) = \{1, 2, \dots, 9\} \cap \{1, 2, \dots, 9\} = \{1, 2, \dots, 9\}$
 $\Rightarrow A \cap (A \cup B) = A$
 ح) $A \cup (A \cap B) = \{1, 2, \dots, 9\} \cup \{2, 3, 5, 7\}$
 $= \{1, 2, \dots, 9\} \Rightarrow A \cup (A \cap B) = A$



- ۱) $\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0, \cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \dots\} - \{1, 2, 3, \dots\} = \{0\}$ الف) ۷۸
 ۲) $\mathbb{N} - \mathbb{W} = \{\cancel{0}, \cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \dots\} - \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \{ \}$
 ۳) $\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{\dots, -2, -1, 0, \cancel{1}, \cancel{2}, \dots\} - \{1, 2, 3, \dots\}$
 $= \{0, -1, -2, \dots\}$
 ۴) $\mathbb{Z} - \mathbb{W} = \{\dots, -2, -1, \cancel{0}, \cancel{1}, \cancel{2}, \dots\} - \{0, 1, 2, \dots\}$
 $= \{-1, -2, -3, \dots\}$
 ۵) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \Rightarrow \mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
 ۶) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \Rightarrow \mathbb{N} \cup \mathbb{W} = \mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

- ب) $\mathbb{N} - \mathbb{W} = \emptyset$ درست؛ ۲
 ۱) $\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\}$ درست؛ ۱
 ۴) $\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{0, -1, \dots\}$ درست؛ ۴
 ۳) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$ نادرست؛ ۳

- الف) اجتماع ۷۱
 ب) خود آن مجموعه ۷۲
 ت) مساوی ۷۳
 ج) ۲ ۷۴

- ۱) $B \cup C = \{1, 2, 4, 6, 7, 8\} \cup \{2\} = \{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$
 ۲) $B \cap C = \{1, 2, 4, 6, 7, 8\} \cap \{2\} = \{2\}$
 ۳) $A - B = \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}\} - \{2, 1, 7, 4, 6, 8\} = \{5, 3\}$
 ۴) $C - A = \emptyset$ مجموعه C زیرمجموعه مجموعه A است، پس:
 ۵) $A - (B \cap C) = \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}\} - \{2\} = \{3, 5, 7, 1\}$
 ۶) $A - (B \cup C) = \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}\} - \{1, 2, 4, 6, 7, 8\} = \{3, 5\}$

- ب) ۷۵
 ۱) نادرست ۷۶
 ۳) درست ۷۷
 ۵) درست ۷۸
 ۴) درست ۷۹
 ۶) درست ۸۰

- $B - A = C \Rightarrow \{5, \cancel{6}, 7, 8, 9\} - \{4, \cancel{5}, k\} = \{7, 8, 9\}$
 پس باید $k = 5$ باشد.

- الف) ۷۴
 ۱) $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{1, 2, 4, 8\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$, $n(A \cup B) = 6$
 ۲) $A \cap B = \{1, 2, 3, 6\} \cap \{1, 2, 4, 8\} = \{1, 2\}$, $n(A \cap B) = 2$
 ۳) $A - B = \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{6}\} - \{1, 2, 4, 8\} = \{3, 6\}$, $n(A - B) = 2$
 ۴) $B - A = \{\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{6}\} - \{1, 2, 4, 8\} = \{4, 8\}$, $n(B - A) = 2$

- ب) ۸۱
 ۱) نادرست ۸۲
 ۳) اشتراک دو مجموعه، همواره زیرمجموعه هریک از دو مجموعه است. درست؛ ۸۳
 ۴) نادرست ۸۴
 ۵) درست ۸۵
 ۶) تهی زیرمجموعه تمام مجموعه‌هاست. درست؛ ۸۶

- الف) $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ ۷۵
 ب) $B = \{2, 3, 5, 7\}$
 پ) $C = \{2, 5\}$
 ت) $D = \{1, 4, 10, 20\}$

