

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و
ارسال رایگان

Medabook.com



مدابوک



یک جله تماس تلفنی رایگان

با مشاوران رتبه برتر

برای انتخاب بهترین منابع

دبیرستان و کنکور

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۲۱۰



فهرست

فصل	شماره پاسخ	شماره صفحه
فصل ۱ : تابع		
درس (۱) مفهوم تابع	۱	۷
درس (۲) تبدیل نمودار توابع	۹۱	۱۸
درس (۳) تابع درجه سوم و توابع صعودی و نزولی	۱۴۶	۲۷
درس (۴) تابع یک به یک و وارون	۱۹۱	۳۴
درس (۵) اعمال جبری و ترکیب توابع	۲۵۸	۴۳
درس (۶) بخش پذیری و تقسیم	۳۶۶	۵۹
فصل ۲ : مثلثات		
درس (۱) زاویه و نسبت های مثلثاتی	۴۷۵	۷۳
درس (۲) دایره مثلثاتی	۵۱۸	۷۸
درس (۳) اتحاد های مثلثاتی	۵۵۷	۸۳
درس (۴) توابع مثلثاتی	۶۶۰	۹۶
درس (۵) تناوب و تابع تانژانت	۶۸۶	۱۰۰
درس (۶) معادلات مثلثاتی	۷۴۵	۱۱۰
فصل ۳ : حد و پیوستگی		
درس (۱) همسایگی و مفهوم حد	۸۶۶	۱۲۸
درس (۲) محاسبه حد توابع کسری (حالت $\frac{0}{0}$)	۹۲۹	۱۳۶
درس (۳) پیوستگی	۱۰۱۳	۱۴۸
درس (۴) حد بی نهایت	۱۰۸۴	۱۵۷
درس (۵) حد در بی نهایت	۱۱۳۷	۱۶۴
فصل ۴ : مشتق		
درس (۱) آشنایی با مفهوم مشتق	۱۲۴۱	۱۷۹
درس (۲) مشتق پذیری و پیوستگی ۱	۱۲۷۷	۱۸۳
درس (۳) مشتق پذیری و پیوستگی ۲	۱۴۲۰	۲۰۲
درس (۴) آهنگ متوسط و آهنگ لحظه ای	۱۵۳۶	۲۱۸
فصل ۵ : کاربرد مشتق		
درس (۱) اکسترم های یک تابع و توابع صعودی و نزولی ۱	۱۶۰۷	۲۲۸
درس (۲) اکسترم های یک تابع و توابع صعودی و نزولی ۲	۱۶۵۹	۲۳۵
درس (۳) جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه عطف آن	۱۷۶۰	۲۵۳
درس (۴) رسم نمودار توابع	۱۸۴۳	۲۶۶

فصل	شماره پاسخ	شماره صفحه
فصل ۶ : الگو و دنباله		
درس (۱) الگو و دنباله	۱۹۴۲	۲۸۳
درس (۲) دنباله حسابی	۱۹۷۳	۲۸۸
درس (۳) دنباله هندسی	۲۰۴۰	۲۹۸
فصل ۷ : توان‌های گویا و عبارتهای جبری		
درس (۱) ریشه‌گیری و توان‌های گویا	۲۱۰۹	۳۰۹
درس (۲) عبارتهای جبری، اتحادها و تجزیه	۲۱۶۰	۳۱۴
درس (۳) گویا کردن مخرج کسرها	۲۲۰۸	۳۲۰
فصل ۸ : معادله و تابع درجه دوم		
درس (۱) معادله درجه دو	۲۲۵۵	۳۲۵
درس (۲) تابع درجه دوم	۲۳۲۳	۳۳۶
فصل ۹ : معادله و نامعادله		
درس (۱) معادلات گویا	۲۳۹۳	۳۴۵
درس (۲) تعیین علامت و نامعادله گویا	۲۴۲۶	۳۵۰
درس (۳) معادلات گنگ (رادیکالی)	۲۴۵۳	۳۵۳
فصل ۱۰ : قدر مطلق و جزء صحیح		
درس (۱) قدر مطلق	۲۴۹۵	۳۵۹
درس (۲) جزء صحیح	۲۵۶۵	۳۷۰
فصل ۱۱ : توابع نمایی و لگاریتمی		
درس (۱) تابع نمایی	۲۶۲۵	۳۷۸
درس (۲) تابع لگاریتمی	۲۶۷۵	۳۸۵
فصل ۱۲ : هندسه تحلیلی		
درس (۱) معادله خط	۲۸۱۵	۴۰۲

