

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و

ارسال رایگان

Medabook.com



مدابوک



یک جله تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰







# STATISTICS & PROBABILITY 11

Password

ن وَالْقَلَمِ وَمَا يَسْطُرُونَ



www.gaj.ir



Other user

ENG



درس اول: مبانی احتمال

20

علم آمار - علم احتمال



علم آمار در پی شناخت جامعه نامعلوم با استفاده از نمونه‌های جمع‌آوری شده معلوم است.

پدیده‌هایی که با «شمارش» و «تعداد» سروکار دارند، مربوط به علم آمار هستند.

علم احتمال در پی بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه معلوم است و به نوعی در جهت عکس علم آمار است.

پدیده‌هایی که می‌خواهیم «امکان» و «شانس» آن‌ها را بررسی کنیم، مربوط به علم احتمال هستند.



مینی‌تست



8 شکل مقابل، مربوط به ..... است.

A علم آمار

B علم احتمال

9 جمله «کارخانه‌هایی که سهام خود را در بورس عرضه کرده‌اند» مربوط به

..... است. چون نمی‌دانیم چه تعداد از کارخانه‌ها سهام خود را در بورس

عرضه کرده‌اند و ما سعی در شناخت ..... داریم.

A علم آمار - جامعه نامعلوم B علم احتمال - نمونه معلوم

10 جمله «امکان پایین آمدن شاخص‌های بورس در سال آینده» مربوط به

..... است. چون ما در پی بررسی یک ..... هستیم.

A علم آمار - نمونه معلوم [سال آینده]

B علم احتمال - نمونه نامعلوم [سال آینده]

11 دو علم آمار و احتمال به نوعی ..... هستند.

A در جهت عکس هم B هم جهت با هم

12 «تعداد» عضوهای هیئت منصفه دیوان لاهه و «امکان متهم شدن پس از

بررسی هیئت منصفه» به ترتیب مربوط به ..... و ..... هستند.

A علم آمار - علم احتمال B علم احتمال - علم آمار

13 بررسی «میزان درآمد کارکنان شهرداری» مربوط به ..... است.

A علم آمار B علم احتمال

14 بررسی «تعداد دانش‌آموزان پایه یازدهم که به شنا علاقه دارند» مربوط

به ..... است.

A علم احتمال B علم آمار

1 کارشناسان کارخانه ایران رادیاتور شهر رشت می‌خواهند برای سال آینده

تغییراتی در میزان تولید اسپلیت‌های کارخانه به وجود آورند، آن‌ها ابتدا به کمک

..... اطلاعات سال‌های گذشته را جمع‌آوری می‌کنند و سپس در قدم بعدی

..... به آن‌ها کمک می‌کند بهترین تصمیم را بگیرند.

A علم آمار - علم احتمال B علم احتمال - علم آمار

2 ابزار حل مسائلی که با ناآگاهی نسبی از شرایط و یا وقایع آینده همراه

است ..... است.

A علم آمار و علم احتمال B علم ریاضی و علم منطق

3 شناخت جامعه با استفاده از نمونه‌ها و داده‌ها ..... است.

A یک تحلیل احتمالی B یک کار آماری

4 اگر جامعه را با جزئیات بشناسیم و بخواهیم بدانیم نمونه‌هایی از آن جامعه

چگونه‌اند، ..... به کمک ما می‌آید.

A علم احتمال B علم آمار

5 علم آمار در پی شناخت ..... از ..... است.

A جامعه معلوم - یک نمونه نامعلوم

B جامعه نامعلوم - نمونه‌های جمع‌آوری شده معلوم

6 علم احتمال در پی بررسی یک ..... از یک ..... است.

A نمونه نامعلوم - جامعه معلوم B نمونه معلوم - جامعه نامعلوم

7 شکل مقابل، مربوط به ..... است.

A علم آمار

B علم احتمال



1 A 2 A 3 B 4 A 5 B 6 A 7 A 8 B 9 A 10 B 11 A 12 A 13 A 14 B

238 کدام یک از موارد زیر مربوط به علم احتمال است؟

(۲) تعداد رأی دهندگان در انتخابات مجلس نمایندگان طی دهه‌های پیش

(۱) میزان بارش باران در سال گذشته

(۴) امکان افزایش دست‌مزد و حقوق در سال آینده

(۳) درصد رشد نرخ تورم طی یک دوره ریاست جمهوری

239 کدام یک از موارد زیر مربوط به علم آمار است؟

- (۱) امکان بازگشت سرمایه شرکت بعد از تبلیغات
- (۲) امکان افزایش قیمت دلار در فصل تابستان
- (۳) شانس درمان ۵ نفر از گروهی که ۳۰ درصد آن‌ها به بیماری مبتلا هستند.
- (۴) تعداد کارخانه‌هایی که در اثر افزایش قیمت دلار ورشکست شده‌اند.

## فضای نمونه در آزمایش‌های توأم

21

اگر یک آزمایش تصادفی از دو آزمایش مجزا با فضای نمونه  $S_1$  و  $S_2$  تشکیل شده باشد و این دو آزمایش توأم با هم انجام شود یا یکی پس از دیگری انجام شود، فضای نمونه این آزمایش مرکب، برابر با ضرب دکارتی دو فضای نمونه اولیه است.

$$S = S_1 \times S_2$$

فضای نمونه پرتاب یک سکه  $S = \{ر, پ\}$  است. حال اگر دو سکه را با هم پرتاب کنیم، فضای نمونه به صورت زیر خواهد بود:

$$S = S_1 \times S_2 = \{(ر, ر), (ر, پ), (پ, ر), (پ, پ)\}$$

## مینی تست

یک راننده تاکسی خطی در ایستگاه منتظر می‌ماند تا حداکثر ۳ مسافر سوار کند، البته با کمترین ۳ مسافر نیز ممکن است حرکت کند:

۱ اگر در برگشت نیز همین اتفاق بیفتد، فضای نمونه «تعداد مسافران در مسیر رفت و برگشت» به صورت ..... است.

$$S = \{0, 1, 2, 3\} \times \{0, 1, 2, 3\} \quad \text{A}$$

$$S = \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\}, \{1, 2\}, \dots, \{3, 2\} \quad \text{B}$$

۲ اگر در برگشت با کمترین یک مسافر حرکت نکند، فضای نمونه دارای ..... عضو است.

$$4 \times 3 = 12 \quad \text{B} \quad 3 \times 3 = 9 \quad \text{A}$$

۳ اگر او تصمیم بگیرد در رفت با حداقل ۲ مسافر و در برگشت نیز با حداقل یک مسافر حرکت کند، فضای نمونه دارای ..... عضو است.

$$1 \times 3 = 3 \quad \text{B} \quad 2 \times 3 = 6 \quad \text{A}$$

۴ در این آزمایش تصادفی (۳, ۲) یک برآمد ..... است.

$$\text{محسوب نمی‌شود} \quad \text{A} \quad \text{محسوب می‌شود} \quad \text{B}$$

۵ منظور از برآمد (۳, ۰) این است که .....

A تاکسی با ۳ مسافر حرکت کرده و خالی برگشته است

B تاکسی خالی رفته و با ۳ مسافر برگشته است

۶ تعداد برآمدهایی که در آن مجموع تعداد مسافران در یک رفت و برگشت بیش از ۴ است، برابر با ..... است.

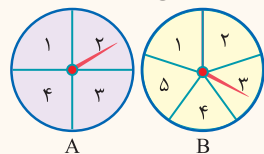
$$3 \quad \text{B} \quad 2 \quad \text{A}$$



۷ زهره و زهرا با هم یک مرتبه سنگ، کاغذ، قیچی بازی می‌کنند. فضای نمونه این آزمایش تصادفی ..... عضو دارد.

$$3 + 3 = 6 \quad \text{B} \quad 3 \times 3 = 9 \quad \text{A}$$

۸ صفحه‌های هر یک از عقربه‌های A و B را به ترتیب به ۴ قطاع و ۵ قطاع مساوی با شماره‌های {۱, ۲, ۳, ۴} و {۱, ۲, ۳, ۴, ۵} تقسیم می‌کنیم و عقربه‌های هر دو صفحه را می‌چرخانیم. فضای نمونه این آزمایش تصادفی ..... عضو دارد.



$$5 + 4 \quad \text{A}$$

$$5 \times 4 \quad \text{B}$$

1 A 2 B 3 A 4 B 5 A 6 B 7 A 8 B

240 در یک ایستگاه هواشناسی، در هر لحظه وضعیت آب و هوا با چهار چیز معلوم می‌شود و رطوبت هوا می‌تواند «خشک یا مرطوب» باشد و همچنین سرعت باد «کم یا زیاد» باشد، هوا «صاف و ابری یا نیمه ابری» باشد و بارندگی هم «رخ داده یا نداده» باشد. فضای نمونه این ایستگاه هواشناسی چند عضو دارد؟

$$96 \quad (4) \quad 24 \quad (3) \quad 72 \quad (2) \quad 9 \quad (1)$$

241 یک راننده ون خطی در ایستگاه منتظر مسافر می‌ماند تا حداکثر ۸ مسافر سوار کند. البته ممکن است با حداقل ۳ مسافر هم حرکت کند. در مسیر برگشت با کمترین ۵ مسافر بر نمی‌گردد. فضای نمونه برای توصیف چنین پدیده‌ای اگر فقط تعداد مسافرها برای ما مهم باشد، چند عضو دارد؟

$$16 \quad (4) \quad 24 \quad (3) \quad 18 \quad (2) \quad 20 \quad (1)$$



🍊 آزمایش‌های تصادفی دوحالته مانند پرتاب سکه، تولد بچه و ... را **امتحان** می‌نامیم. در هر امتحان، پیشامدی که مطلوب ماست **پیروزی** و آن چیزی که مطلوب ما نیست و مسأله آن را نمی‌خواهد، **شکست** نامیده می‌شود. این مسائل معمولاً دو تیپ عمده دارند:

1 اگر یک امتحان را پی در پی تکرار کنیم تا **اولین پیروزی در آزمایش n ام** حاصل شود، بدان معنی است که  $n-1$  آزمایش اولیه، همگی با شکست مواجه شده است و در آزمایش n ام اولین پیروزی حاصل شده است. بنابراین احتمال آن برابر است با:  $p$  احتمال پیروزی در یک آزمایش و  $q$  احتمال شکست در یک آزمایش است]

$$\text{اولین پیروزی در آزمایش } n \text{ ام} = \underbrace{(q \times q \times \dots \times q)}_{n-1 \text{ بار شکست}} \times \underbrace{p}_{\text{پیروزی}} = q^{n-1} \times p$$

🍯 وقتی می‌گوییم تاسی را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار در پرتاب پنجم عدد «۲» بیاید، یعنی ۴ بار اول نباید «۲» بیاید و بار پنجم باید «۲» بیاید:

$$P = \underbrace{\left(\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6}\right)}_{\text{شکست ۴}} \times \underbrace{\left(\frac{1}{6}\right)}_{\text{پیروزی}} = \left(\frac{5}{6}\right)^4 \left(\frac{1}{6}\right)$$

🍏 فضاهای نمونه بیش از دو عضوی را نیز می‌توان امتحان تلقی کرد، مثلاً در پرتاب تاس اگر «۲ آمدن» مطلوب است، «۲ آمدن» پیروزی و «۲ نیامدن» شکست محسوب می‌شود.

2 اگر یک آزمایش تصادفی دوحالته که احتمال پیروزی آن  $p$  و احتمال شکست آن  $q$  است را  $n$  بار تکرار کنیم و بخواهیم  $k$  بار پیروز شویم، باید احتمال  $k$  پیروزی در آزمایش‌های اول و  $n-k$  شکست در آزمایش‌های بعدی را حساب کنیم و جواب را در جایگشت این شکست‌ها و پیروزی‌ها ضرب کنیم، چون جای شکست‌ها و پیروزی‌ها مهم نیست و فقط تعداد آن‌ها اهمیت دارد:

$$\text{احتمال } k \text{ پیروزی در } n \text{ آزمایش} = \underbrace{p \times p \times \dots \times p}_k \times \underbrace{q \times q \times \dots \times q}_{n-k} \times \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

🍯 در یک بیمارستان شانس موفقیت در یک عمل جراحی  $\frac{4}{5}$  است. اگر این عمل جراحی روی ۶ نفر انجام شود احتمال آن‌که فقط یک عمل با شکست همراه باشد چقدر است؟

📌 اگر احتمال موفقیت در عمل برابر با  $p = \frac{4}{5}$  باشد آنگاه احتمال شکست برابر با  $q = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$  است. از طرفی دیگری شکست در ۶ عمل متناظر با ۵ موفقیت است و با توجه به فرمول فوق، احتمال مطلوب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{6!}{5!1!} = \binom{6}{5} \left(\frac{4}{5}\right)^5 \left(\frac{1}{5}\right)$$

### مینی تست

4 پیشامد «در پرتاب n ام برای اولین بار ۶ بیاید» دارای ..... عضو است.

$\Delta^{n-1}$  B  $\Delta^n \times 6$  A

تاسی را پی در پی پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار ۶ بیاید. احتمال آن‌که:

5 برای اولین بار در پرتاب سوم ۶ بیاید، برابر با ..... است.

$1 \times 1 \times \frac{1}{6}$  B  $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$  A

6 برای اولین بار در پرتاب چهارم ۶ بیاید، برابر با ..... است.

$\frac{5}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{1}{6}$  B  $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$  A

تاسی را پی در پی پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار ۶ بیاید:

1 اگر در پرتاب دوم برای اولین بار ۶ بیاید؛ یعنی ..... .

A پرتاب اول می‌تواند هر یک از اعداد ۱ تا ۶ آمده باشد

B پرتاب اول ۶ نیامده و پرتاب دوم ۶ آمده است

2 پیشامد «در پرتاب دوم برای اولین بار ۶ بیاید» به صورت ..... است.

$\{(1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6)\}$  A

$\{(1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6)\}$  B

3 پیشامد «در پرتاب سوم برای اولین بار ۶ بیاید» دارای ..... عضو است.

$1 \times 1 \times 6$  B  $5 \times 5 \times 1$  A

← NEXT

1 B 2 A 3 A 4 B 5 A 6 A



## مینی تست

8 حداکثر در پرتاب دوم عدد ۶ بیاید، برابر با ..... است.

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \quad \text{A} \quad \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \quad \text{B}$$

9 حداکثر در پرتاب سوم عدد ۶ بیاید، برابر با ..... است.

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \quad \text{A} \quad \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \quad \text{B}$$

7 برای اولین بار در پرتاب سوم یا چهارم ۶ بیاید، برابر با ..... است.

$$\left[ \left( \frac{5}{6} \right) \times \left( \frac{1}{6} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{5}{6} \right) \times \left( \frac{1}{6} \right) \right] \quad \text{A}$$

$$\left[ \left( \frac{5}{6} \right)^2 \times \left( \frac{1}{6} \right) \right] + \left[ \left( \frac{5}{6} \right)^3 \times \left( \frac{1}{6} \right) \right] \quad \text{B}$$

7 B 8 A 9 A

242 دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار حاصل ضرب اعداد رو شده فرد باشد، چقدر احتمال دارد در سومین پرتاب این دو تاس باهم به نتیجه برسیم؟ (داخل - ۹۱)

$$\frac{27}{128} \quad (1) \quad \frac{9}{16} \quad (2) \quad \frac{9}{64} \quad (3) \quad \frac{27}{64} \quad (4)$$

243 دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار، هر دو زوج بیایند، با کدام احتمال حداکثر در ۳ پرتاب نتیجه حاصل می‌شود؟ (داخل - ۹۱)

$$\frac{27}{64} \quad (1) \quad \frac{37}{64} \quad (2) \quad \frac{19}{32} \quad (3) \quad \frac{39}{64} \quad (4)$$

244 در جعبه‌ای ۲ مهره سیاه و ۳ مهره سفید یکسان وجود دارد. به تصادف یک مهره خارج کرده رنگ آن را یادداشت کرده و به جعبه برمی‌گردانیم، چقدر احتمال

دارد حداکثر در برداشت سوم برای اولین بار سفید خارج شود؟ (خارج - ۹۰)

$$\frac{21}{25} \quad (1) \quad \frac{117}{125} \quad (2) \quad \frac{119}{125} \quad (3) \quad \frac{24}{25} \quad (4)$$

245 تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم، احتمال آن‌که دو بار عدد بزرگتر از ۴ حاصل شود، کدام است؟

$$\frac{1}{72} \quad (1) \quad \frac{1}{9} \quad (2) \quad \frac{1}{36} \quad (3) \quad \frac{2}{9} \quad (4)$$

246 می‌دانیم احتمال داشتن بیماری خاصی در یک خانواده  $\frac{1}{4}$  برای هر فرزند است. اگر این خانواده دارای ۴ فرزند باشد، چقدر احتمال دارد ۳ فرزند آن‌ها

دارای این بیماری خاص باشد؟ (خارج - ۹۶)

$$\frac{3}{64} \quad (1) \quad \frac{3}{32} \quad (2) \quad \frac{9}{64} \quad (3) \quad \frac{27}{256} \quad (4)$$

## 23 یک نوع مسئله در اصل شمول

در بعضی تست‌ها یک مجموعه مانند  $S = \{1, 2, 3, \dots, m\}$  داده می‌شود و سؤالات مختلفی درباره این‌که چند عضو از مجموعه، مضرب فلان عدد است یا مضرب فلان عدد نیست، پرسیده می‌شود و احتمال آن را از ما می‌خواهند. در این موارد بهترین راه استفاده از نمودار ون می‌باشد که ترتیب پر کردن قسمت‌های مختلف نمودار، قبلاً گفته شده است. [البته می‌توان از قوانین احتمال هم استفاده کرد]

$$S = \{1, 2, 3, \dots, m\}$$

• تعداد اعضای  $S$  که مضرب  $k_1$  و مضرب  $k_2$  هستند برابر است با:  $\left[ \frac{m}{[k_1, k_2]} \right]$

• تعداد اعضای  $S$  که مضرب  $k$  هستند برابر است با:  $\left[ \frac{m}{k} \right]$

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 120\} \Rightarrow \text{تعداد اعضای مضرب ۴ و مضرب ۶} = \left[ \frac{120}{12} \right] = 10$$

$$A = \{1, 2, \dots, 120\} \Rightarrow \text{تعداد اعضای مضرب ۳} = \left[ \frac{120}{3} \right] = 40$$

$$[12, 15] = \frac{12 \times 15}{(12, 15)} = \frac{12 \times 15}{3} = 60$$

برای محاسبه ک.م.م دو عدد از رابطه  $[a, b] = \frac{ab}{(a, b)}$  استفاده می‌کنیم.