- $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ $B = \{2, 3, 5, 7\}$ ۷۶
 الف) $A \cup B = B \cup A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$
 ب) $A \cap B = B \cap A = \{2, 3, 5, 7\}$

$$W - N = \{0\}$$

۸۷ گزینه «۲»

$$A \subseteq B \Rightarrow A - B = \{\}$$

۸۸ گزینه «۳»

$$C - A = \{1, 2, 7, 8, 9\}$$

$$(A - B) \cup (C - A) = \{1, 2, 7, 8, 9\} \Rightarrow \text{عضو دارد. ۵}$$

درس چهارم: مجموعه‌ها و احتمال

فصل اول

۸۹ الف) اگر دختر را با «د» و پسر را با «پ» نشان دهیم خواهیم داشت:

$$S = \{(پ, پ), (پ, د), (د, پ), (د, د)\} \Rightarrow n(S) = 4$$

$$A = \{(پ, د), (د, پ)\} \Rightarrow n(A) = 2 \quad \text{ب)}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$B = \{(د, د)\} \Rightarrow n(B) = 1 \quad \text{پ)}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

$$C = \{(د, د), (د, پ), (پ, د)\} \Rightarrow n(C) = 3 \quad \text{ت)}$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

۹۰ الف) ابتدا مجموعه همه حالت‌ها یعنی مجموعه (S) را تشکیل می‌دهیم.

$$S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{3, 6, 9\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{10}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{10} \quad \text{ب)}$$

پ) عددی روی کارت‌ها یک رقمی هستند؛ به این ترتیب:

$$C = \{\} \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{0}{10} = 0$$

$$D = \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$$

ت)

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{10}{10} = 1$$

۹۱ الف) می‌دانیم که در پرتاب سکه دو حالت و در پرتاب تاس ۶ حالت

$$n(S) = 2 \times 6 = 12 \quad \text{اتفاق می‌افتد، بنابراین:}$$

$$A = \{(رو, ۳), (رو, ۶)\} \Rightarrow n(A) = 2 \quad \text{ب)}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

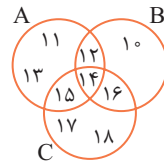
$$B = \{(پشت, ۲), (پشت, ۳), (پشت, ۵)\} \Rightarrow n(B) = 3 \quad \text{پ)}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

ت) در پرتاب یک تاس حتماً یکی از عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یا ۶ ظاهر می‌شود و احتمال اینکه عدد بزرگ‌تر از ۶ ظاهر شود، صفر است. بنابراین احتمال اینکه سکه «رو» و تاس عدد بزرگ‌تر از ۶ ظاهر شود نیز صفر می‌باشد.

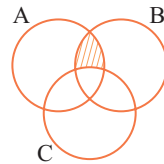
۷۹ الف) ابتدا عضوهای مشترک هر سه مجموعه و سپس عضوهای مشترک

هر دو مجموعه را مشخص می‌کنیم و در نمودار ون قرار می‌دهیم:



$$A \cap B \cap C = \{14\}, A \cap B = \{12, 14\}$$

$$A \cap C = \{14, 15\}, B \cap C = \{14, 16\}$$



ب)

$$A \cup C = \{11, 12, 13, 14, 15\} \cup \{14, 15, 16, 17, 18\} \quad \text{پ)}$$

$$= \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$$

$$(A \cup C) - B = \{11, 13, 15, 17, 18\} - \{12, 14, 16\}$$

$$= \{11, 13, 15, 17, 18\}$$

۸۰ گزینه «۳»: قسمت رنگ‌شده تمامی عضوهای A را که عضو B

نمی‌باشند، نشان می‌دهد، پس این مجموعه A - B است.

۸۱ گزینه «۳»

$$\{1, 2, 3\} - \{2\} = \{1, 3\} \quad \text{تذکر: در هر مجموعه عضو تکراری حذف می‌شود.}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$1) \{1, 2, 3, 4\} \cap \{1, 2, 3, 5\} = \{1, 2, 3\}$$

$$2) \{1, 2\} \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3\}$$

$$4) \{1, 2, 3, 4\} - \{4\} = \{1, 2, 3\}$$

۸۲ گزینه «۳» $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}, A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$$

۸۳ گزینه «۴» $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$$\Rightarrow A \cap B = \{2, 3, 4\}, n(A \cap B) = 3$$

۸۴ گزینه «۲»

اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه $A \cup B = B$ و $A \cap B = A$ است.