$$\Rightarrow -m + 4 = 2 \Rightarrow m = 2$$

حالا باقی مانده $P(x)$ بر $x-1$ را می‌خواهیم.

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

اول ریشه $x-1$ را حساب می‌کنیم:

پس باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x-1$ برابر $P(1)$ است:

$$P(x) = 2x^4 + 2x + 2 \Rightarrow P(1) = 2(1)^4 + 2(1) + 2 = 6$$

۳۷۰- گزینه ۱ چند جمله‌ای $P(x)$ بر $2x-1$ بخش پذیر است، یعنی

$P(\frac{1}{2})$ باید صفر باشد:

$$P(x) = 2x^4 + ax^3 + 2x^2 - 3x$$

$$\xrightarrow{P(\frac{1}{2})=0} 2(\frac{1}{2})^4 + a(\frac{1}{2})^3 + 2(\frac{1}{2})^2 - 3(\frac{1}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{a}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 0 \xrightarrow{\times 8} 1 + a + 4 - 12 = 0 \Rightarrow a = 7$$

با جای گذاری $a = 7$ ، چند جمله‌ای به صورت $P(x) = 2x^4 + 7x^3 + 2x^2 - 3x$

درمی‌آید.

برای محاسبه باقی مانده $P(x)$ بر $x+2$ ، کافیست ریشه $x+2$ یعنی

$x = -2$ را در $P(x)$ قرار دهیم:

$$P(-2) = 2(-2)^4 + 7(-2)^3 + 2(-2)^2 - 3(-2)$$

$$= 32 - 56 + 8 + 6 = -10$$

۳۷۱- گزینه ۱ ریشه $x+2$ برابر -2 است.

باقی مانده تقسیم $P(x) = x^5 + 4x^2 + 9$ و $P'(x) = 5x^4 - x - 1$ بر

$x+2$ برابر است، پس:

$$\Rightarrow (-2)^5 + 4(-2)^2 + 9 = a(-2)^3 - (-2) - 1$$

$$\Rightarrow -32 + 16 + 9 = -8a + 2 - 1$$

$$\Rightarrow -7 = -8a + 1 \Rightarrow a = 1$$

۳۷۲- گزینه ۱ ریشه $x-1$ و $x+2$ به ترتیب ۱ و -2 است.

باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x-1$ برابر ۳ شده، پس:

$$P(1) = 3 \Rightarrow 1^3 + a(1)^2 + 1 - b = 3 \Rightarrow a - b = 1$$

باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x+2$ بخش پذیر است، پس:

$$P(-2) = 0 \Rightarrow (-2)^3 + a(-2)^2 + (-2) - b = 0 \Rightarrow 4a - b = 10$$

اگر دو معادله $4a - b = 10$ و $a - b = 1$ را حل کنیم، داریم:

$$b = 2, a = 3$$

$$a + b = 3 + 2 = 5$$

در نتیجه:

۳۷۳- گزینه ۱ باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x-4$ برابر ۳

$$p(4) = 3 \quad (*)$$

است. پس:

باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x+2$ ، برابر ۱ است، پس:

$$p(-2) = 1 \quad (**)$$

حالا باقیمانده تقسیم $T(x) = p(x^2) + 4p(-x)$ را بر $x-2$ را می‌یابیم.