در مواردی که عضوهای مجموعه عددی داده شده از ۱ شروع نشده است، مثلاً به صورت  $S = \{10, 11, 12, \dots, 50\}$  می‌باشد، تعداد عضوهای

از  $S$  که مضرب  $k$  هستند، با تقریب بسیار بالا برابر است با:

$$\left\lfloor \frac{\text{تعداد اعضای } S}{k} \right\rfloor$$

این تقریب گاهی خطای یک واحدی تولید می‌کند که در مسائل مربوط به محاسبه احتمال خطای ایجاد شده بسیار ناچیز خواهد شد و اگر تعداد اعضای فضای نمونه ۱۰۰ یا بیشتر باشد، این خطا روی رقم سوم اعشار تأثیرگذار خواهد بود!!!



از مجموعه  $S = \{1, 2, 3, \dots, 60\}$  یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال این‌که:

1 عدد انتخاب شده مضرب 2 (زوج) باشد، برابر با ..... است.

$\frac{29}{60}$  (A)  $\frac{30}{60}$  (B)

2 عدد انتخاب شده مضرب 3 باشد، برابر با ..... است.

$\frac{20}{60}$  (A)  $\frac{21}{60}$  (B)

3 عدد انتخاب شده مضرب 3 نباشد، برابر با ..... است.

$1 - \frac{20}{60}$  (A)  $1 - \frac{21}{60}$  (B)

4 عدد انتخاب شده هم مضرب 2 و هم مضرب 3 باشد، برابر با ..... است.

$\frac{10}{60}$  (A)  $\frac{20}{60} + \frac{30}{60}$  (B)

5 عدد انتخاب شده مضرب 2 باشد ولی مضرب 3 نباشد، برابر با ..... است.

$\frac{30}{60} - \frac{10}{60}$  (A)  $\frac{30}{60} - \frac{20}{60}$  (B)

6 عدد انتخاب شده مضرب 3 باشد ولی مضرب 2 نباشد، برابر با ..... است.

$\frac{30}{60} - \frac{10}{60}$  (A)  $\frac{20}{60} - \frac{10}{60}$  (B)

7 عدد انتخاب شده مضرب 2 باشد ولی مضرب 3 نباشد، یا مضرب 3 باشد ولی مضرب 2 نباشد برابر با ..... است.

$\frac{30}{60} + \frac{20}{60}$  (A)  $\frac{20}{60} + \frac{10}{60}$  (B)

8 عدد انتخاب شده مضرب 2 یا مضرب 3 باشد، برابر با ..... است.

$\frac{20}{60} + \frac{30}{60} = \frac{50}{60}$  (A)  $\frac{30}{60} + \frac{20}{60} - \frac{10}{60} = \frac{40}{60}$  (B)

9 عدد انتخاب شده نه مضرب 2 و نه مضرب 3 باشد، برابر با ..... است.

$1 - \frac{40}{60}$  (A)  $1 - \frac{50}{60}$  (B)

از مجموعه  $S = \{1, 2, 3, \dots, 120\}$  یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال این‌که:

10 عدد انتخاب شده مضرب 4 باشد، برابر با ..... است.

$\frac{30}{120}$  (A)  $\frac{40}{120}$  (B)

11 عدد انتخاب شده مضرب 6 باشد، برابر با ..... است.

$\frac{30}{120}$  (A)  $\frac{20}{120}$  (B)

12 عدد انتخاب شده هم مضرب 4 و هم مضرب 6 باشد، برابر با ..... است.

$\frac{10}{120}$  (A)  $\frac{5}{120}$  (B)

13 عدد انتخاب شده مضرب 4 باشد ولی مضرب 6 نباشد، برابر با ..... است.

$\frac{30}{120} - \frac{10}{120}$  (A)  $\frac{30}{120} - \frac{5}{120}$  (B)

14 عدد انتخاب شده مضرب 4 یا مضرب 6 باشد، برابر با ..... است.

$\frac{30}{120} + \frac{20}{120} = \frac{50}{120}$  (A)  $\frac{30}{120} + \frac{20}{120} - \frac{10}{120} = \frac{40}{120}$  (B)

1 B 2 A 3 A 4 A 5 A 6 B 7 B 8 B 9 A 10 A 11 B 12 A 13 A 14 A

247 از مجموعه اعداد  $S = \{1, 2, 3, \dots, 300\}$  یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم با کدام احتمال، این عدد بر 7 بخش پذیر است و بر 11 بخش پذیر نیست؟

$\frac{0}{12}$  (1)  $\frac{0}{13}$  (2)  $\frac{0}{14}$  (3)  $\frac{0}{15}$  (4) (خارج - 86)

248 عددی به تصادف از مجموعه  $S = \{1, 2, 3, \dots, 60\}$  انتخاب می‌کنیم احتمال آن که این عدد انتخاب شده مضرب 2 یا 3 باشد ولی مضرب 5 نباشد

کدام است؟ (داخل - 95)

$\frac{7}{20}$  (1)  $\frac{7}{15}$  (2)  $\frac{8}{15}$  (3)  $\frac{9}{20}$  (4)

249 عددی به تصادف از مجموعه  $S = \{1, 2, 3, \dots, 48\}$  انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این عدد مضرب 5 باشد ولی نه مضرب 2 باشد نه مضرب 3 کدام است؟

$\frac{5}{24}$  (1)  $\frac{3}{16}$  (2)  $\frac{1}{12}$  (3)  $\frac{1}{16}$  (4)

250 از مجموعه اعداد  $S = \{100, 101, 102, \dots, 600\}$  عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این عدد مضرب 4 یا مضرب 9 باشد، کدام است؟

$\frac{2}{9}$  (1)  $\frac{1}{4}$  (2)  $\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{13}{26}$  (4)

ش  
ت  
و  
ن

IR-MCI LTE

00:03 AM

100% 



Tweet 



**David Hilbert**  
@David 1862



اگر پس از خواب هزارساله بیدار می‌شدم ، نخستین سوال من این بود :  
آیا **فرض ریمن** اثبات شده است؟

If I were to awaken after having slept for a thousand years , my first question would be :  
has the Riemann Hypothesis been proven?

درس اول : ..... توصیف و نمایش داده‌ها 

درس دوم : ..... معیارهای گرایش به مرکز 

درس سوم : ..... معیارهای پراکندگی 

[Translate Tweet](#)

07:30 . 5/31/20

[View Tweet activity](#)

 91,337

 5,847

 8,150,910,208



**CHAPTER 3**

    **Statistics**  
**Descriptive**

Add another Tweet





| p | q | $p \Leftrightarrow q$ |
|---|---|-----------------------|
| د | د | د                     |
| د | ن | ن                     |
| ن | د | ن                     |
| ن | ن | د                     |

به ترکیب عطفی هر گزاره شرطی و عکس آن یعنی  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ، ترکیب دو شرطی گفته می شود و به صورت « $p \Leftrightarrow q$ » نشان داده می شود و به صورت های زیر خوانده می شود:

۱ اگر p آن گاه q و برعکس. ۲ p اگر و تنها اگر q. ۳ p شرط لازم و کافی برای q است.

ارزش ترکیب دو شرطی زمانی درست است که دو گزاره p و q هم ارزش باشند. یعنی هر دو درست یا هر دو نادرست باشند. در غیر این صورت ارزش آن نادرست است.

$$\boxed{\phantom{p}} \Leftrightarrow \boxed{\phantom{q}} \equiv T$$

گزاره دو شرطی همیشه درست را قضیه دو شرطی می نامند.

اگر مثلی قائم الزاویه باشد آنگاه  $a^2 = b^2 + c^2$  و برعکس.

$$q \Leftrightarrow p \equiv p \Leftrightarrow q$$

اگر  $p \Leftrightarrow q$  یک گزاره دو شرطی باشد، آن گاه گزاره  $q \Leftrightarrow p$  را عکس آن می نامند که هم ارز با خود گزاره است.

### مینی تست

- ارزش گزاره مرکب « $2 < 3 \Leftrightarrow -2 < -3$ » ..... است.
 

A درست B نادرست
- ارزش گزاره مرکب «به ازای هر a و b،  $a \in \{b\}$  اگر و تنها اگر  $a = b$ » ..... است.
 

A درست B نادرست
- ترکیب دو شرطی  $p \Leftrightarrow T$  از نظر ارزشی ..... است.
 

A همواره درست B هم ارز با گزاره p
- ترکیب دو شرطی  $p \Leftrightarrow F$  از نظر ارزش گزاره ها، ..... است.
 

A همواره نادرست B هم ارز با گزاره  $\sim p$
- ترکیب دو شرطی  $T \Leftrightarrow F$  یک گزاره با ارزش ..... است.
 

A نادرست B درست
- ترکیب دو شرطی  $p \Leftrightarrow \sim p$  دارای ارزش ..... است.
 

A معادل با p B همواره نادرست

1 A 2 A 3 B 4 B 5 A 6 B

33 اگر گزاره ای نادرست و q و r گزاره هایی دلخواه باشند. در این صورت کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

$$(1) (\sim p \wedge q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \quad (2) (\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee q) \quad (3) (p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee r) \quad (4) (p \wedge q) \Leftrightarrow (p \wedge r)$$

34 اگر  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  نادرست باشد، کدام یک از گزاره های زیر نادرست است؟

$$(1) (p \vee r) \Leftrightarrow (q \vee r) \quad (2) (p \wedge r) \Leftrightarrow (q \wedge r) \quad (3) (p \wedge r) \Leftrightarrow (q \vee r) \quad (4) (p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$$

35 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $p \vee (q \Leftrightarrow r)$  درست است» را به نادرستی تکمیل می کند؟

$$(1) p \text{ و } r \text{ درست} \quad (2) p \text{ و } q \text{ درست} \quad (3) q \text{ و } r \text{ درست} \quad (4) p \text{ و } r \text{ نادرست}$$

36 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $(p \vee q) \Leftrightarrow r$  درست است» را به طور نادرست تکمیل نمی کند؟

$$(1) p \text{ و } q \text{ درست} \quad (2) p \text{ و } r \text{ نادرست} \quad (3) p \text{ و } r \text{ درست} \quad (4) q \text{ و } r \text{ درست و } r \text{ نادرست}$$

37 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$  درست است» را به طور نادرست تکمیل نمی کند؟

$$(1) p \text{ درست و } q \text{ نادرست} \quad (2) p, q \text{ و } r \text{ نادرست} \quad (3) p, q \text{ درست و } r \text{ نادرست} \quad (4) q \text{ درست و } r \text{ نادرست}$$

38 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $p \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$  درست است» را به طور نادرست تکمیل نمی کند؟

$$(1) p \text{ و } q \text{ درست و } r \text{ نادرست} \quad (2) p \text{ درست و } q \text{ نادرست} \quad (3) p, q \text{ و } r \text{ نادرست} \quad (4) p \text{ نادرست و } q \text{ درست}$$

39 کدام گزینه جمله «اگر ..... باشد، ارزش گزاره  $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r)$  درست است» را به درستی تکمیل می کند؟

$$(1) p \text{ و } q \text{ درست} \quad (2) q \text{ نادرست و } p \text{ درست} \quad (3) p \text{ و } r \text{ نادرست} \quad (4) q \text{ و } r \text{ درست}$$

🍎 برای حل و فصل سؤالات مربوط به تحلیل جدول باید از روی ارزش گزاره‌های داده شده، ارزش گزاره‌های پایه و اصلی یعنی  $p, q, r, \dots$  را تعیین کنیم تا بتوانیم ارزش گزاره‌ای که در مسئله خواسته شده را از گزینه‌ها تشخیص دهیم. گاهی اوقات هم ممکن است نتوان به طور دقیق ارزش  $p$  و  $q$  را مشخص کرد و فقط وضعیت آن‌ها نسبت به هم معلوم باشد مثلاً بگوییم  $p$  و  $q$  هم ارزش‌اند یا مثلاً بگوییم  $p$  و  $q$  هم ارزش نیستند.

| p     | q     | r     | $p \vee q$ | $p \vee r$ |
|-------|-------|-------|------------|------------|
| ..... | ..... | ..... | ن          | د          |

♣ در جدول مقابل از آنجا که  $p \vee q$  نادرست است می‌توان نتیجه گرفت که هم  $p$  و هم  $q$  نادرست هستند و با توجه به آن‌که  $p \vee r$  درست و  $p$  نادرست است می‌توان نتیجه گرفت که  $r$  قطعاً درست است:

### مینی‌تست

1 در جدول زیر ارزش گزاره  $p$  ..... و ارزش گزاره  $q$  ..... است.

| p     | q     | $p \Rightarrow q$ | $p \vee q$ | $p \wedge q$ |
|-------|-------|-------------------|------------|--------------|
| ..... | ..... | د                 | د          | ن            |

A نادرست - درست

B درست - نادرست

2 در جدول زیر ارزش گزاره  $p$  ..... و ارزش گزاره  $q \sim p \vee$  ..... است.

| p     | q | $p \Leftrightarrow q$ | $p \vee \sim q$ |
|-------|---|-----------------------|-----------------|
| ..... | ن | ن                     | .....           |

A نادرست - درست

B درست - درست

3 در جدول زیر ارزش گزاره  $p$  ..... و ارزش گزاره  $p \vee q$  ..... است.

| p     | q | $p \wedge q$ | $p \vee q$ |
|-------|---|--------------|------------|
| ..... | د | ن            | .....      |

A نادرست - درست

B درست - نادرست

4 در جدول زیر، ارزش گزاره  $p \Rightarrow q$  کدام است؟

| p     | q     | $p \wedge \sim q$ | $p \Rightarrow q$ |
|-------|-------|-------------------|-------------------|
| ..... | ..... | د                 | .....             |

A درست

B نادرست

5 در جدول زیر ارزش گزاره  $p \vee q \sim$  کدام است؟

| p     | q     | $p \Leftrightarrow q$ | $p \wedge q$ | $\sim p \vee q$ |
|-------|-------|-----------------------|--------------|-----------------|
| ..... | ..... | د                     | ن            | .....           |

A درست

B نادرست

6 در جدول زیر ارزش گزاره  $p$  ..... و ارزش گزاره  $q$  ..... است و در نتیجه

| p     | q     | $p \Rightarrow q$ | $\sim p \wedge q$ |
|-------|-------|-------------------|-------------------|
| ..... | ..... | ن                 | .....             |

ارزش گزاره  $p \wedge q \sim$  ..... است.

A نادرست - درست - درست

B درست - نادرست - نادرست

7 در جدول زیر ارزش گزاره  $p \vee q \sim$  ..... است.

| p     | q     | $p \Rightarrow q$ | $\sim p \vee q$ |
|-------|-------|-------------------|-----------------|
| ..... | ..... | ن                 | .....           |

A درست

B نادرست

8 در جدول زیر ارزش گزاره  $p$  ..... و ارزش گزاره  $q$  ..... است و در نتیجه

| p     | q     | $p \vee q$ | $p \Leftrightarrow q$ | $p \Rightarrow q$ |
|-------|-------|------------|-----------------------|-------------------|
| ..... | ..... | ن          | د                     | .....             |

ارزش گزاره  $p \Rightarrow q$  ..... است.