۸۵ گزینه «۲»: اشتراک هر دو مجموعه حتماً زیرمجموعهٔ هریک از

آنهاست؛ بنابراین:

$$(A \cap B) \subseteq A, (A \cap B) \subseteq B$$

۸۶ گزینه «۲»

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

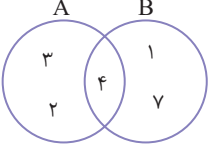
$$B \subseteq C \Rightarrow C \cap (A \cup B) = B$$



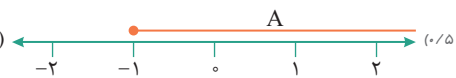
... آزمون ...

مجموعه کتاب‌های
سیرت‌آپاز



ریاضی	آزمون نوبت اول	زمان آزمون : ۹۰ دقیقه
آزمون شماره ۱	پایه نهم	نمره
۱	درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید. الف) با جابه‌جایی عضوهای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته می‌شود. ب) بین دو کسر می‌توان بی‌شمار کسر پیدا کرد. پ) دو مربع دلخواه همواره متشابه‌اند. ت) هر عدد فقط یک ریشه سوم دارد. درست ☐ نادرست ☐ درست ☐ نادرست ☐ درست ☐ نادرست ☐ درست ☐ نادرست ☐	۱
۲	هر یک از جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) مجموعه $A = \{3, 0, \emptyset\}$ زیرمجموعه دارد. ب) اگر عددی گنگ نباشد، حتماً است. پ) اگر زاویه بین دو خط در نقشه ۶۵ درجه باشد، زاویه بین این دو خط در طبیعت درجه است. ت) حاصل عبارت $(-7)^{-2}$ برابر است.	۱
۳	گزینه درست را انتخاب کنید. الف) کدام عبارت یک مجموعه را مشخص می‌کند؟ ۱) پنج عدد بزرگ ☐ ۲) سه کشتی گیر قوی ☐ ۳) چهار میوه خوشمزه ☐ ۴) شمارنده‌های عدد ۶ ☐ ب) کدام عبارت نادرست است؟ ۱) $Q \cap Q' = \emptyset$ ☐ ۲) $\pi \in \mathbb{R}$ ☐ ۳) $0/3 \in Q$ ☐ ۴) $Z \subseteq Q'$ ☐ پ) اطلاعات داده‌شده در مسئله نامیده می‌شود. ۱) اثبات ☐ ۲) فرض ☐ ۳) مثال نقض ☐ ۴) حکم ☐ ت) نماد علمی عدد ۵۷۳۹ کدام است؟ ۱) $5/739 \times 10^{-3}$ ☐ ۲) $5/739 \times 10^3$ ☐ ۳) $57/39 \times 10^{-3}$ ☐ ۴) $57/39 \times 10^3$ ☐	۱
۴	با توجه به نمودار مقابل:  الف) زیرمجموعه‌ای از A بنویسید که اعضای آن عدد اول باشد. ب) مجموعه $B - (A \cap B)$ را با اعضایش مشخص کنید. پ) درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. ۱) $4 \in (A \cap B)$ ☐ ۲) $n(A \cup B) = 6$ ☐	۰/۵ ۰/۵ ۰/۵