برای این کار، باید $T(2)$ را محاسبه کنیم:

در نهایت با توجه به تساوی‌های $(*)$ و $(**)$ ، حاصل را می‌یابیم.

$$T(2) = 3 + 4(1) = 7$$

۳۷۴- گزینه ۱ ریشه $x+1$ و $x-2$ به ترتیب -1 و 2 است.

باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x+1$ برابر ۵ شده، پس:

$$P(-1) = 5 \Rightarrow 2(-1)^{2n+1} + a(-1)^3 + b(-1)^2 - 1 = 5$$

$$\xrightarrow{-1 \text{ به توان فرد خود } -1 \text{ می‌شود}} -2 - a + b - 1 = 5 \Rightarrow a - b = -8$$

۳۶۶- گزینه ۳ راه اول مقسوم را باز می‌کنیم:

$$(x-2)^2(x+2) + x^3 = (x^2 - 4x + 4)(x+2) + x^3$$

$$= x^3 + 2x^2 - 4x^2 - 8x + 4x + 8 + x^3 = 2x^3 - 2x^2 - 4x + 8$$

حالا تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 4x^2 - 4x + 8 \quad | \quad x^2 - 4 \\ - 2x^3 + 8x \\ \hline - 4x^2 + 4x + 8 \\ - 4x^2 + 16 \\ \hline 4x \end{array}$$

راه دوم با توجه به مقسوم علیه مقسوم را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$(x-2)^2(x+2) + x^3 = (x-2)(x+2)(x-2) + x^3$$

$$= (x^2 - 4)(x-2) + x^3$$

حالا تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} (x^2 - 4)(x-2) + x^3 \quad | \quad x^2 - 4 \\ - (x^2 - 4)(x-2) \\ \hline x^3 \\ - x^3 + 4x \\ \hline 4x \end{array}$$

۳۶۷- گزینه ۲ ریشه مقسوم علیه را به دست می‌آوریم:

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$x = -1$ را در مقسوم جای گذاری می‌کنیم تا باقی مانده به دست آید:

$$(-1)^4 - a(-1)^3 + (-1)^2 + 2a(-1) + 1 = -a + 3$$

باقی مانده تقسیم برابر ۴ است، پس:

$$-a + 3 = 4 \Rightarrow a = -1$$

۳۶۸- گزینه ۲ اول ریشه مقسوم علیه را حساب می‌کنیم:

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

چون $P(x)$ بر $x+2$ بخش پذیر است، پس:

$$P(-2) = 0 \Rightarrow (-2)^2 - m(-2)^2 - (-2) - 4 = 0$$

$$\Rightarrow -8 - 4m + 2 - 4 = 0 \Rightarrow -4m = 10 \Rightarrow m = -2.5$$

۳۶۹- گزینه ۴ ریشه $x+1$ برابر -1 با x است.

باقی مانده تقسیم $P(x) = 2x^4 + mx + 2$ بر $x+1$ برابر با $P(-1)$ است،

$$P(-1) = 2 \Rightarrow 2(-1)^4 + m(-1) + 2 = 2$$

پس:



برای آن که عبارت سمت راست و چپ متحد باشند باید ضرایب عبارت‌های هم‌درجه برابر باشند، پس:

$$4x^2 + bx + 3 = (2+a)x^2 + (2a+2)x + 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4 = 2+a \\ b = 2a+2 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 6 \Rightarrow a+b = 8$$

۳۷۸- گزینه ۳ در تقسیم $x^{15} + x^5 + 3x^2 - x - 1$ بر $x^5 - 4x - 3$ خارج‌قسمت و باقی‌مانده را به ترتیب $Q(x)$ و $R(x)$ می‌گیریم، پس داریم:

$$x^{15} + x^5 + 3x^2 - x - 1 = (x^5 - 4x - 3)Q(x) + R(x)$$

در رابطه تقسیم بالا، $x = -1$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$(-1)^{15} + (-1)^5 + 3(-1)^2 - (-1) - 1 = ((-1)^5 - 4(-1) - 3)Q(-1) + R(-1)$$