A درست - درست - نادرست

B نادرست - نادرست - درست

9 در جدول زیر ارزش گزاره  $p \wedge q$  ..... است.

| p     | q     | $p \Leftrightarrow q$ | $p \vee q$ | $p \wedge q$ |
|-------|-------|-----------------------|------------|--------------|
| ..... | ..... | د                     | د          | .....        |

A درست

B نادرست

10 در جدول زیر ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \vee r)$  ..... است.

| p     | q     | r     | $p \vee (q \wedge r)$ | $p \Rightarrow (q \vee r)$ |
|-------|-------|-------|-----------------------|----------------------------|
| ..... | ..... | ..... | ن                     | .....                      |

A درست

B نادرست

11 در جدول زیر ارزش گزاره  $q \Rightarrow r$  ..... است.

| p     | q     | r     | $p \Rightarrow (q \vee r)$ | $q \Rightarrow r$ |
|-------|-------|-------|----------------------------|-------------------|
| ..... | ..... | ..... | ن                          | .....             |

A درست

B نادرست

12 با تعیین ارزش  $p$  و  $q$  گزاره مناسب برای ستون آخر جدول زیر گزاره ..... است.

| p     | q     | $p \Leftrightarrow q$ | $p \wedge r$ | ..... |
|-------|-------|-----------------------|--------------|-------|
| ..... | ..... | ن                     | د            | د     |

A  $q \Rightarrow p$

B  $r \Leftrightarrow q$

13 با تعیین ارزش گزاره‌های  $p, q$  و  $r$  گزاره مناسب برای ستون سمت راست در

جدول زیر گزاره ..... است.

| p     | q     | r     | $p \wedge \sim q$ | $p \Rightarrow r$ | ..... |
|-------|-------|-------|-------------------|-------------------|-------|
| ..... | ..... | ..... | د                 | ن                 | د     |

A  $(q \wedge r) \Rightarrow p$

B  $p \Rightarrow (q \wedge r)$

14 باتوجه به جدول زیر گزاره مناسب، برای ستون آخر گزاره ..... است.

| p     | q     | r     | $p \vee (q \Rightarrow r)$ | ..... |
|-------|-------|-------|----------------------------|-------|
| ..... | ..... | ..... | ن                          | ن     |

A  $\sim p \Rightarrow r$

B  $r \Rightarrow q$

15 باتوجه به جدول زیر گزاره ..... برای ستون آخر جدول مناسب است.

| p     | q     | r     | $p \Leftrightarrow q$ | $r \vee q$ | ..... |
|-------|-------|-------|-----------------------|------------|-------|
| ..... | ..... | ..... | ن                     | ن          | ن     |

A  $r \Rightarrow p$

B  $r \Leftrightarrow p$

16 باتوجه به جدول زیر، گزاره ..... برای ستون آخر جدول مناسب است.

| p     | q     | r     | $\sim p \Rightarrow q$ | $p \vee r$ | ..... |
|-------|-------|-------|------------------------|------------|-------|
| ..... | ..... | ..... | ن                      | د          | ن     |

A  $q \Rightarrow r$

B  $r \Rightarrow q$

40 کدام گزاره مرکب زیر برای ستون آخر جدول مقابل مناسب است؟

| p | q | ..... |
|---|---|-------|
| د | د | ن     |
| د | ن | د     |
| ن | د | د     |
| ن | ن | د     |

$$p \Rightarrow q \quad (1)$$

$$p \Rightarrow \sim q \quad (2)$$

$$\sim p \Rightarrow q \quad (3)$$

$$\sim p \Rightarrow \sim q \quad (4)$$

41 کدام گزاره مرکب زیر را برای گزاره x می توان در نظر گرفت؟

| p     | q     | x     |
|-------|-------|-------|
| د     | د     | ن     |
| د     | ن     | ن     |
| ..... | د     | ..... |
| ..... | ..... | ن     |

$$\sim p \wedge q \quad (1)$$

$$p \wedge \sim q \quad (2)$$

$$p \vee \sim q \quad (3)$$

$$\sim p \vee q \quad (4)$$

42 جدول زیر سطر اول یک جدول ارزش گزاره ها را نشان می دهد. با توجه به این جدول کدام گزاره ممکن است در ستون آخر قرار گیرد؟

| p     | q     | $\sim p \vee q$ | ..... |
|-------|-------|-----------------|-------|
| ..... | ..... | ن               | ن     |

$$\sim q \Rightarrow p \quad (2)$$

$$\sim p \Rightarrow q \quad (1)$$

$$p \Leftrightarrow \sim q \quad (4)$$

$$p \Rightarrow q \quad (3)$$

43 با توجه به جدول ارزش گزاره های زیر که قسمتی از آن داده شده است، کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

| p     | q     | $p \wedge \sim q$ | ..... |
|-------|-------|-------------------|-------|
| ..... | ..... | د                 | د     |

$$p \wedge (q \Rightarrow p) \quad (2)$$

$$(p \Rightarrow q) \vee q \quad (1)$$

$$(\sim p \wedge q) \vee q \quad (4)$$

$$p \Rightarrow q \quad (3)$$

44 با توجه به جدول ارزش گزاره های زیر که قسمتی از آن داده شده است، کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

| p     | q     | $p \Rightarrow q$ | ..... |
|-------|-------|-------------------|-------|
| ..... | ..... | ن                 | د     |

$$p \Leftrightarrow q \quad (2)$$

$$\sim p \wedge (p \vee q) \quad (1)$$

$$\sim p \Leftrightarrow q \quad (4)$$

$$p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \quad (3)$$

45 با توجه به جدول ارزش زیر کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

| p     | q     | r     | $p \vee (q \Rightarrow r)$ | ..... |
|-------|-------|-------|----------------------------|-------|
| ..... | ..... | ..... | ن                          | ن     |

$$r \Rightarrow q \quad (2)$$

$$\sim p \Rightarrow r \quad (1)$$

$$p \vee q \quad (4)$$

$$r \Leftrightarrow \sim q \quad (3)$$

46 با توجه به جدول مقابل، کدام گزینه می تواند در ستون آخر قرار گیرد؟

| p     | q     | $p \Leftrightarrow q$ | $p \Rightarrow \sim q$ | ..... |
|-------|-------|-----------------------|------------------------|-------|
| ..... | ..... | د                     | د                      | ن     |

$$\sim p \wedge q \quad (2)$$

$$\sim p \vee q \quad (1)$$

$$\sim p \wedge \sim q \quad (4)$$

$$\sim p \vee \sim q \quad (3)$$

47 با توجه به جدول ارزش زیر کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

| p     | q | r     | $p \Leftrightarrow q$ | $r \wedge q$ | ..... |
|-------|---|-------|-----------------------|--------------|-------|
| ..... | د | ..... | ن                     | ن            | ن     |

$$\sim r \Leftrightarrow p \quad (2)$$

$$r \Rightarrow p \quad (1)$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow r \quad (4)$$

$$p \Rightarrow q \quad (3)$$

48 با توجه به ارزش های مشخص شده برای گزاره ها در جدول زیر کدام گزاره در ستون آخر می تواند قرار گیرد؟

| p     | q     | $p \vee (q \Rightarrow p)$ | $p \Leftrightarrow q$ | ..... |
|-------|-------|----------------------------|-----------------------|-------|
| ..... | ..... | د                          | ن                     | د     |

$$p \wedge q \quad (2)$$

$$p \Rightarrow q \quad (1)$$

$$\sim q \wedge p \quad (4)$$

$$\sim p \vee q \quad (3)$$

49 با توجه به جدول ارزش گزاره های زیر، گزاره مناسب برای ستون آخر جدول کدام است؟

| p     | q     | r     | $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ | ..... |
|-------|-------|-------|-----------------------------------|-------|
| ..... | ..... | ..... | ن                                 | د     |

$$q \Rightarrow (p \wedge r) \quad (2)$$

$$\sim r \Rightarrow (p \wedge \sim q) \quad (1)$$

$$(p \vee r) \Rightarrow q \quad (4)$$

$$(p \vee q) \Rightarrow r \quad (3)$$

| P | q | $\sim p$ | $\sim p \vee q$ | $p \Rightarrow q$ |
|---|---|----------|-----------------|-------------------|
| د | د | ن        | د               | د                 |
| د | ن | ن        | ن               | ن                 |
| ن | د | د        | د               | د                 |
| ن | ن | د        | د               | د                 |

هم‌ارزش‌اند.

$$\text{د} \Rightarrow \text{ن} \equiv \sim \text{د} \vee \text{ن}$$

به جدول ارزش گزاره‌های مقابل نگاه کنید و به ارزش گزاره‌ها در دو ستون آخر خوب دقت کنید، همانطور که ملاحظه می‌کنید هر گزاره شرطی یعنی  $p \Rightarrow q$  با یک ترکیب فصلی که مقدم ناقض شده باشد یعنی  $\sim p \vee q$  معادل است. به عبارت دیگر:

### گزاره‌های همواره درست یا همواره نادرست

|                            |                       |                            |                                     |
|----------------------------|-----------------------|----------------------------|-------------------------------------|
| $p \vee \sim p \equiv T$   | $p \vee T \equiv T$   | $p \Rightarrow T \equiv T$ | $p \Leftrightarrow p \equiv T$      |
| $p \wedge \sim p \equiv F$ | $p \wedge F \equiv F$ | $F \Rightarrow p \equiv T$ | $p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$ |

### نقیض ترکیب فصلی و عطفی و شرطی و دوشروطی

|                                                                           |               |                                                                                             |                    |
|---------------------------------------------------------------------------|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$                              | قانون دمورگان | $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$                                                | قانون دمورگان      |
| $\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$ | داخل - ۹۸     | $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q \equiv \sim p \Leftrightarrow q$ | داخل - سال‌های بعد |

### قوانین ترکیب‌های فصلی و عطفی

|                                                                                      |          |                                                                                                                                                  |             |                                                                                                                    |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| $\begin{cases} p \vee p \equiv p \\ p \wedge p \equiv p \end{cases}$                 | خودتوانی | $\begin{cases} p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \\ p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \end{cases}$                     | شرکت‌پذیری  | $\begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$                           | جذب       |
| $\begin{cases} p \vee q \equiv q \vee p \\ p \wedge q \equiv q \wedge p \end{cases}$ | جابجایی  | $\begin{cases} p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{cases}$ | توزیع‌پذیری | $\begin{cases} p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q \\ p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q \end{cases}$ | هم‌پوشانی |

قانون زیر در ساده کردن عبارت‌هایی که دو بار ترکیب شرطی در آن‌ها به کار رفته بسیار مؤثر است [این قانون به عطف مقدمات شهرت دارد]

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$$

با توجه به اینکه دو گزاره  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  و  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$  هم‌ارز نیستند، قانون بالا فقط برای گزاره  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  برقرار است.

### قوانین و اتحادهای ترکیب دو شرطی

|                                                                  |                                                                                             |                                                                         |                                                                                             |
|------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$                 | این اتحاد در مجموعه‌ها به صورت $A = B$ آنگاه $B = A$ بیان می‌شود.                           | $p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$              | این اتحاد در مجموعه‌ها به صورت $A = B$ آنگاه $A' = B'$ بیان می‌شود.                         |
| $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv p \Leftrightarrow q$ | این اتحاد در مجموعه‌ها به صورت $(A \cup B) \subseteq (A \cap B)$ آنگاه $A = B$ بیان می‌شود. | $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$ | این اتحاد در مجموعه‌ها به صورت $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ آنگاه $A = B$ بیان می‌شود. |

### مینی‌تست

3 گزاره «اگر هوا بارانی باشد، ورزشگاه تعطیل است.» با گزاره ..... دارای ارزش یکسانی است.

- A هوا بارانی است یا ورزشگاه تعطیل نیست  
B هوا بارانی نیست یا ورزشگاه تعطیل است

1 گزاره شرطی «اگر مقدم آن‌گاه تالی» با گزاره ..... هم‌ارزش است.

A نقیض مقدم یا تالی B مقدم یا نقیض تالی

2 گزاره  $p \Rightarrow \sim q$  با گزاره ..... هم‌ارز محسوب می‌شود.

A  $\sim p \vee \sim q$  B  $q \vee \sim p$

← NEXT



16 گزاره مرکب «اگر هوا برفی باشد.» آنگاه «هوا برفی است یا امروز شنبه است.» .....  
 است. A

A همواره درست است

B با گزاره «هوا برفی است» ارزش منطقی یکسان دارد

17 گزاره مرکب  $(p \wedge q) \Rightarrow$  ..... یک گزاره همواره درست است که به این قانون حذف عاطف گفته می شود.  
 $\sim p$  B  $\sim p$  A

18 گزاره شرطی «اگر  $\sqrt{2}$  عددی مثبت و عددی گنگ باشد، آنگاه .....» یک گزاره همواره درست است.  
 $\sqrt{2}$  A عدد مثبت است  $\sqrt{2}$  B ممکن است گنگ نباشد

19 گزاره شرطی  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$  با گزاره ..... هم ارزش است.  
 $p \wedge q$  B  $p \Leftrightarrow q$  A

20 با استفاده از جبر گزاره ها، استدلال زیر با کدام گزینه کامل می شود؟  
 $p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim p \vee (p \wedge q) \equiv$  .....

$(\sim p \wedge p) \vee (\sim p \wedge q) \equiv \sim p \wedge q$  A

$(\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p \vee q$  B

21 با استفاده از جبر گزاره ها، استدلال زیر با کدام گزینه کامل می شود؟  
 $(p \vee q) \Rightarrow p \equiv (p \vee q) \vee p \equiv$  .....

$(\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$  A

$(\sim p \wedge \sim q) \vee p \equiv (\sim p \vee p) \wedge (\sim q \vee p) \equiv T \wedge (\sim q \vee p) \equiv \sim q \vee p$  B

22 با استفاده از جبر گزاره ها، استدلال زیر با کدام گزینه کامل می شود؟  
 $p \Rightarrow (q \Rightarrow p) \equiv \sim p \vee (q \Rightarrow p) \equiv$  .....

$\sim p \vee (\sim q \vee p) \equiv (\sim p \vee p) \vee (\sim q) \equiv T$  A

$\sim p \wedge (\sim q \vee p) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge p) \equiv \sim p \wedge \sim q$  B

23 کدام استدلال برای گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$  درست است؟  
 $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p \equiv \sim (p \Rightarrow q) \vee p \equiv (p \wedge \sim q) \vee p \equiv p$  A

$(p \Rightarrow q) \Rightarrow p \equiv (\sim p \vee q) \vee p \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T$  B

4 گزاره شرطی «اگر درس خوانی در امتحانات مردود می شوی.» از نظر ارزشی با گزاره ..... معادل است.  
 درس می خوانی یا در امتحانات مردود می شوی A  
 درس نمی خوانی و در امتحانات مردود می شوی B

5 گزاره  $p \vee \sim q$  نقیض گزاره ..... محسوب می شود.  
 $\sim p \wedge q$  B  $\sim p \vee q$  A

6 نقیض گزاره «به خانه می روم و شام می خورم.» گزاره ..... است.  
 به خانه نمی روم و شام می خورم A به خانه نمی روم یا شام نمی خورم B

7 نقیض گزاره «۲ زوج است یا  $\sqrt{2}$  گویا است.» به صورت ..... است.  
 ۲ فرد است و  $\sqrt{2}$  گنگ است A ۲ زوج نیست یا  $\sqrt{2}$  گویا نیست B

8 نقیض گزاره شرطی «اگر نان بخوری، چاق می شوی.» به صورت ..... است.  
 اگر نان نخوری چاق نمی شوی A نان می خوری و چاق نمی شوی B

9 نقیض گزاره شرطی  $q \Rightarrow p$  به صورت ..... است. (داخل - ۹۸)  
 $q \wedge \sim p$  B  $\sim q \wedge \sim p$  A

10 نقیض گزاره «یک چهارضلعی متوازی الاضلاع است اگر و تنها اگر قطرهای آن، همدیگر را نصف کنند.» گزاره «یک چهارضلعی متوازی الاضلاع ..... اگر و تنها اگر قطرهای آن، همدیگر را نصف نکنند.» است.  
 است A نیست B

11 نقیض گزاره  $p \Leftrightarrow \sim q$  به صورت ..... به دست می آید.  
 $\sim p \Leftrightarrow q$  B  $\sim p \Leftrightarrow \sim q$  A

12 گزاره مرکب «رُزا درس می خواند.» یا «رُزا درس می خواند و دریا کتاب می خرد.» معادل با گزاره ..... است.  
 دریا کتاب می خرد A رُزا درس می خواند B

13 گزاره مرکب «هوا گرم است.» و «هوا گرم است یا مدیر در اتاقش نیست.» هم ارزش با گزاره ..... است.  
 مدیر در اتاقش نیست A هوا گرم است B

14 گزاره مرکب «هوا بارانی است» یا «هوا بارانی نیست و امروز دوشنبه است.» هم ارزش منطقی با گزاره «هوا بارانی است ..... امروز دوشنبه است.» است.  
 یا A و B

15 گزاره مرکب  $p \Rightarrow (p \vee q)$  ..... که به این قانون ادخال فاصل گفته می شود.  
 همواره درست است A با گزاره  $p$  هم ارزش است B

4 A 5 B 6 B 7 A 8 B 9 B 10 A 11 A 12 B 13 B 14 A 15 A 16 A 17 B 18 A 19 A 20 B 21 B 22 A 23 A

50 نقیض گزاره  $p \Rightarrow (p \vee q)$  کدام است؟

$\sim (p \vee q)$  (۴)

$\sim (p \wedge q)$  (۳)

$p \vee \sim q$  (۲)

$p \vee q$  (۱)



51 نقیض گزاره « مثلث ABC قائم الزاویه است اگر و تنها اگر  $a^2 = b^2 + c^2$  » کدام است؟

(۱) مثلث ABC قائم الزاویه است ولی  $a^2 = b^2 + c^2$  نیست.