ریاضی	آزمون نوبت اول	زمان آزمون : ۹۰ دقیقه
آزمون شماره ۱	پایه نهم	

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)
۲	الف) $۸ = ۲^3$ (۰/۲۵) ب) گویا (۰/۲۵) پ) ۶۵ (۰/۲۵) ت) $(\frac{1}{-7})^2 = \frac{1}{49}$ (۰/۲۵)
۳	الف) گزینه «۴» (۰/۲۵)؛ سایر گزینه ها می توانند سلیقه ای انتخاب شوند. ب) گزینه «۴» (۰/۲۵)؛ مجموعه $\mathbb{Z}$ زیرمجموعه اعداد گویا (Q) است. پ) گزینه «۲» (۰/۲۵)؛ اطلاعات داده شده در مسئله، فرض نامیده می شود. ت) گزینه «۲» (۰/۲۵)؛ $۵۷۳۹ = ۵ / ۷۳۹ \times ۱۰^3$
۴	الف) $\{۲, ۳\}$ (۰/۵) ب) $B = \{۱, ۴, ۷\}, A \cap B = \{۴\} \Rightarrow B - (A \cap B) = \{۱, ۷\}$ (۰/۵) پ) $۴ \in (A \cap B) \rightarrow$ درست (۰/۲۵) نادرست (۰/۲۵) $n(A \cup B) = ۶ \rightarrow$ نادرست (۰/۲۵) $(A \cup B) = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۷\}$
۵	الف) $B = \{۲, ۱, ۵\}, A \cap C = \{۲, ۷\} \Rightarrow B - (A \cap C) = \{1, 5\} - \{2, 7\} = \{1, 5\}$ (۰/۵) ب) $A \cup B = \{1, 2, 5, 7, 1, 5\} = \{1, 2, 5, 7\}$ (۰/۵) پ) خیر؛ زیرا عضو ۷ از مجموعه A عضو مجموعه B نیست. (۰/۵)
۶	الف) $۱۲ =$ تعداد حالت ها $\Rightarrow (۱, ۰), (۲, ۰), (۳, ۰), (۴, ۰), (۵, ۰), (۶, ۰), (۱, ۰), (۲, ۰), (۳, ۰), (۴, ۰), (۵, ۰), (۶, ۰)$ (۰/۵) ب) $\frac{۳}{۱۲} = \frac{۱}{۴}$ احتمال $\Rightarrow (۱, ۰), (۳, ۰), (۵, ۰)$ حالت های مطلوب (۰/۵) پ) $\frac{۳}{۱۲} = \frac{۱}{۴}$ احتمال $\Rightarrow (۲, ۰), (۳, ۰), (۵, ۰)$ حالت های مطلوب (۰/۵)
۷	احتمال $= \frac{۷}{۹} \Rightarrow ۴ + ۳ = ۷ =$ تعداد حالت های مطلوب , $۲ + ۳ + ۴ = ۹ =$ تعداد کل حالت های ممکن (۰/۵)
۸	الف)  (۰/۵) ب) $B = \{x \in \mathbb{R} 0 \leq x < 3\}$ (۰/۵)
۹	الف) $\sqrt{۵}, \sqrt{۶}, \sqrt{۷}$ دو عدد گنگ $\Rightarrow \sqrt{۶} = \sqrt{۹} = ۳$ (۰/۵) ب) $\sqrt{۴} < \sqrt{۷} < \sqrt{۹} \Rightarrow ۲ < \sqrt{۷} < ۳ \xrightarrow{+۳} ۵ < ۳ + \sqrt{۷} < ۶$ (۰/۵)
۱۰	الف) $\sqrt{(\sqrt{۱۰} - ۴)^2} = \underbrace{\sqrt{۱۰} - ۴}_{\text{منفی}} = -(\sqrt{۱۰} - ۴) = ۴ - \sqrt{۱۰}$ (۰/۵) ب) $\sqrt{(۲ - \sqrt{۷})^2} = \underbrace{۲ - \sqrt{۷}}_{\text{منفی}} = -(۲ - \sqrt{۷}) = -۲ + \sqrt{۷}$ (۰/۵) پ) $ ۳ - \sqrt{۱۳} + \sqrt{(\sqrt{۱۳} - ۶)^2} = \underbrace{۳ - \sqrt{۱۳}}_{\text{منفی}} + \underbrace{\sqrt{۱۳} - ۶}_{\text{منفی}} = -(۳ - \sqrt{۱۳}) + (-\sqrt{۱۳} + ۶) = -۳ + \sqrt{۱۳} - \sqrt{۱۳} + ۶ = ۳$ (۰/۵)



... نکته و تست ...

مجموعه کتابهای
سیرتاپیاز



فصل اول: مجموعه‌ها

تعداد عضوهای یک مجموعه

در هر مجموعه، ترتیب نوشتن عضوهای مجموعه مهم نیست و با جابه‌جا کردن عضوها، مجموعه جدیدی به وجود نمی‌آید. همچنین در هر مجموعه عضو تکراری بی‌تأثیر است و فقط یک مرتبه شمرده می‌شود و بهتر است که عضوهای تکراری را حذف کنیم. به طور مثال، مجموعه $\{۳, ۵, ۷, ۵, ۷, ۵\}$ فقط دارای ۳ عضو است و می‌توانیم آن را به صورت $\{۳, ۵, ۷\}$ بنویسیم.