$$\Rightarrow -1 - 1 + 3 + 1 - 1 = (-1 + 4 - 3)Q(-1) + R(-1)$$

$$\Rightarrow 1 = R(-1)$$

۳۷۹- گزینه ۲ راه اول عبارت $P(x) = x^4 + 4ax^2 + 2bx + 1$ بر $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$ بخش‌پذیر است، پس $P(x)$ بر $x-2$ و $x+2$ بخش‌پذیر است و در نتیجه باید $P(2)$ و $P(-2)$ صفر باشند:

$$P(2) = 0 \Rightarrow 2^4 + 4a(2)^2 + 2b(2) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 16 + 16a + 4b + 1 = 0 \Rightarrow 16a + 4b = -17$$

$$P(-2) = 0 \Rightarrow (-2)^4 + 4a(-2)^2 + 2b(-2) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 16 + 16a - 4b + 1 = 0 \Rightarrow 16a - 4b = -17$$

$$b = 0, a = \frac{-17}{16}$$

با حل دو معادله بالا داریم:

$$a + b = \frac{-17}{16} + 0 = \frac{-17}{16}$$

پس:

$$x^2 = 4$$

راه دوم از $x^2 - 4 = 0$ نتیجه می‌گیریم:

حالا $P(x)$ را برحسب x^2 می‌نویسیم، به جای x^2 ها، عدد ۴ و عبارت به دست آمده را متحد با صفر قرار می‌دهیم:

$$P(x) = (x^2)^2 + 4ax^2 + 2bx + 1 = 4^2 + 4a(4) + 2bx + 1$$

$$= 2bx + 16a + 17$$

اگر عبارت به دست آمده را متحد با صفر قرار دهیم، باید ضریب x (یعنی $2b$) و عبارت درجه صفر (یعنی $16a + 17$) صفر شوند:

$$\underbrace{2bx + 16a + 17}_{\text{متحد}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2b = 0 \Rightarrow b = 0 \\ 16a + 17 = 0 \Rightarrow a = \frac{-17}{16} \end{cases}$$

۳۸۰- گزینه ۲ راه اول در تقسیم $ax^6 + bx^3 + 1$ بر $x^3 + 1$ خارج‌قسمت $Q(x)$ و باقی‌مانده ۱ شده است، رابطه تقسیم را می‌نویسیم:

$$ax^6 + bx^3 + 1 = (x^3 + 1)Q(x) + 1$$

در رابطه بالا جای x ، عدد -1 قرار می‌دهیم:

$$a(-1)^6 + b(-1)^3 + 1 = ((-1)^3 + 1)Q(-1) + 1$$

$$\Rightarrow a - b + 1 = 1 \Rightarrow a - b = 0$$

برای به دست آوردن باقی‌مانده $P(x) = x^3 + ax + 2b$ بر $x+2$ باید مقدار $P(-2)$ را حساب کنیم:

$$P(-2) = (-2)^3 + a(-2) + 2b = 4 - 2a + 2b$$

$$= 4 - 2(a - b) \xrightarrow{a-b=0} P(-2) = 4 - 2(0) = 4$$

باقی‌مانده تقسیم $T(x)$ بر $x-2$ برابر با $T(2)$ است. آن را حساب می‌کنیم:

$$T(x) = ax^2 - 2bx^2 + x - 1$$

$$\Rightarrow T(2) = a(2)^2 - 2b(2)^2 + 2 - 1$$

$$= 4a - 8b + 1 = 4(a - 2b) + 1 = -6 + 1 = -5$$

۳۷۵- گزینه ۳ چون $f(x)$ بر $x-2$ بخش‌پذیر است، پس:

$$f(2) = 0 \Rightarrow 2^2 + a(2)^2 - 5(2) - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 4 + 4a - 10 - 6 = 0 \Rightarrow a = 2$$

با جای‌گذاری $a = 2$ ، تابع $f(x)$ را بر $x-2$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x^2 - 5x - 6 \quad | \quad x-2 \\ - x^2 + 2x^2 \\ \hline 4x^2 - 5x - 6 \\ - 4x^2 + 8x \\ \hline 3x - 6 \\ - 3x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

پس f را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = (x-2)(x^2 + 4x + 3) = (x-2)(x+1)(x+3)$$

ریشه‌های تابع f برابر با $1, 2, 3$ و -3 هستند که جمعشان -2 می‌شود.