(۲) مثلث ABC قائم الزاویه نیست و  $a^2 = b^2 + c^2$  نیست.

(۳) مثلث ABC قائم الزاویه نیست اگر و تنها اگر  $a^2 = b^2 + c^2$ .

(۴) مثلث ABC قائم الزاویه نیست یا  $a^2 = b^2 + c^2$  نیست.

(مشابه خارج - ۹۸)

52 هم ارز گزاره «  $(p \wedge q) \Rightarrow \sim r$  » کدام است؟

(۱)  $\sim p \vee \sim (q \wedge r)$  (۲)  $\sim p \wedge \sim (q \wedge r)$  (۳)  $(\sim p \vee q) \Rightarrow r$  (۴)  $\sim p \vee \sim (q \wedge r)$

53 گزاره  $(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$  در کدام صورت درست است؟

(۱) p درست و q نادرست (۲) p نادرست و q درست (۳) p و q هم ارزش باشند. (۴) همواره درست است.

54 اگر گزاره ای نادرست و q و r گزاره هایی دلخواه باشند، در این صورت کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

(۱)  $(q \vee p) \Rightarrow (p \wedge r)$  (۲)  $p \wedge (q \wedge r)$  (۳)  $(r \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$  (۴)  $(q \Rightarrow r) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

55 جدول ارزش کدام گزاره با سایر گزاره ها تفاوت دارد؟

(۱)  $(p \wedge \sim q) \Rightarrow p$  (۲)  $p \Rightarrow (p \vee \sim q)$  (۳)  $(p \vee q) \Rightarrow p$  (۴)  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$

56 کدام گزینه با سایر گزینه ها در جدول ارزش گزاره ها متفاوت است؟

(۱)  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$  (۲)  $\sim q \Leftrightarrow \sim p$  (۳)  $(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$  (۴)  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

57 کدام گزاره با سایر گزاره ها دارای ارزش متفاوت است؟

(۱)  $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$  (۲)  $\sim p \vee q$  (۳)  $p \Rightarrow (p \wedge q)$  (۴)  $(p \vee q) \Rightarrow (q \wedge p)$

58 کدام گزینه یک گزاره همواره نادرست است؟

(۱)  $p \wedge \sim (\sim q \Rightarrow p)$  (۲)  $p \Rightarrow (p \vee q)$  (۳)  $p \Rightarrow (p \wedge q)$  (۴)  $[p \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow p$

(مشابه خارج - ۹۸)

59 هم ارز گزاره  $p \Rightarrow [\sim (q \Rightarrow p) \vee q]$  کدام است؟

(۱) p (۲)  $p \Rightarrow \sim q$  (۳)  $q \Rightarrow p$  (۴)  $\sim q \Rightarrow \sim p$

(مشابه خارج - ۹۸)

60 هم ارز گزاره  $q \Rightarrow [\sim (p \Rightarrow q) \wedge \sim p]$  کدام است؟

(۱) q (۲)  $\sim p \Rightarrow q$  (۳) p (۴)  $\sim q$

(خارج - ۹۸)

61 گزاره  $(p \wedge r) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$  ، با کدام گزاره زیر هم ارزش است؟

(۱)  $p \vee (q \wedge r)$  (۲)  $p \wedge (q \vee r)$  (۳)  $r \Rightarrow (p \wedge q)$  (۴)  $r \Rightarrow (p \vee q)$

(مشابه خارج - ۹۸)

62 گزاره  $p \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$  هم ارز با کدام گزاره است؟

(۱) p (۲) همواره درست است. (۳)  $\sim p$  (۴) همواره نادرست

(مشابه خارج - ۹۸)

63 گزاره  $[(p \wedge \sim r) \vee (p \wedge r)] \Rightarrow [\sim q \Rightarrow (p \wedge \sim q)]$  هم ارز با کدام گزاره است؟

(۱)  $p \Rightarrow r$  (۲)  $q \vee r$  (۳) همواره نادرست (۴) همواره درست

(مشابه خارج - ۹۸)

64 اگر گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$  درست باشند، کدام گزاره زیر همواره درست است؟

(۱)  $r \Rightarrow p$  (۲)  $p \vee r$  (۳)  $\sim p \Rightarrow r$  (۴)  $p \Rightarrow r$

65 در هم ارزی  $x \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$  به جای x کدام گزاره قرار گیرد تا ارزش کل گزاره همواره نادرست شود؟

(۱) p (۲)  $\sim p$  (۳) q (۴)  $\sim q$

66 مجموعه های A و B هر یک دارای ۶ گزاره هستند که ۳ تا از گزاره ها درست و ۳ تای دیگر نادرست است. اگر گزاره های p و q به تصادف از مجموعه های

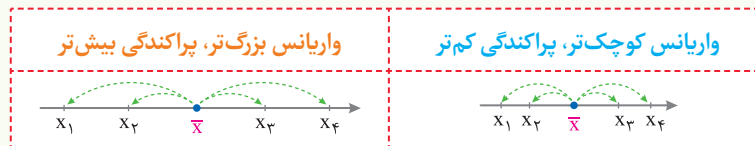
A و B انتخاب شوند، احتمال آن که گزاره  $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$  درست باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

67 مجموعه های A, B, C هریک شامل ۴ گزاره هستند که نصف آن ها ارزش درست دارند. اگر گزاره p به تصادف از A و گزاره q به تصادف از B و گزاره r به تصادف از C انتخاب شود، احتمال آن که گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  درست باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{8}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

یکی از شاخص‌های مهم و کارآمد در تشخیص پراکندگی داده‌ها **واریانس** است. که با نماد  $\sigma^2$  نشان داده می‌شود. جذر مثبت واریانس را **انحراف معیار** می‌نامند و با  $\sigma$  نشان می‌دهند. بنابراین واریانس و انحراف معیار همواره اعداد حقیقی نامنفی [بزرگتر مساوی صفر] هستند و نکته بسیار مهم در مورد این شاخص‌ها این است که هرچه این شاخص‌های پراکندگی کوچک‌تر و به **صفر نزدیک‌تر** باشند، پراکندگی داده‌ها حول میانگین‌شان کم و در نتیجه داده‌ها به **هم نزدیک‌ترند** و هرچه این شاخص‌ها بزرگ‌تر و **از صفر دورتر** باشند، داده‌ها **از هم دورترند** و پراکندگی بیشتری دارند.



در محاسبه واریانس و انحراف معیار داده‌ها با چند حالت مهم مواجه می‌شویم:

۱ اگر **چند داده** به صورت  $x_1, x_2, \dots, x_n$  داده شده باشد، در این صورت واریانس آن‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

یعنی برای محاسبه واریانس همواره باید دو مرحله زیر را مطابق جدول طی کنیم:

| روش محاسبه واریانس                                              | واریانس داده‌های ۱, ۲, ۸, ۱ کدام است؟                                             |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| ۱ محاسبه میانگین داده‌ها                                        | $\bar{x} = \frac{1+1+2+8}{4} = 3$                                                 |
| ۲ تقسیم مجموع مربعات انحراف از میانگین داده‌ها بر تعداد داده‌ها | $\sigma^2 = \frac{(1-3)^2 + (1-3)^2 + (2-3)^2 + (8-3)^2}{4} = \frac{34}{4} = 8.5$ |

۲ در دو حالت **خاص** زیر محاسبه واریانس و انحراف معیار بسیار ساده و سریع است:

| داده‌ها دنباله حسابی تشکیل دهند                                                                                                                  | داده‌ها با هم برابر باشند                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| اگر داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ تشکیل دنباله حسابی با قدر نسبت $d$ بدهند، انحراف معیار این داده‌ها $\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}} d$ است. | اگر تمام داده‌های آماری <b>با هم برابر</b> باشند، واریانس، انحراف معیار و سایر شاخص‌های پراکندگی <b>صفر</b> است. |
| در داده‌های ۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱, ۱۳، $\sigma = \sqrt{\frac{7^2-1}{12}} \times 2 = 4$ انحراف معیار برابر ۴ است.                                     | در داده‌های ۳, ۳, ۳, ۳, ۳، هم انحراف معیار و هم واریانس صفر است.                                                 |

۳ اگر داده‌ها دارای فراوانی باشند، واریانس و انحراف معیار آن‌ها با توجه به نوع فراوانی به یکی از ۳ صورت زیر قابل محاسبه است:

| داده‌ها دارای فراوانی باشند                              | داده‌ها دارای فراوانی نسبی باشند        | درصد داده‌ها معلوم باشد                             |
|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| $\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}$ | $\sigma^2 = \sum F_i (x_i - \bar{x})^2$ | $\sigma^2 = \frac{\sum P_i (x_i - \bar{x})^2}{100}$ |

۴ اگر در یک تست عباراتی نظیر **مجدورات داده‌ها** یا **مجموع مربعات داده‌ها** یا **میانگین مساحت مربع‌ها** یا ... به کار رفته بود، بهتر است واریانس را از رابطه زیر که نتیجه‌ای از رابطه اصلی است، به دست آوریم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2$$

## ... واریانس و انحراف معیار

در رابطه قبلی اگر درباره مساحت و اضلاع چند مربع صحبت به میان آید، عبارت  $(\bar{x})^2$  معرف مربع میانگین اضلاع و عبارت  $\bar{S} = \frac{\sum x_i^2}{n}$  معرف میانگین مساحت مربع‌هاست.

$$S_1 = x_1^2 \quad S_2 = x_2^2 \quad \dots \quad S_i = x_i^2 \quad \dots \quad S_n$$

### مینی تست

1 داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  را در نظر بگیرید، عبارت ..... معرف میانگین مربع داده‌ها است.

A  $\frac{\sum x_i^2}{n}$  B  $(\frac{\sum x_i}{n})^2$

2 داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  را در نظر بگیرید، عبارت ..... معرف مربع میانگین داده‌ها است.

A  $\frac{\sum x_i^2}{n}$  B  $(\frac{\sum x_i}{n})^2$

3 واریانس چند داده، همان ..... تمام داده‌ها است.

A میانگین مربعات انحراف از میانگین

B میانگین انحراف از میانگین

می‌خواهیم واریانس داده‌های ۳، ۳، ۳، ۴، ۵، ۶ را محاسبه کنیم:

4 ابتدا میانگین داده‌ها را به صورت ..... به دست می‌آوریم.  
A  $\bar{x} = \frac{3+3+3+4+5+6}{6} = 4$  B  $\bar{x} = \frac{3+4+5+6}{4} = 4/5$

5 واریانس داده‌ها برابر با ..... است.

A  $\sigma^2 = \frac{[(3-4)^2 \times 3] + (5-4)^2 + (6-4)^2}{6} = \frac{4}{3}$

B  $\sigma^2 = \frac{(3-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2}{3} = 2$

6 اگر واریانس و انحراف معیار در داده‌های آماری برابر باشد، آن‌گاه ..... است.

A  $\sigma = 0$  یا  $\sigma = 1$  B  $\sigma = -1$  یا  $\sigma = 1$

7 هرچه واریانس داده‌ها کوچک‌تر و به صفر نزدیک‌تر باشد، نشان می‌دهد که

پراکندگی داده‌ها حول میانگین شان ..... است.

A کم B زیاد

8 هرچه واریانس داده‌ها کوچک‌تر باشد، ..... .

A داده‌ها از هم دورترند B داده‌ها به هم نزدیک‌ترند

9 هرچه شاخص‌های پراکندگی عدد بزرگ‌تری باشند، پراکندگی داده‌ها حول

میانگین شان ..... است و در نتیجه داده‌ها ..... .

A کم - به هم نزدیک‌ترند B زیاد - از هم دورترند

10 واریانس داده‌های ۲، ۲، ۲، ۲ برابر با ..... است.

A ۲ B صفر

11 اگر یکی از شاخص‌های پراکندگی صفر باشد، ..... .

A تمام داده‌های آماری با هم برابرند B در داده‌های آماری صفر وجود دارد

12 اگر واریانس داده‌های آماری صفر باشد، ..... .

A همه داده‌ها با هم برابرند B تمام داده‌ها صفر هستند

13 در داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ واریانس به صورت ..... به دست می‌آید، چون

این داده‌ها تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت ۱ داده‌اند.

A  $\sigma^2 = \frac{(5^2 - 1)}{12} = 2$  B  $\sigma^2 = \frac{(5 - 1)}{12} = 0/33$

14 داده‌های ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ تشکیل یک تصاعد حسابی با قدرنسبت ۲ داده‌اند

در نتیجه واریانس به صورت ..... به دست می‌آید.

A  $\sigma^2 = 4 \times \frac{25 - 1}{12} = 8$  B  $\sigma^2 = 3 \times \frac{5 - 1}{12} = 1$

15 انحراف معیار دو عدد صحیح متوالی برابر با ..... است.

A ۱ B  $0/5$

16 واریانس سه عدد طبیعی متوالی برابر با ..... است.

A  $\frac{1}{3}$  B  $\frac{2}{3}$

17 واریانس داده‌های جدول زیر با میانگین ۵، به صورت ..... به دست می‌آید.

|         |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|
| داده    | ۱ | ۴ | ۵ | ۸ |
| فراوانی | ۱ | ۲ | ۱ | ۲ |

A  $\sigma^2 = \frac{1 \times (-4)^2 + 2 \times (-1)^2 + 1 \times (0)^2 + 2 \times (3)^2}{1+2+1+2} = 6$

B  $\sigma^2 = \frac{1 \times (-4) + 2 \times (-1) + 1 \times (0) + 2 \times (3)}{1+2+1+2} = 0$

18 واریانس داده‌های جدول زیر با میانگین ۵، به صورت ..... به دست می‌آید.

|              |     |     |     |     |     |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| داده         | ۱   | ۳   | ۵   | ۷   | ۹   |
| فراوانی نسبی | ۰/۱ | ۰/۲ | ۰/۴ | ۰/۲ | ۰/۱ |

A  $\sigma^2 = (0/1 \times 1) + (0/2 \times 3) + (0/4 \times 5) + (0/2 \times 7) + (0/1 \times 9)$

B  $\sigma^2 = 0/1 \times 16 + 0/2 \times 4 + 0/4 \times 0 + 0/2 \times 4 + 0/1 \times 16$

داده‌های جدول مقابل را در نظر بگیرید:

|              |    |    |    |    |    |
|--------------|----|----|----|----|----|
| داده         | ۱  | ۳  | ۵  | ۷  | ۹  |
| درصد داده‌ها | ۱۵ | ۲۵ | ۱۵ | ۳۵ | ۱۰ |

19 میانگین داده‌های جدول فوق به صورت ..... به دست می‌آید.