نکته

- برای تعیین تعداد عددهای صحیح از a تا b از رابطه $b - a + ۱$ استفاده می‌کنیم.
- برای تعیین تعداد عددهای صحیح بین a و b از رابطه $b - a - ۱$ استفاده می‌کنیم.
- برای تعیین تعداد عددهای متوالی با فاصله مساوی از رابطه $(۱ + \frac{\text{کوچک‌ترین عدد} - \text{بزرگ‌ترین عدد}}{\text{فاصله دو عدد متوالی}})$ استفاده می‌کنیم.

مثال ۳ تعداد عضوهای کدام یک از مجموعه‌های زیر، نادرست نوشته شده است؟

(آزمون ورودی)

$$A = \{۳, ۶, ۹, ۱۲, \dots, ۱۰۵\} \rightarrow n(A) = ۳۵ \quad (۱ \circ)$$

$$B = \{-۳۵, -۳۳, -۳۱, \dots, +۱۷\} \rightarrow n(B) = ۲۹ \quad (۲ \circ)$$

$$C = \{-۱۰۰۰, +۹۹۵, -۹۹۰, \dots, -۱۱۰\} \rightarrow n(C) = ۱۷۹ \quad (۳ \circ)$$

$$D = \{-۹/۲۵, -۹, -۸/۷۵, \dots, +۹\} \rightarrow n(D) = ۷۴ \quad (۴ \circ)$$

پاسخ: بررسی گزینه‌ها:

(۱) مضرب‌های طبیعی عدد ۳، عضوهای مجموعه A هستند. بنابراین کافی است که آخرین عضو را بر ۳ تقسیم کنیم:

$$n(A) = \frac{۱۰۵}{۳} = ۳۵$$

تذکر: با استفاده از رابطه «تعداد عددهای متوالی با فاصله مساوی» نیز می‌توان به این سؤال پاسخ داد.

(۲) فاصله عددها برابر ۲ واحد است، بنابراین طبق نکات بالا داریم:

$$n(B) = \frac{+۱۷ - (-۳۵)}{۲} + ۱ = \frac{۵۲}{۲} + ۱ = ۲۷$$

(۳) عددها یکی در میان مثبت و منفی هستند، پس علامت‌ها را کنار می‌گذاریم و تعداد مضرب‌های عدد ۵ از ۱۱۰ تا ۱۰۰۰ را تعیین می‌کنیم:

$$n(C) = \frac{۱۰۰۰ - ۱۱۰}{۵} + ۱ = \frac{۸۹۰}{۵} + ۱ = ۱۷۸ + ۱ = ۱۷۹$$

(۴) فاصله بین عددهای متوالی $۰/۲۵$ می‌باشد، بنابراین:

$$n(D) = \frac{(+۹) - (-۹/۲۵)}{۰/۲۵} + ۱ = \frac{۱۸/۲۵}{۰/۲۵} + ۱ = \frac{۱۸۲۵}{۲۵} + ۱ = ۷۳ + ۱ = ۷۴$$

بنابراین تنها در گزینه «۲» تعداد اعضای مجموعه به درستی نوشته نشده است.

پاسخ گزینه «۲» است.

مثال ۱ مجموعه $A = \{x, \{x\}, \{x, x\}, \{x, x, x\}, \dots\}$ چند عضو دارد؟

(آزمون ورودی)

$$۲ \quad (۲ \circ)$$

$$۱ \quad (۱ \circ)$$

$$۴ \quad (۴ \circ)$$

$$۳ \quad (۳ \circ)$$

پاسخ: می‌دانیم که عضوهای هر مجموعه‌ای باید متمایز باشند و عضو

تکراری را باید حذف کنیم. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$A = \{x, \{x\}, \{x, \cancel{x}\}, \{x, \cancel{x}, \cancel{x}\}, \dots\}$$

$$= \{x, \{x\}, \cancel{\{x\}}, \cancel{\{x\}}, \dots\} = \{x, \{x\}\}$$

پس مجموعه A دارای ۲ عضو است.

پاسخ گزینه «۲» است.