۳۷۶- گزینه ۲ چون $f(x) = x^4 + ax^3 - 8x$ بر $x+2$ بخش‌پذیر است، پس $f(-2)$ باید صفر باشد:

$$f(-2) = 0 \Rightarrow (-2)^4 + a(-2)^3 - 8(-2) = 0$$

$$\Rightarrow 16 - 8a + 16 = 0 \Rightarrow 8a = 32 \Rightarrow a = 4$$

حالا با جای‌گذاری $a = 4$ ، $f(x)$ را بر $x+2$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 - 8x \quad | \quad x+2 \\ - x^4 - 2x^3 \\ \hline 2x^3 - 8x \\ - 2x^3 - 4x^2 \\ \hline - 4x^2 - 8x \\ - 4x^2 + 8x \\ \hline 0 \end{array}$$

پس $f(x)$ به صورت زیر درمی‌آید:

$$f(x) = (x+2)(x^3 + 2x^2 - 4x) = x(x+2)(x^2 + 2x - 4)$$

فاکتوراز x

ریشه‌های معادله $x^2 + 2x - 4 = 0$ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4(1)(-4) = 20$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2} = -1 \pm \sqrt{5}$$

پس ریشه‌های f عبارت‌اند از صفر، -2 ، $-1 + \sqrt{5}$ و $-1 - \sqrt{5}$ که کوچک‌ترین آن‌ها $-1 - \sqrt{5}$ است.

۳۷۷- گزینه ۲ رابطه تقسیم را می‌نویسیم:

$$x^2 + 4x^2 + bx + 3 = (x^2 + ax - 1)(x+2) + 3x + 5 \Rightarrow$$

$$x^2 + 4x^2 + bx + 3 = x^2 + 2x^2 + ax^2 + 2ax - x - 2 + 3x + 5$$

$$\Rightarrow 4x^2 + bx + 3 = (2+a)x^2 + (2a+2)x + 3$$

۳۸۴- گزینه ۳ اگر مقسوم را مساوی صفر قرار دهیم، داریم: $x^2 = 1$
 پس در $f(x)$ به جای x^2 ها، ۱ می گذاریم. فقط اول مقسوم را بر حسب x^2 مرتب می کنیم:

$$f(x) = (x+1)^2(x-1)^2 + x^4 - x^2 - 1$$

$$= (x+1)(x+1)^2(x-1)^2 + x^4 - x^2 - 1$$

$$= (x+1)(x^2-1)^2 + (x^2)^2 - x^2 - 1$$

$$\xrightarrow{x^2=1} (x+1)(1-1)^2 + (1)^2 - 1 - 1 = 0 + 1 - 1 - 1 = -1$$

۳۸۵- گزینه ۲ اگر مقسوم را مساوی صفر بگذاریم، نتیجه می گیریم:
 $x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x^2 = -3x$
 پس برای به دست آوردن باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 + 3x$ ، در $f(x)$ به جای x^2 ها، $-3x$ می گذاریم. البته قبلش قیافه $f(x)$ را باید کمی درست کنیم:

$$f(x) = x(x+3)(x+1)(x+2) + 1 = (x^2 + 3x)(x^2 + 2x + 2) + 1$$

$$\xrightarrow{x^2 = -3x} (-3x + 3x)(-3x + 2x + 2) + 1 = 0 + 1 = 1$$

۳۸۶- گزینه ۳ اگر مقسوم علیه را برابر صفر قرار دهیم، داریم:
 $x^4 + 4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^4 = -4x^2 + 1$
 پس مقسوم را طوری مرتب می کنیم که بتوانیم از تساوی بالا استفاده کنیم:

$$(x^2+1)(x^2+4)(x^2+2)(x^2+3) + x^2$$

$$= (x^4 + 5x^2 + 4)(x^4 + 5x^2 + 6) + x^2$$

$$\xrightarrow{x^4 = -4x^2 + 1} (-4x^2 + 1 + 5x^2 + 4)(-4x^2 + 1 + 5x^2 + 6) + x^2$$

$$= (x^2 + 5)(x^2 + 7) + x^2 = x^4 + 12x^2 + 35 + x^2 = x^4 + 13x^2 + 35$$

$$\xrightarrow{x^4 = -4x^2} 1 - 4x^2 + 13x^2 + 35 = 9x^2 + 36$$

۳۸۷- گزینه ۲ مقسوم علیه را مساوی صفر قرار می دهیم:
 $x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -x - 1$
 برای محاسبه باقی مانده، باید در مقسوم به جای x^2 ها، $-x - 1$ قرار دهیم و اگر لازم شد این کار را تکرار می کنیم:

$$(x^2 + 6x + 8)(x^2 - 4x + 3) + 3 \xrightarrow{x^2 = -x-1}$$

$$(-x-1+6x+8)(-x-1-4x+3) + 3 = (5x+7)(-5x+2) + 3$$

$$= -25x^2 + 10x - 25x + 14 + 3$$

$$\xrightarrow{-x^2 = -x-1} -25(-x-1) - 25x + 17 = 25x + 25 - 25x + 17 = 42$$

۳۸۸- گزینه ۴ اگر مقسوم علیه را مساوی صفر قرار دهیم، داریم:
 $x^3 - x = 0 \Rightarrow x^3 = x$
 برای به دست آوردن باقی مانده، باید در مقسوم به جای x^3 ها، x قرار دهیم:

$$4x^3 - 3x^2 + 2x + x = 4(x^3) - 3(x^2) + 2x + x$$

$$\xrightarrow{x^3 = x} 4x - 3x^2 + 2x + x$$

$$= 4(x^2)x - 3(x^2)x + 2x^2 + x$$

$$\xrightarrow{x^2 = x} 4x^2x - 3xx + 2x^2 + x = 4x^3 - x^2 + x$$

$$\xrightarrow{x^3 = x} 4x - x^2 + x = -x^2 + 5x$$

پس باقی مانده به صورت $R(x) = -x^2 + 5x$ است و مقدار $R(2)$ برابر
 $R(2) = -(2)^2 + 5(2) = -4 + 10 = 6$ است با:

راه دوم برای به دست آوردن باقی مانده تقسیم بر $x^2 + 1$ ، مقسوم علیه را مساوی صفر قرار می دهیم و نتیجه می گیریم $x^2 = -1$. حالا در مقسوم به جای x^2 ها، عدد -1 می گذاریم تا باقی مانده به دست آید:

$$ax^6 + bx^3 + 1 = a(x^2)^3 + bx^3 + 1$$

$$\xrightarrow{x^2 = -1} a(-1)^3 + b(-1) + 1 = a - b + 1$$
 طبق صورت سؤال، باقی مانده تقسیم بر $x^2 + 1$ برابر ۱ شده است، پس:
 $a - b + 1 = 1 \Rightarrow a - b = 0$
 ادامه حل مثل راه حل اول است.