A  $\bar{x} - 5 = \frac{-4 \times 15 + (-2 \times 25) + 0 + 2 \times 35 + 4 \times 10}{100} = 0$

B  $\bar{x} - 5 = -4 \times 15 + (-2 \times 25) + 0 + 2 \times 35 + 4 \times 10 = 0$

← NEXT

1 A 2 B 3 A 4 B 5 A 6 A 7 A 8 B 9 B 10 B 11 A 12 A 13 A 14 A 15 B 16 B 17 A 18 B 19 A

**B** مربع میانگین اضلاع - میانگین مساحت مربع‌ها

 $2\sqrt{3}$  **B**       $\sqrt{6}$  **A**

20 B 21 B 22 B 23 A 24 A 25 A 26 B

169 (F)                      169 (3)                      134 (2)                      134 (1)



471 مجموع ۴۰ داده آماری برابر ۱۰۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۳۴۰ می‌باشد. انحراف معیار این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۱/۲۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۲/۲۵ (۴) ۲/۵

472 میانگین و انحراف معیار داده‌های  $3x_1 - 2, 3x_2 - 2, \dots, 3x_n - 2$  به ترتیب برابر ۳۳ و ۱۶ است. میانگین داده‌های  $x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2$  کدام است؟

- (۱) ۱۲۱ (۲) ۱۳۷ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۵۷

473 با توجه به جدول فراوانی مقابل، واریانس داده‌ها کدام است؟

|    |    |    |    |    |         |           |           |
|----|----|----|----|----|---------|-----------|-----------|
| ۲۳ | ۲۰ | ۱۷ | ۱۴ | ۱۱ | داده‌ها | ۱۱/۹۶ (۲) | ۱۱/۷۲ (۱) |
| ۲  | ۷  | ۹  | ۳  | ۴  | فراوانی | ۱۲/۳۶ (۴) | ۱۲/۲۴ (۳) |

474 در یک آزمون تستی از درس شیمی در یک کلاس یازدهم رشته ریاضی تعداد تست‌های درست حل شده برحسب فراوانی نسبی افراد حاضر، جدول زیر تنظیم شده است. واریانس تعداد تست‌های درست حل شده کدام است؟

|     |     |    |     |     |                    |         |         |
|-----|-----|----|-----|-----|--------------------|---------|---------|
| ۱۵  | ۱۳  | ۱۱ | ۹   | ۷   | تعداد تست‌های درست | ۵/۴ (۱) | ۶/۹ (۲) |
| ۰/۱ | ۰/۳ | a  | ۰/۱ | ۰/۲ | فراوانی نسبی افراد | ۵/۸ (۴) | ۶/۴ (۳) |

475 در بررسی‌های انجام شده از افراد یک شهر، تعداد دفعات استفاده آن‌ها از اتوبوس برای رفتن به سرکار ثبت شده است. واریانس این تعداد دفعات کدام است؟

|    |    |   |    |    |    |                             |         |         |
|----|----|---|----|----|----|-----------------------------|---------|---------|
| ۶  | ۵  | ۴ | ۳  | ۲  | ۱  | تعداد دفعات استفاده در هفته | ۳/۶ (۲) | ۲/۴ (۱) |
| ۱۰ | ۱۰ | a | ۳۰ | ۲۰ | ۲۰ | درصد فراوانی داده‌ها        | ۴/۸ (۴) | ۱/۲ (۳) |

476 در داده‌های آماری با جدول فراوانی زیر، اگر واریانس برابر ۶ باشد، فراوانی داده ۱۰ کدام است؟

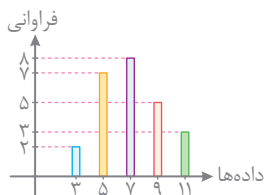
|    |    |    |   |   |         |       |       |
|----|----|----|---|---|---------|-------|-------|
| ۱۴ | ۱۲ | ۱۰ | ۸ | ۶ | داده‌ها | ۵ (۲) | ۴ (۱) |
| ۱  | ۶  | a  | ۲ | ۳ | فراوانی | ۷ (۴) | ۶ (۳) |

477 در داده‌های آماری با جدول فراوانی زیر، اگر میانگین داده‌ها برابر ۱۶ باشد، مقدار واریانس کدام است؟

|    |    |    |    |    |         |          |          |
|----|----|----|----|----|---------|----------|----------|
| ۲۰ | ۱۸ | ۱۶ | ۱۴ | ۱۲ | داده‌ها | ۴/۹۲ (۲) | ۴/۸۵ (۱) |
| ۳  | a  | ۱۰ | ۷  | ۵  | فراوانی | ۵/۷۴ (۴) | ۵/۵۵ (۳) |

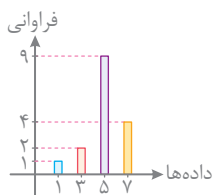
478 با توجه به نمودار میله‌ای مقابل، واریانس کل داده‌ها، کدام است؟

- (۱) ۴/۵ (۲) ۴/۸ (۳) ۵/۱۲ (۴) ۵/۷



479 براساس نمودار میله‌ای مقابل، انحراف معیار داده‌ها کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{10}$  (۲)  $\frac{\sqrt{10}}{2}$  (۳)  $\sqrt{5}$  (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$



17

## تغییرات داده‌ها و تأثیر آن بر واریانس

اگر همه داده‌ها دچار تغییرات یکسانی شوند، واریانس و انحراف معیار در ۳ حالت زیر قابل بررسی است:

۱ اگر عددی به همه داده‌ها اضافه و یا از همه داده‌ها کم شود، واریانس و انحراف معیار هیچ تغییری نخواهد کرد.

۲ اگر همه داده‌ها را در  $a$  ضرب کنیم، واریانس داده‌ها در  $a^2$  و انحراف معیار آن‌ها در  $|a|$  ضرب می‌شود.

۳ اگر واریانس داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  برابر با  $\sigma_x^2$  واریانس داده‌های  $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$  برابر با  $\sigma_{ax+b}^2 = a^2 \sigma_x^2$  خواهد بود و انحراف معیار برابر با  $\sigma_{ax+b} = |a| \sigma_x$  خواهد بود.

## مینی تست

- 1 اگر عددی به همه داده‌ها اضافه شود ..... تغییر نمی‌کند. **A** واریانس **B** میانه
- 2 اگر عددی از همه داده‌ها کم شود ..... تغییر نمی‌کند. **A** مُد **B** انحراف معیار
- 3 اگر داده‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ را به ۱۰۱, ۱۰۲, ۱۰۳, ۱۰۴, ۱۰۵ تغییر دهیم، واریانس داده‌های جدید ..... **A** همان واریانس داده‌های قبلی است **B** ۱۰۰ واحد افزایش می‌یابد
- 4 اگر انحراف معیار داده‌های  $a, b$  برابر با ۲ باشد، انحراف معیار داده‌های  $a+1, b+1$  برابر با ..... است. **A** ۲ **B** ۳
- 5 اگر واریانس داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  برابر  $\sigma^2$  باشد، با دو برابر شدن فراوانی داده‌ها واریانس آن‌ها ..... **A** تغییر نمی‌کند **B** دو برابر می‌شود
- 6 اگر واریانس داده‌های  $a, b, c, d$  برابر ۴ باشد، واریانس داده‌های  $2a, 2b, 2c, 2d$  برابر با ۱۶ خواهد بود. **A**  $4a, 4b, 4c, 4d$  **B**  $2a, 2b, 2c, 2d$
- 7 اگر واریانس داده‌های  $a, b, c, d$  برابر ۵ باشد، واریانس داده‌های  $a, a, b, b, c, c, d, d$  برابر با ۵ خواهد بود. **A**  $a, a, b, b, c, c, d, d$  **B**  $a, b, c, d, \dots$

1 A 2 B 3 A 4 A 5 A 6 B 7 A

- 480 اگر انحراف معیار داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  برابر با ۳ باشد، انحراف معیار داده‌های  $2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_n + 1$  کدام است؟  
 ۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۷ ۴) ۱۳
- 481 اگر واریانس داده‌های  $a - 3, b - 3, \dots, e - 3$  برابر ۶۴ باشد، انحراف معیار داده‌های  $a, b, \dots, e$  کدام است؟  
 ۱) ۴ ۲) ۷ ۳) ۱ ۴) ۲

## افزافه و کم شدن چند داده و تأثیر آن بر واریانس

18

اگر تعدادی داده به داده‌ها اضافه و یا از میان آن‌ها حذف شود، برای به دست آوردن واریانس داده‌های جدید با دو تیپ مسئله مواجه‌ایم:

### میانگین داده‌های اضافه شده یا حذف شده با میانگین داده‌های اولیه برابر نیست.

• واریانس داده‌های  $a, b, c, 6$  برابر ۵ و میانگین آن‌ها ۳ است. واریانس داده‌های  $a, b, c$  کدام است؟

### راهکار حل مسئله

$$\sum x_i = n\bar{x} = 4 \times 3 = 12$$

۱ مجموع داده‌های اولیه یعنی  $\sum x_i = n\bar{x}$  را به دست می‌آوریم.

$$\sum y_i = 12 - 6 = 6 \Rightarrow \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{6}{3} = 2$$

۲ داده‌های اضافه و کم شده را به مجموع به دست آمده اضافه (و یا کم) می‌کنیم و میانگین جدید یعنی  $\bar{y}$  را به دست می‌آوریم.

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - (\bar{x})^2 \Rightarrow 5 = \frac{1}{4} \sum x_i^2 - (3)^2 \Rightarrow \sum x_i^2 = 56$$

۳ از رابطه  $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - (\bar{x})^2$  حاصل  $\sum x_i^2$  را پیدا می‌کنیم.

$$\sum y_i^2 = 56 - (6)^2 = 20$$

۴ مربع داده‌های جدید را به  $\sum x_i^2$  اضافه (و یا کم) می‌کنیم تا  $\sum y_i^2$  به دست آید.

$$\sigma_{\text{new}}^2 = \frac{1}{N} \sum y_i^2 - (\bar{y})^2 = \frac{1}{3} (20) - (2)^2 = \frac{8}{3}$$

۵ از رابطه  $\sigma_{\text{new}}^2 = \frac{1}{N} \sum y_i^2 - (\bar{y})^2$  واریانس جدید را پیدا می‌کنیم.

🍏 منظور از  $N$  در قسمت ۵ تعداد جدید داده‌هاست.

← NEXT



IR-MCI LTE

00:04 AM

100% 



Tweet 



**Grigori Perelman**   
@Grigori 1966

نمیخواهم مثل یک حیوان در باغ وحش به نمایش گذاشته شوم!

I donot want to be on display like an animal in a zoo.

درس اول : ..... گردآوری دادهها 

درس دوم : ..... برآورد 

[Translate Tweet](#)

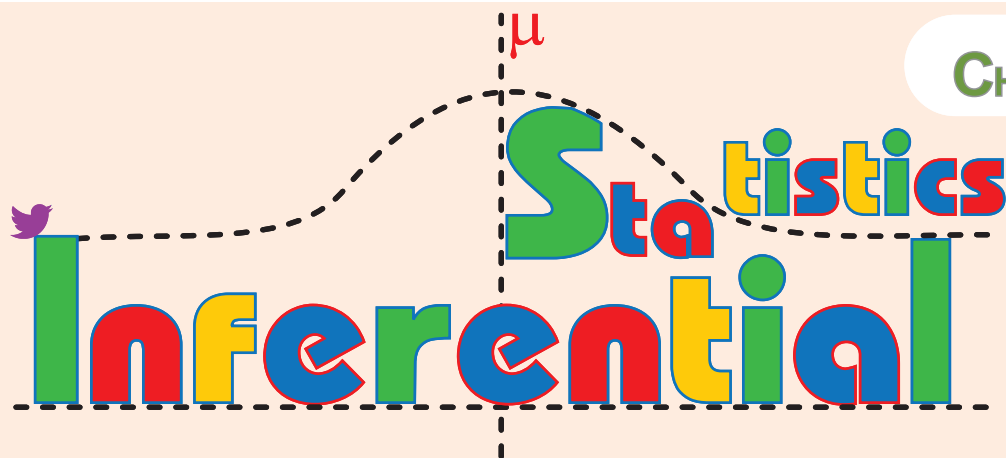
07:30 . 5/31/20

 View Tweet activity

 91,337

 5,847

 7,520,810,708



Add another Tweet

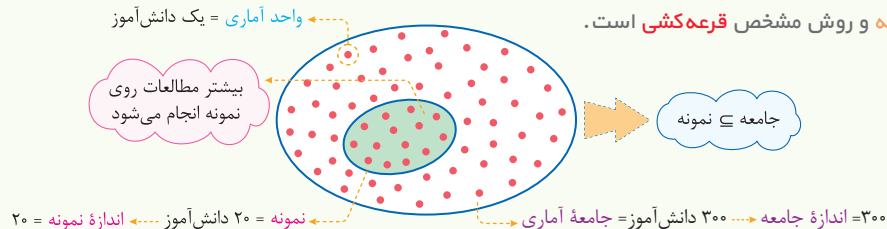


## درس اول: گردآوری داده‌ها

### نمونه‌گیری و سرشماری

01

واقعیت‌هایی دربارهٔ یک شیء که در محاسبه، برنامه‌ریزی و پیش‌بینی به کار می‌روند داده نامیده می‌شوند. مجموعهٔ تمام افراد یا اشیایی که می‌خواهیم دربارهٔ آن‌ها، داده را گردآوری کنیم جامعه آماری و تعداد اعضای آن را، اندازه یا حجم جامعه می‌نامند. به هر یک از افراد یا اشیای یک جامعه آماری، واحد آماری گفته می‌شود. هر زیرمجموعه از جامعه آماری که با روش مشخصی انتخاب شده باشد یک نمونه و تعداد اعضای آن را اندازه نمونه یا حجم نمونه می‌نامند. فرض کنید می‌خواهیم میانگین قد دانش‌آموزان مدرسه‌ای با ۳۰۰ دانش‌آموز را بررسی کنیم چون تعداد دانش‌آموزان مدرسه زیاد است با قرعه‌کشی ۲۰ نفر از ۳۰۰ دانش‌آموز مدرسه را انتخاب می‌کنیم. در این صورت این ۲۰ نفر یک نمونه و ۳۰۰ نفر جامعه آماری و هر نفر یک واحد آماری و عدد قد تک تک دانش‌آموزان معرف داده‌های جامعه و روش مشخص قرعه‌کشی است.



برای مطالعهٔ یک جامعه آماری دو روش عمده وجود دارد:

- معمولاً اگر اندازهٔ یک جامعه بزرگ نباشد، می‌توانیم همهٔ واحدهای آماری را مورد بررسی قرار دهیم. این روش را سرشماری می‌نامند.
- اگر اندازهٔ یک جامعه بزرگ باشد یا همهٔ اعضای آن در دسترس نباشند یا دسترسی به آن‌ها گران و وقت‌گیر باشد یا این امکان وجود داشته باشد که در اثر مطالعه، نمونه‌ها از بین بروند [مانند بررسی نطفه‌دار بودن تخم مرغ یا میزان خاویار در ماهی اوزون برون] به جای سرشماری از نمونه‌گیری استفاده می‌کنیم.

### مینی تست

- واقعیت‌هایی دربارهٔ یک شیء که در محاسبه، برنامه‌ریزی و پیش‌بینی به کار می‌روند، داده نام دارد.   
 A آمار   
 B داده
- به مجموعهٔ تمام افراد یا اشیایی که می‌خواهیم دربارهٔ آن‌ها، داده‌ها را گردآوری کنیم، می‌گوییم.   
 A جامعه آماری   
 B نمونه
- به تعداد اعضای جامعه آماری، می‌گوییم.   
 A مرتبهٔ جامعه   
 B اندازهٔ جامعه
- به هر یک از افراد یا اشیای یک جامعه آماری، می‌گوییم.   
 A واحد آماری   
 B نمونه
- به هر زیرمجموعه از جامعه آماری که به روش مشخصی انتخاب شده باشد، یک می‌گوییم.   
 A واحد آماری   
 B نمونه
- رابطهٔ بین جامعه و نمونه در نمودار ..... به درستی آمده است.   
 A جامعه   
 B نمونه
- هر بخش از جامعه، الزاماً یک ..... است.   
 A نمونه   
 B واحد آماری
- به تعداد عضوهای یک نمونه، ..... می‌گوییم.   
 A اندازهٔ نمونه   
 B حجم واحد آماری
- در علم آمار، بیشتر مطالعات روی ..... انجام می‌شود.   
 A جامعه   
 B نمونه
- فرایند انتخاب نمونه از جامعه به منظور تعمیم اطلاعات آن به جامعه را ..... می‌گویند.   
 A نمونه‌گیری   
 B آمارگیری
- وقتی در یک جامعه آماری، درصدی از واحدهای آماری را به عنوان نمایندهٔ جامعه با روش مشخصی انتخاب می‌کنیم، از ..... استفاده کرده‌ایم.   
 A برآورد   
 B نمونه‌گیری
- در یک جامعه آماری همواره اندازهٔ نمونه از اندازهٔ جامعه ..... است.   
 A کوچک‌تر   
 B بزرگ‌تر
- اگر اندازهٔ نمونه با اندازهٔ جامعه برابر باشد، نمونه‌گیری را ..... می‌نامند.   
 A باز شماری   
 B سرشماری
- برای مطالعهٔ یک جامعه آماری، دو روش ..... وجود دارد.   
 A نمونه‌گیری و سرشماری   
 B سیستماتیک و تجربی

← NEXT

1 B 2 A 3 B 4 A 5 B 6 A 7 A 8 A 9 B 10 A 11 B 12 A 13 B 14 A

15 اگر تک تک افراد جامعه را مورد بررسی قرار دهیم، ..... انجام داده ایم.

A سرشماری

B نمونه گیری

16 اگر اندازه یک جامعه بزرگ باشد یا همه اعضای آن در دسترس نباشد،

به جای ..... از ..... استفاده می کنیم.

A سرشماری - نمونه گیری

B نمونه گیری - سرشماری

17 اگر دسترسی به اعضای جامعه گران و وقت گیر باشد، به جای ..... از

..... استفاده می کنیم.

A نمونه گیری - سرشماری

B سرشماری - نمونه گیری

18 یک دلیل مناسب برای استفاده از نمونه گیری به جای سرشماری، ..... است.

A امکان از بین رفتن نمونه

B کوچک بودن جامعه

19 برای بررسی تخم مرغ های نطفه دار یک مرغدار، بهتر است از

استفاده شود.

A سرشماری

B نمونه گیری

20 ..... دلیل مناسبی برای استفاده از نمونه گیری به جای سرشماری نیست.