مثال ۲ مجموعه $A = \{۲^{۱۱} + ۲, ۲^{۱۱} + ۴, ۲^{۱۱} + ۶, \dots, ۲^{۱۲}\}$ چند عضو دارد؟

(تیزهوشان)

$$۲^۹ \quad (۲ \circ)$$

$$۲^{۱۲} \quad (۱ \circ)$$

$$۲^{۱۱} \quad (۴ \circ)$$

$$۲^{۱۰} \quad (۳ \circ)$$

پاسخ: می‌دانیم که $۲^{۱۱} + ۲^{۱۱} = ۲ \times ۲^{۱۱} = ۲^{۱۲}$ می‌باشد، بنابراین مجموعه

A را به صورت $\{۲^{۱۱} + ۲, ۲^{۱۱} + ۴, ۲^{۱۱} + ۶, \dots, ۲^{۱۱} + ۲^{۱۱}\}$ می‌نویسیم.

از طرفی اگر در تمامی عضوها عبارت $(۲^{۱۱})$ را حذف کنیم، مجموعه به

صورت $\{۲, ۴, ۶, ۸, \dots, ۲^{۱۱}\}$ تبدیل می‌شود که نشان‌دهنده عددهای

زوج است. $۲^{۱۱} \div ۲ = ۲^{۱۰}$ تعداد

پاسخ گزینه «۳» است.

۱. با توجه به مجموعه $A = \{\{1\}, \{2, 3, 4\}, 5\}$ کدام گزینه درست است؟ (آزمون ورودی)

$2 \in A$ (۱) ☐ $\{2, 3\} \subseteq A$ (۲) ☐

$\{1\} \in A$ (۳) ☐ $4 \subseteq A$ (۴) ☐

۲. مجموعه $A = \{\{1, 2, 3, 4, \dots\}\}$ چند عضو دارد؟ (آزمون ورودی)

۱ (۱) ☐ ۲ (۲) ☐

۴ (۳) ☐ بی شمار (۴) ☐

۳. اگر $A = \{\{a\}, \{a, b\}, b\}$ باشد، کدام رابطه زیر نادرست است؟ (کنکور)

$\{a, b\} \in A$ (۱) ☐ $\{a\} \subseteq A$ (۲) ☐

$\{\{a\}, b\} \subseteq A$ (۳) ☐ $\{\{a, b\}\} \subseteq A$ (۴) ☐

۴. مجموعه $A = \{1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, \dots, 11\}$ که در آن هر عدد به تعداد خودش نوشته شده است، دارای چند عضو است؟ (آزمون ورودی)

۱۱ (۲) ☐ ۳۶ (۱) ☐

۶ (۳) ☐ ۴ نمی توان مشخص کرد. (۴) ☐

۵. اگر داشته باشیم؛ $A_1 = \{1\}$ ، $A_2 = \{2, 3\}$ ، $A_3 = \{4, 5, 6\}$ و $A_4 = \{7, 8, 9, 10\}$ در این صورت مجموعه A_1 با چه عددی شروع می شود؟ (آزمون ورودی)

۴۵ (۱) ☐ ۴۶ (۲) ☐ ۵۵ (۳) ☐ ۵۶ (۴) ☐

۶. سی و یکمین عضو از مجموعه $\{2, -7, 12, -17, \dots, 202\}$ کدام است؟ (آزمون ورودی)

-۱۴۷ (۱) ☐ ۱۴۷ (۲) ☐

-۱۵۲ (۳) ☐ ۱۵۲ (۴) ☐

۷. اگر $A = \{2\}$ ، $B = \{2, \{2\}\}$ و $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$ باشد، کدام رابطه نادرست است؟ (کنکور)

$B \subseteq A$ (۱) ☐ $A \subseteq B$ (۲) ☐

$A \in B$ (۳) ☐ $B \in C$ (۴) ☐

۸. مجموعه $A = \{2^{400} + 2, 2^{400} + 4, 2^{400} + 6, \dots, 2^{401}\}$ چند عضو دارد؟ (آزمون انرژی اتی)

۳۹۹ (۱) ☐ ۲۴۰۰ (۲) ☐ ۴۰۰ (۳) ☐ ۳۹۹ (۴) ☐

۹. مجموعه $A = \{2^{100} + 2, 2^{100} + 4, 2^{100} + 8, \dots, 2^{201}\}$ چند عضو دارد؟ (آزمون ورودی)

۲۰۱ (۱) ☐ ۲۰۰ (۲) ☐

۱۰۱ (۳) ☐ ۱۰۰ (۴) ☐

۱۰. دو مجموعه A و B برابرند، هرگاه: (کنکور)

(۱) تمام عضوهای A در B وجود داشته باشد.