۳۸۱- گزینه ۱ چون $P(x) = x^{2n+1} + 2x^{2n} + x^5 - 5x^3 + k$ بر $x + 2$ بخش پذیر است، پس $P(-2) = 0$ باید صفر شود:

$$P(-2) = (-2)^{2n+1} + 2(-2)^{2n} + (-2)^5 - 5(-2)^3 + k = 0$$

$$\Rightarrow -2^{2n+1} + 2^{2n+1} - 32 + 40 + k = 0 \Rightarrow 8 + k = 0$$

$$\Rightarrow k = -8$$

 حالا باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x^2 - 1$ را می خواهیم. از $x^2 - 1 = 0$ نتیجه می گیریم $x^2 = 1$ ، پس برای محاسبه باقی مانده $P(x)$ بر $x^2 - 1$ به جای x^2 ها عدد ۱ می گذاریم:

$$P(x) = x(x^2)^n + 2(x^2)^n + (x^2)^2x - 5x^3x - 8$$

$$\xrightarrow{x^2=1} x(1)^n + 2(1)^n + (1)^2x - 5(1)x - 8$$

$$= x + 2 + x - 5x - 8 = -3x - 6$$

۳۸۲- گزینه ۲ مقسوم علیه را مساوی صفر قرار می دهیم:
 $x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1$
 برای به دست آوردن باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 + 1$ ، در $f(x)$ به جای x^2 ها، عدد -1 می گذاریم:

$$f(x) = x^3 + ax^2 - bx = x^2x + ax^2 - bx$$

$$\xrightarrow{x^2 = -1} (-1)x + a(-1) - bx = -x - a - bx = (-b-1)x - a$$
 سؤال گفته باقی مانده برابر ۵ است، پس عبارت $(-b-1)x - a$ باید متحد با ۵ باشد و داریم:

$$\begin{cases} (-b-1)x - a = 5 \\ -b-1 = 0 \Rightarrow b = -1 \\ -a = 5 \Rightarrow a = -5 \end{cases}$$

$$a - b = -5 - (-1) = -4$$
 در نتیجه:

۳۸۳- گزینه ۳
 راه اول ابتدا باقی مانده تقسیم $P(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 1$ را بر $x^2 + 1$ حساب می کنیم.
 اگر مقسوم علیه را مساوی صفر قرار دهیم، داریم $x^2 = -1$ ، پس در $P(x)$ به جای x^2 ها، -1 می گذاریم:

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 1$$

$$\xrightarrow{x^2 = -1} (-1)x - 5(-1) + 2x + 1 = -x + 5 + 2x + 1 = x + 6$$
 پس باقی مانده، $x + 6$ است، بنابراین اگر $x + 6$ را از $P(x)$ کم کنیم باقی مانده تقسیم، صفر می شود.

راه دوم $(x+1)^2(x-1)^2$ بر (x^2-1) بخش پذیر است.
 بنابراین کافی است باقی مانده $x^3 - x^2 - 1$ را بر $x^2 - 1$ محاسبه کنیم:

$$x^3 - x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow (x^2)^2 - x^2 - 1$$

$$\xrightarrow{x^2=1} (1)^2 - 1 - 1 = 1 - 1 - 1 = -1$$



۳۸۹- گزینه ۲: مقسوم علیه را مساوی صفر قرار می دهیم:

$$(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 2x - 1$$

برای به دست آوردن باقی مانده، باید در مقسوم به جای x^2 ها، $2x - 1$ بگذاریم:

$$\begin{aligned} x^4 + ax^2 - bx + 4 &= (x^2)^2 + ax^2 - bx + 4 \\ &\xrightarrow{x^2=2x-1} (2x-1)^2 + a(2x-1) - bx + 4 \\ &= 4x^2 - 4x + 1 + 2ax - a - bx + 4 \\ &\xrightarrow{x^2=2x-1} 4(2x-1) - 4x + 1 + 2ax - a - bx + 4 \\ &= 8x - 4 - 4x + 1 + 2ax - a - bx + 4 \\ &= (2a - b + 4)x + 1 - a \end{aligned}$$

به خاطر بخش پذیر بودن، باقی مانده باید صفر شود، پس عبارت به دست آمده

$$\begin{aligned} \text{متحد با صفر است: } \begin{cases} 1 - a = 0 \\ 2a - b + 4 = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 6 \end{cases} \\ \Rightarrow a = 1, b = 6 \end{aligned}$$