A هزینه بر بودن و عدم دسترسی به تمام اعضای جامعه

B برابر نبودن شانس انتخاب برای همه واحدهای آماری

21 برای بررسی وضعیت چمن یک ورزشگاه، پس از پایان بازی فوتبال بین دو

تیم پرسپولیس و استقلال، اگر از تمام بازیکنان نظرسنجی کنیم، از روش

و اگر از کسانی که در پست مدافع مشغول بازی بودند، نظرسنجی کنیم از روش

..... استفاده کرده ایم.

A سرشماری - نمونه گیری

B نمونه گیری - سرشماری

از ۸۰۰ دانشجوی یک دانشگاه، ۴۰ دانشجو را با قرعه کشی انتخاب می کنیم:

22 این ۴۰ دانشجو، معرف یک ..... است.

A نمونه

B واحد آماری

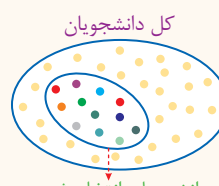
23 ۸۰۰ دانشجو، معرف ..... است.

A جامعه آماری

B نمونه

24 هر کدام از دانشجویان، یک ..... هستند.

A واحد آماری



25 اندازه نمونه ..... است.

A ۴۰

B ۸۰۰

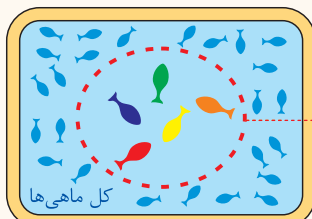
26 اندازه جامعه ..... است.

A ۴۰

B ۸۰۰

می خواهیم وزن ماهی های یک حوضچه پرورش ماهی را تخمین بزنیم. به

این منظور، ۵ ماهی از میان آن ها صید کرده و وزن آن ها را اندازه می گیریم:



27 این ۵ ماهی، معرف یک ..... است.

A نمونه

B واحد آماری

28 هر ماهی درون حوضچه، یک ..... است.

A داده

B واحد آماری

29 کل ماهی های درون حوضچه، معرف ..... است.

A جامعه آماری

B نمونه

30 عدد وزن تک تک ماهی های درون حوضچه، ..... است.

A متغیر

B داده های جامعه

می خواهیم برخی ویژگی های مگس های سفید مزاحم در شهر تهران را بررسی کنیم:

31 می دانیم همه مگس های سفید در دسترس نیستند و زمان و هزینه لازم برای این

کار در اختیار نیست؛ بنابراین برای بررسی این ویژگی ها ..... استفاده می کنیم.

A از روش نمونه گیری

B از روش سرشماری

32 هر مگس سفید، معرف یک ..... است.

A واحد آماری

B نمونه

33 همه مگس های سفید، معرف ..... هستند.

A جامعه آماری

B نمونه آماری

34 اگر عدد سن همه مگس های سفید را در اختیار داشته باشیم، ..... را داریم.

A متغیرهای جامعه

B داده های جامعه

35 ۱۰۰ مگس سفید، معرف یک ..... است.

A واحد آماری

B نمونه

15 A 16 A 17 B 18 A 19 B 20 B 21 A 22 A 23 A 24 B 25 A 26 B 27 A 28 B 29 A 30 B 31 A 32 A 33 A 34 B 35 B

516 می خواهیم میانگین زمان مطالعه دانش آموزان یک مدرسه را بررسی کنیم. اگر زمان مطالعه تک تک دانش آموزان را در اختیار داشته باشیم،

را در اختیار داریم.

(۱) جامعه آماری (۲) داده های جامعه (۳) یک واحد آماری (۴) داده های نمونه

517 می خواهیم وزن مرغ های یک مرغداری را تخمین بزنیم. اگر ۱۰ مرغ از میان آن ها انتخاب و وزن آن ها را اندازه گیری کنیم، این ۱۰ مرغ معرف یک ..... است.

(۱) داده (۲) جامعه آماری (۳) آماره نمونه (۴) نمونه

518 می خواهیم درآمد کارکنان یک شرکت بزرگ را تخمین بزنیم. اگر ۲۰ نفر از کارمندان شرکت را به تصادف انتخاب و درآمدهای آن ها را بررسی کنیم، هر کدام

از کارمندان ..... و درآمد هر کدام از آن ها ..... هستند.

(۱) نمونه - اندازه نمونه (۲) واحد آماری - داده های جامعه

(۳) واحد آماری - اندازه نمونه (۴) متغیر - مقدار متغیر



524 کدام گزینه درباره نمونه‌گیری تصادفی ساده درست نیست؟

- (۱) همه واحدهای آماری شانس برابر برای انتخاب شدن دارند.
- (۲) در نمونه‌گیری تصادفی ساده همه واحدهای آماری فهرست می‌شوند.
- (۳) معمولاً بهترین روش برای جوامع بزرگ محسوب می‌شود.
- (۴) اگر جامعه از طبقات متمایز تشکیل شده باشد، این روش مناسب نیست.

525 اگر بخواهیم از میان ۱۸۰ نفر از شرکت‌کنندگان در المپیاد ریاضی ۹ نفر را به عنوان نمونه به روش تصادفی ساده برای اعزام به المپیاد جهانی ریاضی انتخاب کنیم، احتمال انتخاب هر کدام از واحدهای آماری کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{20}$  (۳)  $\frac{1}{180}$  (۴) نامشخص

526 می‌خواهیم از میان ۴۸۰ نفر از اعضای آکادمی نوبل تعدادی را به عنوان نمونه به روش تصادفی ساده انتخاب کنیم. اگر بخواهیم شانس انتخاب هر کدام از اعضای آکادمی به بیش از ۵ درصد برسد، اندازه نمونه حداقل چقدر باید باشد؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۲۴ (۳) ۲۸ (۴) ۲۵

527 فرض کنید یک جامعه آماری شامل ۲۰۰۰ عضو است و می‌خواهیم نمونه‌ای به اندازه ۱۰۰ از آن انتخاب کنیم. اگر جامعه به دو قسمت ۱۰۰۰ تایی تقسیم شود و بخواهیم نمونه‌ای تصادفی به اندازه ۵۰ از هر قسمت انتخاب کنیم، احتمال انتخاب هر عضو جامعه چقدر است؟

(تمرین کتاب درسی)

- (۱)  $\frac{1}{2000}$  (۲)  $\frac{1}{200}$  (۳)  $\frac{1}{1000}$  (۴)  $\frac{1}{100}$

528 یک جامعه آماری از ۳۰۰ عضو تشکیل شده است. اگر جامعه را به تصادف به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم و بخواهیم دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب کنیم، در این صورت احتمال انتخاب هر عضو جامعه چقدر است؟

(تمرین کتاب درسی)

- (۱)  $\frac{1}{10}$  (۲)  $\frac{1}{300}$  (۳)  $\frac{1}{150}$  (۴)  $\frac{1}{5}$



## نمونه‌گیری خوشه‌ای

04

🍎 اگر جامعه آماری قابل فهرست کردن نباشد، جامعه را به دسته‌ها یا زیرمجموعه‌هایی تقسیم‌بندی می‌کنیم [تعداد اعضای زیرمجموعه‌ها لزوماً برابر نیست]. و هر زیرمجموعه را یک **خوشه** می‌نامیم. حال چند خوشه را به روش نمونه‌گیری تصادفی ساده انتخاب می‌کنیم و در هر یک **سرشماری** انجام می‌دهیم [یعنی همه واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب‌شده را به عنوان نمونه در نظر می‌گیریم]. این روش نمونه‌گیری را **نمونه‌گیری خوشه‌ای** می‌نامند. 🍌 برای محاسبه میانگین نمرات حسابان دانش‌آموزان شهر تهران، می‌توان چند مدرسه را انتخاب کرد و دانش‌آموزان هر مدرسه را سرشماری کرد [یعنی نمره حسابان همه دانش‌آموزان درون مدرسه را بررسی کرد] در این حالت هر مدرسه یک **خوشه** محسوب می‌شود.

📌 هر چقدر ویژگی‌های مورد بررسی درون خوشه‌ها تفاوت بیشتری داشته باشند، می‌توان گفت خوشه‌ها از تنوعی شبیه تنوع کل جامعه برخوردارند و دقت در نمونه‌گیری خوشه‌ای بهتر خواهد شد.

جامعه

نمونه‌گیری خوشه‌ای

نمونه

خوشه‌ها را سرشماری می‌کنیم

1️⃣ در نمونه‌گیری خوشه‌ای، واحدهای آماری درون هر خوشه از نظر مسافت نزدیک به هم هستند. 🍌 دانش‌آموزان درون مدرسه از نظر مسافت نزدیک به هم هستند که باعث کاهش هزینه در نمونه‌گیری خواهد شد.

2️⃣ دقت در نمونه‌گیری خوشه‌ای از دقت در نمونه‌گیری تصادفی ساده، کم‌تر است.

🍌 در نمونه‌گیری خوشه‌ای احتمال انتخاب خوشه‌ها با هم برابر است و چون در همه خوشه‌های انتخاب‌شده سرشماری انجام می‌شود، احتمال انتخاب هر یک از واحدهای آماری نیز با هم برابر بوده و برابر است با:

$$P = \frac{n}{N} = \frac{\text{تعداد خوشه‌های انتخاب شده}}{\text{تعداد کل خوشه‌ها}}$$

1 در حالتی که جامعه آماری قابل فهرست کردن نباشد، روش .....، روش مناسبی برای نمونه‌گیری است.

A خوشه‌ای B تصادفی ساده

2 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، جامعه به دسته‌ها یا زیرمجموعه‌هایی تقسیم می‌شود که تعداد اعضای آن‌ها ..... .

A باهم برابر است B لزوماً باهم برابر نیست

3 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، زیرمجموعه‌های جامعه را ..... می‌نامند.

A خوشه B طبقه

4 در روش نمونه‌گیری خوشه‌ای، خوشه‌ها به روش ..... انتخاب می‌شوند.

A غیراحتمالی B تصادفی ساده

5 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، ..... خوشه‌های انتخاب شده را به عنوان اعضای نمونه در نظر می‌گیرند.

A همه واحدهای آماری

B بعضی از واحدهای آماری

6 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، در خوشه‌های انتخاب شده، ..... انجام می‌دهند.

A نمونه‌گیری تصادفی ساده B سرشماری

7 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، ..... .

A از همه خوشه‌ها حتماً نماینده‌ای در نمونه وجود دارد

B از بعضی خوشه‌ها نماینده‌ای در نمونه وجود ندارد

8 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، هر چقدر ویژگی‌های مورد بررسی درون خوشه‌ها ..... بیشتری داشته باشد، دقت در نمونه‌گیری خوشه‌ای بهتر خواهد شد.

A تفاوت B شباهت

9 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، واحدهای آماری در خوشه‌ها باید ..... .

A از تنوعی شبیه کل جامعه برخوردار باشند

B همگی شبیه به هم باشند

10 نمودار ..... توصیف مناسب‌تری برای نمونه‌گیری خوشه‌ای است.



11 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، اندازه نمونه قبل از نمونه‌گیری ..... است، زیرا تعداد واحدهای آماری در خوشه‌های مختلف، ..... است.

A کاملاً مشخص - با هم برابر B نامعلوم - نابرابر

12 در نمونه‌گیری خوشه‌ای باید فهرست ..... معلوم باشد، ولی به فهرست ..... نیازی نیست.

A خوشه‌ها - تک تک واحدهای آماری

B تک تک واحدهای آماری - خوشه‌ها

13 در جوامع آماری بزرگ، نمونه‌گیری ..... از نمونه‌گیری ..... کم هزینه‌تر و سریع‌تر است.

A تصادفی ساده - خوشه‌ای B خوشه‌ای - تصادفی ساده

14 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، واحدهای آماری درون هر خوشه، از نظر ..... به هم نزدیک هستند.

A موضوع مورد بررسی B مسافت

15 می‌خواهیم میانگین نمرات درس فیزیک دانش‌آموزان اصفهان را حساب کنیم، اگر .....، از نمونه‌گیری خوشه‌ای استفاده کرده‌ایم.

A ۵ مدرسه را انتخاب کرده و در آن‌ها نمرات همه دانش‌آموزان را بررسی کنیم

B از هر مدرسه ۵ دانش‌آموز را انتخاب کرده و نمرات آن‌ها را بررسی کنیم

16 برای محاسبه میانگین درآمد کارکنان در ۳۲ ساختمان استانداری در کل کشور، اگر .....، از نمونه‌گیری خوشه‌ای استفاده کرده‌ایم.

A چهار ساختمان را به تصادف انتخاب کرده و درآمد تمام کارکنان هر

B ساختمان را بررسی کنیم

17 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، احتمال انتخاب خوشه‌ها ..... است.

A باهم برابر B نابرابر

18 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، احتمال انتخاب واحدهای آماری ..... است.

A نابرابر B باهم برابر

19 در نمونه‌گیری خوشه‌ای، احتمال انتخاب هر واحد آماری به تعداد ..... بستگی دارد.

A خوشه‌هایی که می‌خواهیم انتخاب کنیم

B واحدهای آماری در خوشه‌ها

20 دقت در نمونه‌گیری خوشه‌ای از دقت در نمونه‌گیری تصادفی ساده ..... است.

A کمتر B بیشتر

21 در نمونه‌گیری خوشه‌ای از یک جامعه با N خوشه، می‌دانیم خوشه A انتخاب شده است. در این حالت احتمال انتخاب هر کدام از واحدهای آماری خوشه A برابر

با ..... است، زیرا در خوشه انتخاب شده فرایند ..... انجام می‌شود.

$$A \quad \frac{1}{N} - \text{نمونه‌گیری تصادفی ساده} \quad B \quad \frac{1}{n} - \text{سرشماری}$$

22 در نمونه‌گیری خوشه‌ای از یک جامعه، اگر تعداد خوشه‌ها برابر N و تعداد خوشه‌های انتخاب شده برابر با n باشد، احتمال انتخاب هر واحد آماری برابر با

..... است.

$$A \quad \frac{n}{N} \times \frac{1}{n} \quad \text{احتمال انتخاب هر واحد آماری، درون خوشه انتخاب شده}$$

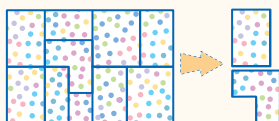
$$B \quad \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \quad \text{احتمال انتخاب هر واحد آماری، درون خوشه انتخاب شده}$$

← NEXT

1 A 2 B 3 A 4 B 5 A 6 B 7 B 8 A 9 A 10 A 11 B 12 A 13 B 14 B 15 A 16 A 17 A 18 B 19 A 20 A 21 B 22 A

## مینی تست

25 در جامعه آماری زیر که از تعدادی بلوک تشکیل شده است، می‌خواهیم دو بلوک را به عنوان نمونه انتخاب کرده و همه واحدهای آماری آن‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم. احتمال انتخاب هر واحد آماری در این روش نمونه‌گیری برابر با ..... است.



$\frac{1}{2}$  (A)

$\frac{2}{10}$  (B)

23 یک جامعه با اندازه 280 از 7 خوشه با اندازه‌های 10, 20, ..., 70 تشکیل شده است. اگر از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای بخواهیم یک خوشه انتخاب کنیم، احتمال انتخاب خوشه‌ای با اندازه 70 برابر با ..... است.

$\frac{70}{280}$  (B)

$\frac{1}{7}$  (A)

24 در سؤال قبل اگر سه خوشه به تصادف انتخاب کنیم، احتمال انتخاب هر کدام از واحدهای آماری برای حضور در نمونه انتخاب شده ..... است.

$\frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7}$  (B)

$\frac{3}{7}$  (A)

23 A 24 A 25 B

529 در نمونه‌گیری خوشه‌ای .....

- ۱) جامعه به زیرمجموعه‌هایی با تعداد عضوهای برابر افزایش می‌شود.
- ۲) احتمال انتخاب خوشه‌ها با هم برابر نیست.
- ۳) احتمال انتخاب واحدهای آماری با هم برابر نیست.
- ۴) خوشه‌ها از تنوعی شبیه تنوع کل جامعه برخوردارند.

530 کدام گزینه درباره نمونه‌گیری خوشه‌ای نادرست است؟

- ۱) واحدهای آماری درون هر خوشه از نظر مسافت به هم نزدیک هستند.
- ۲) معمولاً در مواردی استفاده می‌شود که فهرست کامل افراد جامعه در دسترس نباشد.
- ۳) پس از انتخاب چند خوشه، از هر کدام چند واحد آماری را به طور تصادفی انتخاب و بررسی می‌کنیم.
- ۴) تعداد واحدهای آماری در خوشه‌های مختلف لزوماً برابر نیست.