(۲) هر عضو دلخواه از A در B وجود داشته باشد.

(۳) هر یک زیرمجموعه دیگری باشد.

(۴) تعداد عضوهای A و B برابر باشد.

۱۱. اگر $A = \{3, 2x, 2-y\}$ و $B = \{4, 2+y, 1\}$ باشد و بدانیم $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ ، آنگاه $x+y$ کدام است؟ (آزمون ورودی)

۲ (۱) ☐ ۳ (۲) ☐ ۴ (۳) ☐ ۵ (۴) ☐

۱۲. اگر $\{6\} = \{(3x+3y), (x-y)\}$ ، چقدر است؟ (کنکور)

۴ (۱) ☐ ۲ (۲) ☐ ۱ (۳) ☐ ۳ (۴) ☐

۱۳. دو مجموعه $\{-1\}$ و $\{m-n, n^3\}$ برابرند. حاصل mn کدام است؟ (آزمون ورودی)

-۱ (۱) ☐ ۱ (۲) ☐ ۲ (۳) ☐ -۲ (۴) ☐

۱۴. به ازای چه تعداد عدد صحیح x ، دو مجموعه $A = \{1, x, x^2\}$ و $B = \{y, y^2\}$ می توانند برابر باشند؟ (تیزهوشان)

۱ (۱) ☐ ۲ (۲) ☐ صفر (۳) ☐

۲ (۳) ☐ ۳ (۴) ☐

۱۵. اگر a, b, c سه عدد حقیقی و $\{(a+1)^2 + 1, (b-1)^3\} = \{-1, -a^4, c\}$ آنگاه درباره دو ادعای زیر چه می توان گفت؟

ادعای اول: حاصل c^a می تواند برابر -۱ باشد.

ادعای دوم: حاصل c^a می تواند برابر ۵ باشد.

(آزمون ورودی)

(۱) هر دو ادعا درست است.

(۲) فقط ادعای اول درست است.

(۳) فقط ادعای دوم درست است.

(۴) هر دو ادعا نادرست است.

فصل اول

مجموعه‌ها

۱. گزینه «۳»

دقت کنید که عضوهای مجموعه A عبارت‌اند از: ۵، {۲، ۳، ۴} و {۱} پس این مجموعه دارای ۳ عضو است. بنابراین گزینه «۳» صحیح است.

۲. گزینه «۱»

مجموعه A فقط شامل یک عضو است که خود همین عضو، مجموعه عددهای طبیعی می‌باشد.

۳. گزینه «۲»

مجموعه A شامل سه عضو است که عبارت‌اند از: {a}، {a, b} و b، پس گزینه «۱» صحیح می‌باشد. توجه داشته باشید که:

$$\{a\} \subseteq A, \{a, b\} \subseteq A, \{b\} \subseteq A$$

پس گزینه‌های «۳» و «۴» هم صحیح هستند و فقط گزینه «۲» نادرست می‌باشد.

۴. گزینه «۳»

آموختیم که در هر مجموعه عضو تکراری بی‌تأثیر است و باید عضوهای تکراری را حذف کنیم، بنابراین مجموعه A را به صورت زیر می‌نویسیم که دارای ۶ عضو می‌باشد.