531 یک جامعه با اندازه 4500 از 9 خوشه با اندازه‌های 100, 200, 300, ..., 900 تشکیل شده است. اگر از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای بخواهیم یک خوشه انتخاب کنیم، احتمال آن که خوشه با اندازه کمتر انتخاب شود، چقدر است؟

نامشخص (4)

$\frac{1}{400}$  (3)

$\frac{1}{36}$  (2)

$\frac{1}{9}$  (1)

532 در تست قبل اگر دو خوشه به تصادف انتخاب کنیم، احتمال انتخاب هر کدام از واحدهای آماری برای حضور در نمونه انتخاب شده چقدر است؟

نامشخص (4)

$\frac{1}{9}$  (3)

$\frac{2}{9}$  (2)

$\frac{1}{81}$  (1)

533 هر یک از مدارس A, B, C, D, E, F به ترتیب دارای 100, 150, 200, 230, 270, 300 دانش آموز هستند، می‌خواهیم یک نمونه‌گیری خوشه‌ای از میان آن‌ها انجام دهیم. برای این منظور دو مدرسه را به تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد دانش‌آموزی از مدرسه A درون نمونه انتخاب شده باشد؟

$\frac{2}{125}$  (4)

$\frac{1}{125}$  (3)

$\frac{1}{6}$  (2)

$\frac{1}{3}$  (1)

534 یک جامعه 170 نفری از 5 خوشه با اندازه‌های 25, 30, 35, 40, 40 تشکیل شده است. اگر دو خوشه به تصادف انتخاب کنیم، چقدر احتمال دارد اندازه این دو خوشه مثل هم باشد؟

$\frac{2}{10}$  (4)

$\frac{8}{17}$  (3)

$\frac{1}{2}$  (2)

$\frac{1}{10}$  (1)

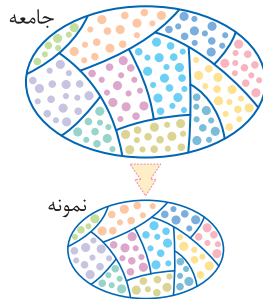
## نمونه‌گیری طبقه‌ای

05

در روش نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه آماری را به تعدادی گروه طبقه‌بندی می‌کنند. واحدهای آماری در هر طبقه نسبت به موضوع مورد بررسی باید پراکندگی کمی داشته باشند، ولی اختلاف بین طبقات باید زیاد باشد [مثلاً اگر موضوع مورد بررسی سن ازدواج است، بهتر است مردان را یک طبقه و زنان را یک طبقه دیگر در نظر گرفت]. سپس از هر طبقه متناسب با جمعیت آن، واحد آماری انتخاب می‌کنیم. در این صورت نمونه‌ای خواهیم داشت که مطمئن هستیم زیرگروه‌ها با همان نسبتی که در جامعه وجود دارند به عنوان نماینده جامعه آماری در نمونه حضور دارند. این روش با افزایش هزینه همراه است ولی دقت بیشتری دارد.

← NEXT

۲ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، واحدهای آماری درون طبقات باید شبیه هم و همگن باشند. در ضمن هر طبقه با طبقه دیگر می‌بایست از نظر مشخصه‌ای که مورد بررسی قرار می‌گیرد، متفاوت باشد.



۱ از روش نمونه‌گیری طبقه‌ای زمانی استفاده می‌کنیم که جامعه آماری دارای ساخت نامتجانس و غیرهمگن باشد. یعنی جامعه از زیرگروه‌هایی تشکیل شده که از نظر مشخصه و درصد تشکیل دهنده جامعه، متفاوت اند.



♣️ سن ازدواج در مردان و زنان یا قد افراد جامعه در مردان و زنان متفاوت است  
 که باعث نامتجانس شدن ساخت جامعه می‌شود و باید هرکدام از این زیرگروه‌ها را یک طبقه فرض کرد.  
 ♣️ اگر بحث درباره درصد اشتغال در افراد جامعه است بهتر است مردان و زنان هر کدام در یک طبقه جداگانه قرار گیرند، چون میزان اشتغال زنان شبیه هم و مردان هم شبیه هم است ولی زنان با مردان متفاوت است.

🍎 در نمونه‌گیری طبقه‌ای، اگر بخواهیم یک نمونه  $n$  تایی از یک جامعه  $N$  نفری انتخاب کنیم و تعداد افراد در طبقه‌ها  $f_1, f_2, \dots, f_k$  باشد و ما  $n_1$  تا از طبقه اول،  $n_2$  تا از طبقه دوم، ... و  $n_k$  تا از طبقه  $k$  ام انتخاب کنیم، آنگاه داریم:  $(N = \sum f_i)$

$$\frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2}{f_2} = \dots = \frac{n_k}{f_k} = \frac{n}{\sum f_i}$$

$$n_i = \frac{f_i}{\sum f_i} \times n \quad \text{سهم طبقه } i \text{ ام}$$

🍏 از آنجاکه در نمونه‌گیری طبقه‌ای از هر طبقه متناسب با جمعیت آن واحد آماری انتخاب می‌شود به راحتی می‌توان ثابت کرد احتمال انتخاب همه واحدهای آماری، با هم برابر است و همانند نمونه‌گیری تصادفی ساده این احتمال برابر است با:

$$P = \frac{n}{N} = \frac{\text{اندازه نمونه}}{\text{اندازه جامعه}}$$

### مینی تست

۷ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، واحدهای آماری هر طبقه نسبت به موضوع مورد بررسی باید .....  
 A پراکندگی کمی داشته باشند  
 B از تنوعی شبیه جامعه برخوردار باشند

۸ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، اختلاف بین طبقات از نظر موضوع مورد بررسی، باید ..... باشد.  
 A زیاد  
 B کم

۹ وقتی جامعه از زیرگروه‌هایی تشکیل شده است که از نظر مشخصه مورد بررسی .....، از نمونه‌گیری طبقه‌ای استفاده می‌کنیم.  
 A متفاوت باشد  
 B یکسان باشد

۱۰ از نمونه‌گیری طبقه‌ای، زمانی استفاده می‌کنیم که جامعه آماری دارای ساخت ..... باشد.  
 A متجانس و همگن  
 B غیرمتجانس و غیرهمگن

۱۱ برای بررسی قد ورزشکاران شرکت‌کننده در المپیک به روش نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه را به دو گروه ..... تقسیم می‌کنیم، چون از نظر مشخصه مورد بررسی (قد) با هم متفاوت اند.  
 A زنان و مردان  
 B زیر ۲۵ سال و بالای ۲۵ سال

۱ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه به تعدادی گروه طبقه‌بندی می‌شود که تعداد اعضای آن‌ها .....  
 A با هم برابر است  
 B لزوماً با هم برابر نیست

۲ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، گروه‌های جامعه را ..... می‌نامند.  
 A طبقه  
 B نمونه

۳ در روش نمونه‌گیری طبقه‌ای، از .....، واحد آماری در نمونه وجود دارد.  
 A بعضی طبقات  
 B تمام طبقات

۴ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، ..... برای نمونه‌گیری انتخاب می‌شوند.  
 A بعضی از واحدهای آماری هر طبقه  
 B همه واحدهای آماری یک طبقه

۵ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، ..... را با نمونه‌گیری تصادفی ساده انتخاب می‌کنیم.  
 A هر طبقه  
 B واحدهای آماری درون هر طبقه

۶ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، تعداد واحدهای آماری انتخاب شده از هر طبقه برای نمونه‌گیری، ..... است.  
 A با هم برابر  
 B متناسب با جمعیت آن طبقه

← NEXT

1 B 2 A 3 B 4 A 5 B 6 B 7 A 8 A 9 A 10 B 11 A

19 در نمونه‌گیری طبقه‌ای از یک جامعه، از طبقه‌ای با اندازه ۱۰، یک نمونه با اندازه ۲ انتخاب شده است. سهم طبقه‌ای با اندازه ۱۵ در این نمونه‌گیری برابر ..... است.

$$\frac{2}{10} = \frac{f}{15} \Rightarrow \dots$$

B

A

20 در نمونه‌گیری طبقه‌ای از یک جامعه، با اندازه N می‌خواهیم اندازه نمونه برابر n باشد. اگر تعداد واحدهای آماری در طبقه iام برابر  $f_i$  باشد، سهم طبقه iام در نمونه برابر ..... است.

$$n_i = \frac{f_i}{N} \times n$$

B

$$n_i = \frac{1}{f_i} \times \frac{n}{N}$$

A

21 در یک جامعه آماری، تعداد واحدهای آماری در طبقه iام برابر  $f_i$  و سهم این طبقه در نمونه‌گیری طبقه‌ای برابر  $n_i$  است، احتمال انتخاب هر واحد آماری طبقه iام در این نمونه‌گیری ..... است.

$$\frac{n_i}{f_i}$$

B

$$\frac{f_i}{n_i}$$

A

22 در یک جامعه آماری، تعداد واحدهای آماری در یک طبقه برابر ۵۰ و سهم این طبقه در نمونه‌گیری طبقه‌ای برابر ۵ است، احتمال انتخاب هر واحد آماری آن طبقه در این نمونه‌گیری ..... است.

$$\frac{1}{10}$$

B

$$\frac{1}{5}$$

A

23 می‌خواهیم میانگین سن ازدواج در کارکنان یک شرکت، شامل ۳۰ کارمند زن و ۵۰ کارمند مرد را بررسی کنیم. اگر اندازه نمونه برابر ۲۴ باشد، سهم زنان در این نمونه‌گیری برابر ..... است.

$$\frac{1}{30} \times 24 = 8$$

B

$$\frac{30}{30+50} \times 24 = 9$$

A

24 جدول زیر تعداد دانش‌آموزان پایه‌های دهم، یازدهم و دوازدهم از یک مدرسه را نشان می‌دهد. در نمونه‌گیری طبقه‌ای از این مدرسه، اگر بخواهیم اندازه نمونه ۲۴ باشد، سهم پایه دوازدهم در این نمونه‌گیری ..... است.

| پایه              | دهم | یازدهم | دوازدهم |
|-------------------|-----|--------|---------|
| تعداد دانش‌آموزان | ۵۰  | ۴۰     | ۳۰      |

$$\frac{30}{120} \times 24 = 6$$

A

$$\frac{1}{30} \times 24 = 8$$

B

12 نمودار ..... توصیف مناسب‌تری برای نمونه‌گیری طبقه‌ای است.



13 در نمونه‌گیری طبقه‌ای، اندازه نمونه قبل از اقدام به نمونه‌گیری ..... است، زیرا از هر طبقه متناسب با جمعیت آن طبقه، واحد آماری انتخاب می‌شود.

B نامشخص

A مشخص

14 نمونه‌گیری طبقه‌ای از نمونه‌گیری تصادفی ساده ..... ولی ..... است.

B کم‌دقت‌تر - ارزان‌تر

A دقیق‌تر - هزینه‌برتر

15 در یک برج مسکونی ۳۰ طبقه می‌خواهیم میانگین سن ازدواج افراد را بررسی کنیم، برای نمونه‌گیری به روش طبقه‌ای، دسته‌بندی جامعه آماری به دو گروه ..... مناسب است.

A ساکنین طبقات زوج و فرد

B مرد و زن

16 در نمونه‌گیری طبقه‌ای، احتمال انتخاب واحدهای آماری .....، زیرا .....  
A با هم برابر است - سهم واحدهای انتخابی از هر طبقه متناسب با تعداد واحدهای آن است

B با هم برابر نیست - تعداد واحدهای آماری در طبقات مختلف متفاوت است

17 در جامعه‌ای با اندازه N، اگر بخواهیم یک نمونه به اندازه n به روش طبقه‌ای انتخاب کنیم، احتمال انتخاب هر واحد آماری برابر ..... است.

$$\frac{1}{N}$$

B

$$\frac{n}{N}$$

A

18 یک جامعه آماری، شامل دو طبقه با جمعیت‌های  $f_1$  و  $f_2$  است. اگر سهم طبقه‌ها در نمونه‌گیری طبقه‌ای  $n_1$  و  $n_2$  باشد، رابطه ..... برقرار است.

$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_1 + n_2}{f_1 + f_2}$$

B

$$\frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_1 + n_2}{f_1 + f_2}$$

A

12 B 13 A 14 A 15 B 16 A 17 A 18 A 19 A 20 B 21 B 22 B 23 A 24 A

535 در یک شرکت ۵۰ نفر کارگر، ۴۰ نفر کارمند و ۱۰ نفر مدیر وجود دارد. می‌خواهیم یک نمونه ۲۰ نفره براساس نمونه‌گیری طبقه‌ای برای محاسبه میانگین حقوق دریافتی انتخاب کنیم. احتمال انتخاب هر کدام از مدیران در نمونه چقدر است؟

۴ نامشخص

$$\frac{1}{5} (3)$$

$$\frac{1}{10} (2)$$

$$\frac{1}{100} (1)$$

536 می‌خواهیم میانگین وزن دانش‌آموزان یک مدرسه ابتدایی را بررسی کنیم. اگر ۵۰ نفر سال اول، ۴۰ نفر سال دوم، ۳۵ نفر سال سوم، ۴۵ نفر سال چهارم و ۳۰ نفر سال پنجم باشند، برای انتخاب یک نمونه ۱۰ نفره در نمونه‌گیری طبقه‌ای چند نفر از سال دوم باید انتخاب کنیم؟

$$8 (4)$$

$$4 (3)$$

$$2 (2)$$

$$1 (1)$$

537 در نمونه‌گیری طبقه‌ای از یک جامعه، اگر اندازه جامعه ۵۶۰ و فراوانی طبقه وسط برابر ۲۸ باشد، در انتخاب نمونه‌ای با اندازه ۸۰ نفری سهم طبقه وسط چقدر خواهد شد؟

$$8 (4)$$

$$4 (3)$$

$$3 (2)$$

$$2 (1)$$

538 در نمونه‌گیری طبقه‌ای از یک جامعه، فراوانی طبقه اول برابر ۳۶ و اندازه نمونه ۵۴ است. اگر پس از نمونه‌گیری معلوم شود ۹ نفر از طبقه اول در نمونه‌گیری حضور دارد، اندازه جامعه کدام است؟

$$360 (4)$$

$$240 (3)$$

$$256 (2)$$

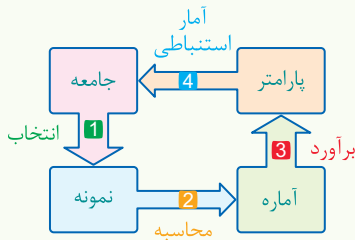
$$216 (1)$$



درس دوم: برآورد

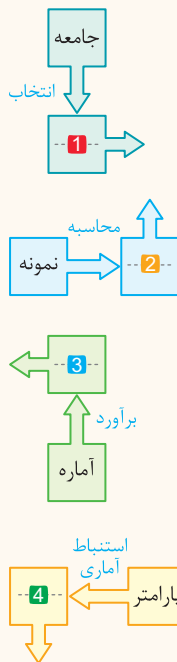
13

چرخه آمار استنباطی



در یک جامعه آماری، پارامتر جامعه در صورتی قابل محاسبه است که ما داده‌های کل جامعه را در اختیار داشته باشیم ولی به دلیل محدودیت‌هایی مانند زمان، هزینه و ... دستیابی به کل داده‌های جامعه امکان پذیر نیست. از این رو با یکی از روش‌های نمونه‌گیری، یک نمونه از جامعه را انتخاب می‌کنیم [مرحله 1] و مشخصه مورد نظر را روی نمونه محاسبه می‌کنیم که به آن آماره می‌گوییم. [مرحله 2] سپس از روی مقدار آماره یک برآورد برای مقدار آن پارامتر در جامعه انجام می‌دهیم. [مرحله 3] و با آمار استنباطی آن را به جامعه تعمیم می‌دهیم. [مرحله 4] این فرایند به خوبی در نمودار روبه‌رو نمایان است:

مینی تست



1 در یک جامعه آماری، پارامتر جامعه در صورتی قابل محاسبه است که ما ..... را در اختیار داشته باشیم.

- A نمونه  
B داده‌های کل جامعه

2 به دلیل محدودیت‌هایی مانند زمان، هزینه و ... دستیابی به ..... امکان پذیر نیست.

- A داده‌های کل جامعه  
B مقدار آماره

3 دلیل نمونه‌گیری و انتخاب نمونه از جامعه این است که .....  
A دستیابی به کل داده‌های جامعه امکان پذیر نیست  
B مقدار آماره از یک نمونه به نمونه دیگر متغیر است

4 معمولاً برای تخمین ..... از ..... استفاده می‌کنیم.  
A مقدار آماره - پارامتر جامعه  
B پارامتر جامعه - آماره نمونه

5 تعمیم آماره نمونه به پارامتر جامعه، به وسیله ..... انجام می‌شود.  
A آمار استنباطی  
B آمارگیر

10 به جای 1 باید ..... قرار گیرد.  
A نمونه  
B آماره

11 به جای 2 باید ..... قرار گیرد.  
A پارامتر  
B آماره

12 به جای 3 باید ..... قرار گیرد.  
A پارامتر  
B جامعه

13 به جای 4 باید ..... قرار گیرد.  
A نمونه  
B جامعه

فرض کنید می‌خواهیم میانگین وزن ماهی‌های درون یک استخر بزرگ را برآورد کنیم:

6 به دلیل محدودیت‌هایی مانند ..... و ..... دستیابی به داده‌های کل جامعه امکان پذیر نیست.

- A دادگان نامشخص - ارببی جامعه  
B زمان - هزینه

7 با یکی از روش‌های نمونه‌گیری، ۲۰ ماهی انتخاب کرده و میانگین وزن آن‌ها را اندازه می‌گیریم. عدد به دست آمده ۱۲۵۰ گرم است. این عدد را ..... می‌نامیم.

- A پارامتر جامعه  
B مقدار آماره

8 از روی مقدار آماره، یک برآورد برای میانگین وزن ماهی‌های استخر که آن را ..... می‌نامیم، انجام می‌دهیم.

- A پارامتر جامعه  
B شاخص آماری

9 با استفاده از .....، مقدار عددی آماره را به جامعه تعمیم می‌دهیم.

- A آمار تحلیلی  
B آمار استنباطی

14 به جای 1 باید ..... قرار گیرد.  
A انتخاب  
B آمار استنباطی

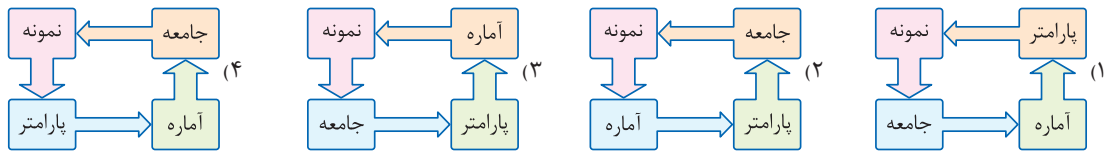
15 به جای 2 باید ..... قرار گیرد.  
A محاسبه  
B انتخاب

16 به جای 3 باید ..... قرار گیرد.  
A محاسبه  
B برآورد

17 به جای 4 باید ..... قرار گیرد.  
A آمار استنباطی  
B محاسبه

1 B 2 A 3 A 4 B 5 A 6 B 7 B 8 A 9 B 10 A 11 B 12 A 13 B 14 A 15 A 16 B 17 A

573 کدام چرخه برای آمار استنباطی به درستی رسم شده است؟



## برآورد نقطه‌ای

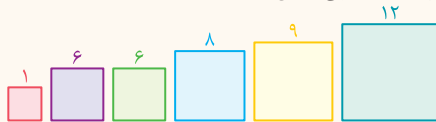
14

همان طور که گفتیم پارامترهای جامعه (مثلاً میانگین درآمد افراد یک جامعه) ثابت ولی مجهول هستند. یعنی در جوامع بزرگ محاسبه دقیق آن‌ها به راحتی امکان پذیر نیست. بنابراین نمونه‌گیری انجام می‌دهیم و این پارامترها را به جای جامعه روی نمونه به دست می‌آوریم. عددی که به این طریق حاصل می‌شود آماره یا مقدار آماره نامیده می‌شود. حال چون به وسیله این عدد می‌توان پارامتر جامعه را تخمین زد، از این به بعد مقدار عددی آماره را برآورد یا برآورد نقطه‌ای می‌نامند.

اگر به جای محاسبه میانگین در یک جامعه، میانگین را روی نمونه به دست آوریم، عدد حاصل شده را برآورد نقطه‌ای میانگین جامعه می‌نامند [به جای میانگین می‌توان از شاخص‌های دیگر آمار نظیر میانه، واریانس و ... نیز استفاده کرد و آن‌ها را برآورد کرد].

## مینی تست

در یک کتاب هندسه تعداد زیادی مربع رسم شده است. اگر طول ضلع یک نمونه ۶ تایی از آن‌ها مطابق شکل باشد، آن‌گاه:



7 منظور از برآورد نقطه‌ای میانگین طول ضلع مربع‌های رسم شده ..... است.

A پیدا کردن میانگین طول ضلع تمام مربع‌های کتاب است

B پیدا کردن میانگین طول ضلع همین ۶ مربع است

8 برآورد نقطه‌ای میانگین طول اضلاع مربع‌های رسم شده برابر با ..... است.

$$\bar{a} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3.5 \quad A$$

$$\bar{a} = \frac{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2}{6} = 9.17 \quad B$$

9 برآورد نقطه‌ای میانگین محیط مربع‌های به کار رفته در کتاب برابر با ..... است.

$$4 \times 3.5 = 14 \quad A$$

$$7^2 \quad B$$

10 برای به دست آوردن برآورد نقطه‌ای مساحت مربع‌های به کار رفته در کتاب به صورت ..... عمل می‌کنیم.

$$\frac{1^2+2^2+\dots+12^2}{6} = \frac{362}{6} = 60.33 \quad A$$

$$\left(\frac{1+2+\dots+12}{6}\right)^2 = 7^2 = 49 \quad B$$

1 پارامترهای جامعه [مثلاً میانگین درآمد افراد یک جامعه] ..... ولی ..... هستند.

A ثابت - مجهول

B متغیر - معلوم

2 در جوامع بزرگ، محاسبه دقیق پارامترها به راحتی امکان پذیر ..... بنابراین ..... انجام می‌دهیم.

A است - سرشماری

B نیست - نمونه‌گیری

3 وقتی نمونه‌گیری انجام می‌دهیم، پارامتر جامعه را به جای جامعه، روی نمونه به دست می‌آوریم و به عدد حاصل شده، ..... می‌گوییم.

A آماره یا مقدار آماره

B پارامتر جامعه

4 به وسیله ..... می‌توان ..... را تخمین زد.

A مقدار آماره - پارامتر جامعه

B پارامتر جامعه - مقدار آماره

5 چون به وسیله مقدار آماره می‌توان پارامتر جامعه را تخمین زد، به مقدار عددی آماره ..... گفته می‌شود.

A تخمین واقعی پارامتر جامعه

B برآورد یا برآورد نقطه‌ای

6 اگر به جای محاسبه میانگین در یک جامعه، میانگین را روی نمونه به دست آوریم، عدد حاصل شده را ..... می‌نامند.

A برآورد نقطه‌ای میانگین جامعه

B تخمین نمونه دقیق جامعه

1 A 2 B 3 A 4 A 5 B 6 A 7 B 8 A 9 A 10 A

574 تعداد برنامه‌های تلویزیونی ساخته شده توسط ۵ شبکه از ۳۰ شبکه داخلی طی یک سال ۸۶، ۶۴، ۶۰، ۷۵، ۵۰ است. برآورد نقطه‌ای میانگین برنامه‌های

ساخته شده در تلویزیون کدام است؟

۷۰ (۴)

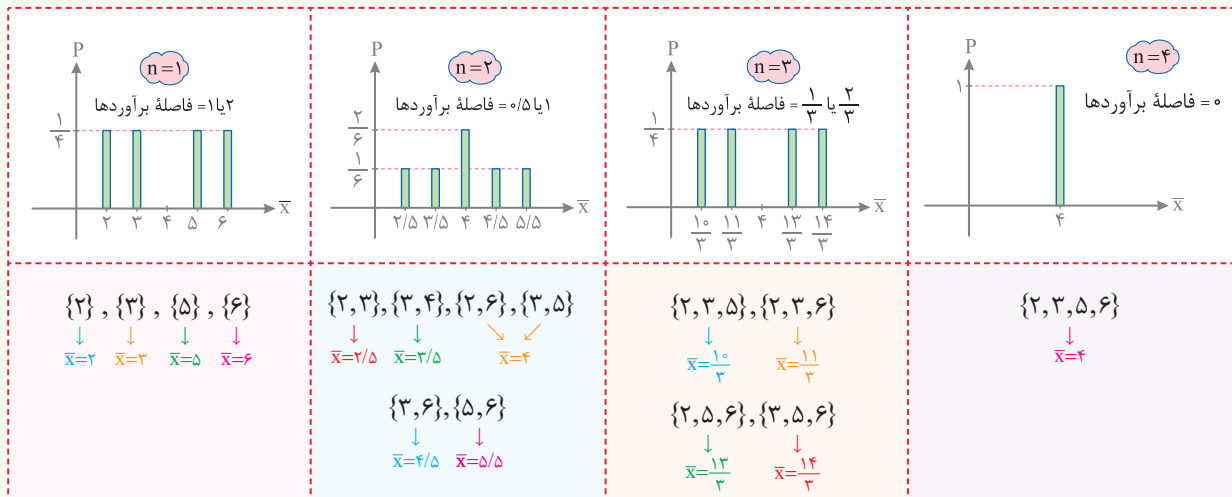
۸۱ (۳)

۶۷ (۲)

۶۶ (۱)

## 16 تحلیل نمودار برآوردهای میانگین

فرض کنید داده‌های یک جامعه ۲، ۳، ۵، ۶ باشد. می‌دانیم میانگین داده‌های این جامعه برابر  $\bar{x}=4$  است. حال اگر احتمال برآوردهای انجام شده برای نمونه‌هایی با اندازه‌های ۱، ۲، ۳، ۴ را روی محور نشان دهیم، به شکل‌های زیر خواهد بود:

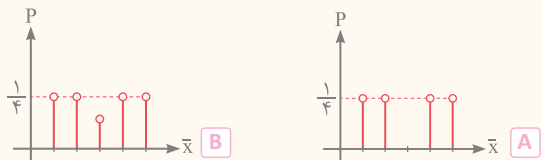


### چند نتیجه مهم

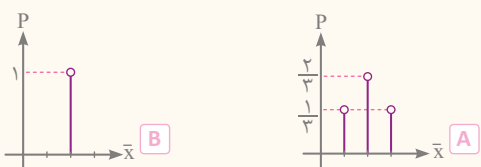
- هر چقدر اندازه نمونه افزایش می‌یابد، فاصله میله‌ها از هم [پراکندگی و انحراف معیار در برآوردهای میانگین] کاهش می‌یابد و میله‌ها به سمت پارامتر جامعه یعنی  $\bar{x}=4$  متمایل تر می‌شوند، به طوری که به ازای  $n=4$ ، برآورد انجام شده همان پارامتر جامعه است.
- میله‌هایی که در وسط قرار دارند به پارامتر جامعه نزدیک‌ترند. بنابراین عدد محور افقی آن‌ها دقیق‌ترین برآورد از پارامتر جامعه را ارائه می‌دهد و اگر میله وسط وجود نداشت، میانگین جملات با فاصله‌های برابر از طرفین هم برآوردهای دقیقی برای پارامتر جامعه ارائه می‌دهند.
- مجموع احتمال همه میله‌ها با هم در هر نمودار، همواره برابر «۱» است.
- به طور کلی فاصله میله‌ها از هم الزاماً یکسان نیست و میله‌ها الزاماً به طور متقارن در طرفین پارامتر جامعه قرار نمی‌گیرند.

## مینی تست

4 اگر برای نمونه‌هایی با اندازه ۳، مقادیر برآورد میانگین جامعه را برحسب احتمال مشاهده هریک از آن‌ها، روی یک نمودار نشان دهیم، به صورت ..... خواهد بود.



5 اگر برای نمونه‌هایی با اندازه ۴، مقادیر برآورد میانگین جامعه را برحسب احتمال مشاهده هریک از آن‌ها، روی یک نمودار نشان دهیم، به صورت ..... خواهد بود.

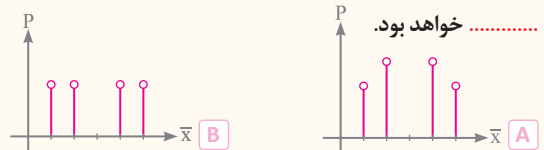


فرض کنید داده‌های یک جامعه ۶، ۷، ۹، ۱۰ باشد:

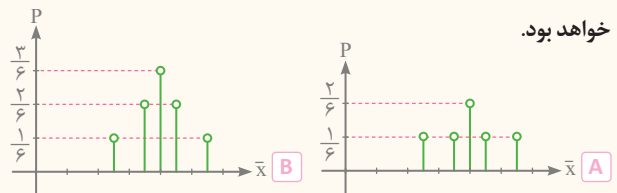
1 میانگین داده‌های این جامعه برابر با ..... است.

A B

2 اگر برای نمونه‌هایی با اندازه ۱، مقادیر برآورد میانگین جامعه را برحسب احتمال مشاهده هریک از آن‌ها روی یک نمودار نشان دهیم، به صورت ..... خواهد بود.



3 اگر برای نمونه‌هایی با اندازه ۲، مقادیر برآورد میانگین جامعه را برحسب احتمال مشاهده هریک از آن‌ها روی یک نمودار نشان دهیم، به صورت ..... خواهد بود.

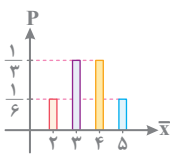


1 A 2 B 3 A 4 A 5 B

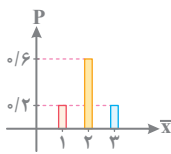
← NEXT

- 6 با افزایش اندازه نمونه، فاصله میله‌ها ..... می‌یابد، یعنی برآوردهای انجام شده توسط نمونه‌ها ..... می‌شوند.  
 A کاهش - به پارامتر جامعه نزدیک‌تر  
 B افزایش - از پارامتر جامعه دورتر
- 7 با افزایش اندازه نمونه، انحراف معیار برآوردهای میانگین ..... می‌یابد.  
 A کاهش  
 B افزایش
- 8 کاهش فاصله میله‌ها از هم، نشان می‌دهد پراکندگی و انحراف معیار در برآوردهای میانگین ..... می‌یابد و برآوردها به سمت پارامتر جامعه متمایل‌تر می‌شوند.  
 A کاهش  
 B افزایش
- 9 برآورد انجام شده توسط نمونه‌ای با اندازه ۴، ..... است.  
 A غیردقیق از همه حالات  
 B برابر با پارامتر جامعه
- 10 میله‌هایی که در وسط قرار دارند، .....  
 A از پارامتر جامعه دورترند  
 B به پارامتر جامعه نزدیک‌ترند
- 11 دقیق‌ترین برآورد، مربوط به میله‌های ..... است.  
 A وسطی  
 B کناری
- 12 فاصله میله‌ها از هم الزاماً .....  
 A یکسان است  
 B یکسان نیست
- 13 میله‌ها ..... در طرفین پارامتر جامعه .....  
 A الزاماً به طور متقارن - قرار نگرفته‌اند  
 B همواره به طور متقارن - قرار گرفته‌اند
- 14 مجموع ارتفاع همه میله‌ها با هم برابر ..... است.  
 A ۱  
 B ۱۰۰

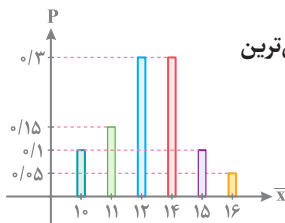
6 A 7 A 8 A 9 B 10 B 11 A 12 B 13 A 14 A



- 594 در یک جامعه آماری نمودار احتمال بر حسب برآورد میانگین به صورت زیر است. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟  
 (۱) دقیق‌ترین برآورد برای میانگین جامعه برابر با  $\frac{1}{3}$  است. (۲) دو مقدار متفاوت برای برآورد میانگین این جامعه وجود دارد.  
 (۳) داده‌های جامعه آماری مورد بررسی ۵، ۴، ۳، ۲ هستند. (۴) احتمال اینکه میانگین جامعه عدد ۵ برآورد شود، برابر  $\frac{1}{6}$  است.



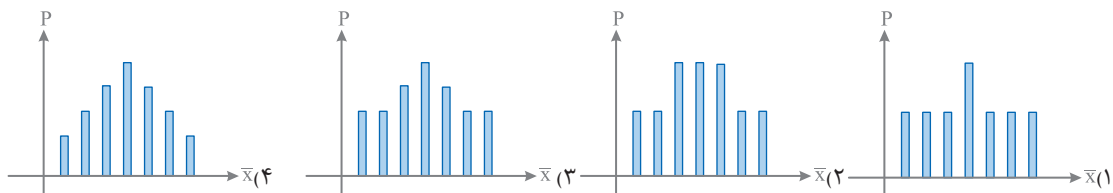
- 595 در یک جامعه آماری، نمودار احتمال بر حسب برآورد میانگین به صورت زیر است. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟  
 (۱) احتمال برآورد برای میانگین توسط نمونه ۲ عضو، بیشتر از نمونه‌های ۱ عضو و ۳ عضو است.  
 (۲) دقیق‌ترین برآورد میانگین جامعه برابر ۲ است.  
 (۳) تعداد اعضای جامعه آماری برابر ۳ است.  
 (۴) تعداد اعضای نمونه مورد بررسی برابر ۳ است.



- 596 در یک نمونه‌گیری سه‌تایی از یک جامعه ۱۰ نفری نمودار زیر برای برآوردهای نقطه‌ای میانگین جامعه رسم شده است. دقیق‌ترین برآورد برای پارامتر جامعه کدام است؟

- (۱)  $\frac{0}{3}$   
 (۲) ۱۲  
 (۳)  $\frac{12}{5}$   
 (۴) ۱۳

- 597 داده‌های یک جامعه ۹، ۷، ۵، ۳، ۱ است، اگر نمونه‌های دوتایی برای برآورد میانگین انتخاب کنیم، نمودار میله‌ای برآوردها به کدام صورت است؟



- 598 داده‌های یک جامعه به صورت ۴، ۲، ۱، ۱، ۱ است، اگر نمونه‌های دوتایی برای برآورد میانگین انتخاب کنیم، نمودار میله‌ای برای برآوردهای ممکن به کدام صورت است؟