۵. گزینه «۲»

در عبارت‌های A_1, A_2, A_3 و ... به عددهای ۱، ۲، ۳ و ... اندیس گفته می‌شود. با دقت در مجموعه‌ها ملاحظه می‌کنید که تعداد عضوهای هر مجموعه برابر اندیس آن مجموعه است. به طور مثال، A_1 دارای یک عضو، مجموعه A_2 دارای ۲ عضو و ... می‌باشد. به عبارت‌های زیر دقت کنید:

$$n(A_1) + n(A_2) = 1 + 2 = 3 \rightarrow A_2 \text{ بزرگ‌ترین عضو مجموعه}$$

$$n(A_1) + n(A_2) + n(A_3) = 1 + 2 + 3 = 6 \rightarrow A_3 \text{ بزرگ‌ترین عضو مجموعه}$$

اگر به همین ترتیب بتوانیم بزرگ‌ترین عضو مجموعه A_9 را تعیین کنیم، به سادگی مشخص می‌شود که مجموعه A_1 با چه عددی شروع می‌شود:

$$n(A_1) + n(A_2) + n(A_3) + \dots + n(A_9) = \overbrace{1+2+3+\dots+9}^{\text{تعداد}=9} = \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

پس ۴۵ بزرگ‌ترین عضو مجموعه A_9 است و کوچک‌ترین عضو A_1 برابر عدد ۴۶ می‌باشد.

۶. گزینه «۴»

روش اول: اگر علامت عددها را در نظر بگیریم، فاصله بین هر دو جمله متوالی برابر ۵ است، پس داریم:

$$\{5 \times 1 - 3, -(5 \times 2 - 3), 5 \times 3 - 3, \dots, 5 \times 41 - 3\}$$

همان طور که می‌بینید جملات با شماره فرد، مثبت هستند، بنابراین:

$$152 = 155 - 3 = 3 - 5(31) = \text{عضو سی و یکم}$$

روش دوم: عضوهایی که شماره آنها فرد است یعنی عضوهای ۱، ۳، ۵ و ...، عددی زوج هستند پس گزینه‌های «۱» و «۲» حذف می‌شوند. از طرفی عضوهایی که شماره فرد هستند، عددهای مثبت می‌باشند پس گزینه «۳» هم حذف می‌شود.

۷. گزینه «۱»

تمام عضوهای مجموعه A در مجموعه B نیز وجود دارند پس این مجموعه زیرمجموعه B می‌باشد، پس $B \subseteq A$ نادرست است.

۸. گزینه «۱»

می‌دانیم که $2^{400} = 2 \times 2^{399} = 2^{400} + 2^{400}$ است، بنابراین می‌توانیم مجموعه A را به صورت زیر بنویسیم:

$$A = \{2^{400} + 2, 2^{400} + 4, 2^{400} + 6, \dots, 2^{400} + 2^{400}\}$$

حال اگر از تمام عضوها، عبارت (2^{400}) را حذف کنیم مجموعه $B = \{2, 4, 6, 8, \dots, 2^{400}\}$ به دست می‌آید که نشان‌دهنده عددهای زوج ۲ تا 2^{400} است و تعداد عضوهایش با مجموعه A برابر می‌باشد، پس:

$$n(A) = 2^{400} \div 2 = 2^{399}$$

۹. گزینه «۳»

$$\begin{aligned} \text{می‌دانیم: } 2^{201} &= 2 \times 2^{200} = 2^{200} + 2^{200} = 2^{100} \times 2^{100} + 2^{100} \times 2^{100} \\ &= 2^{100}(2^{100} + 2^{100}) = 2^{100}(2 \times 2^{100}) = 2^{100} \times 2^{101} \end{aligned}$$

حالا مجموعه A را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$A = \{2^{100} + 2^1, 2^{100} + 2^2, 2^{100} + 2^3, \dots, 2^{100} + 2^{101}\}$$

اگر از تمام عضوها، عبارت (2^{100}) را کنار بگذاریم مجموعه $B = \{2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots, 2^{101}\}$ به دست می‌آید که تعداد عضوهایش با توجه به توان‌ها برابر ۱۰۱ عضو است، پس مجموعه A هم دارای ۱۰۱ عضو می‌باشد.

۱۰. گزینه «۳»

دو مجموعه A و B زمانی برابر هستند که هر عضو A، عضوی از B و هر عضو B، عضوی از A باشد. به این ترتیب اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ باشد، آنگاه هر دو مجموعه برابر هستند.

۱۱. گزینه «۲»

وقتی که $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ باشد، یعنی $A = B$ است؛ بنابراین در هر دو مجموعه عضوهای مساوی را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2 + y = 3 \Rightarrow y = 1 \\ 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \end{cases} \Rightarrow x + y = 2 + 1 = 3$$