۳۹۰- گزینه ۲: چندجمله ای درجه سوم $a(x-1)(x+1)(x-2)$ بر

$x-1$ ، $x+1$ و $x-2$ بخش پذیر است. پس اگر به این چندجمله ای درجه سه، 24 واحد اضافه کنیم، باقی مانده تقسیم آن بر $x-1$ ، $x+1$ و $x-2$ برابر 24 می شود. پس:

$$f(x) = a(x-1)(x+1)(x-2) + 24$$

حالا شرط آخر را روی آن اعمال می کنیم. باید $f(x)$ بر $x+2$ بخش پذیر باشد، پس $f(-2) = 0$ باید صفر شود:

$$f(-2) = 0 \Rightarrow a(-2-1)(-2+1)(-2-2) + 24 = 0$$

$$\Rightarrow -12a + 24 = 0 \Rightarrow a = 2$$

پس $f(x)$ به صورت زیر است:

$$f(x) = 2(x-1)(x+1)(x-2) + 24 = 2x^3 + \dots$$

ضرب x^3 برابر 2 است.

۳۹۱- گزینه ۱: چندجمله ای $f(x)$ را بر $x^2 - 4$ تقسیم کرده ایم.

خارج قسمت $Q(x)$ و باقی مانده $2x - 1$ شده است. بنابراین رابطه تقسیم به صورت زیر است:

$$f(x) = (x^2 - 4)Q(x) + 2x - 1$$

باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-2$ و $x+2$ به ترتیب برابر $f(2)$ و $f(-2)$ است.

$$f(2) = (2^2 - 4)Q(2) + 2(2) - 1 = 3 \Rightarrow A = 3$$

$$f(-2) = ((-2)^2 - 4)Q(-2) + 2(-2) - 1 = -5 \Rightarrow B = -5$$

$$A - B = 3 - (-5) = 8$$

پس:

۳۹۲- گزینه ۲: باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x^2 + x - 2$ ، حداکثر از

درجه یک است. آن را $ax + b$ در نظر می گیریم. رابطه تقسیم به صورت مقابل درمی آید:

$$P(x) = (x^2 + x - 2)Q(x) + ax + b$$

$$\Rightarrow P(x) = (x+2)(x-1)Q(x) + ax + b$$

باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x-1$ برابر -2 شده است، پس:

$$P(1) = -2 \Rightarrow 0 + a + b = -2 \Rightarrow a + b = -2$$

باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x+2$ برابر 4 شده است، پس:

$$P(-2) = 4 \Rightarrow 0 - 2a + b = 4 \Rightarrow -2a + b = 4$$

با حل دو معادله $a + b = -2$ و $-2a + b = 4$ داریم: $a = -2$ ، $b = 0$

پس $ax + b$ که باقی مانده تقسیم بود برابر با $-2x$ است.

۳۹۳- گزینه ۱: باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x-2$ برابر 1 است؛ پس

$$P(2) = 1$$

باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x+3$ برابر -4 است، پس $P(-3) = -4$.

برای محاسبه باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x^2 + x - 6$ ، ابتدا رابطه تقسیم را می نویسیم (چون مقسوم علیه از درجه دوم است، باقی مانده تقسیم را به صورت $ax + b$ در نظر می گیریم):

$$P(x) = (x^2 + x - 6)Q(x) + ax + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(2) = 1 \Rightarrow 0 \times Q(2) + 2a + b = 1 \\ P(-3) = -4 \Rightarrow 0 \times Q(-3) - 3a + b = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 1 \\ -3a + b = -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \Delta a = 5 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 1 \\ -3a + b = -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \Delta a = 5 \Rightarrow a = 1$$

$$\xrightarrow{2a+b=1} b = -1 \Rightarrow ax + b = x - 1$$

۳۹۴- گزینه ۳: باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $x-1$ برابر 8 است، پس:

$$P(1) = 8$$

باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $2x+1$ برابر 5 است، پس:

$$P(-\frac{1}{2}) = 5$$

حالا فرض کنیم باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $2x^2 - x - 1$ برابر $ax + b$ باشد، در این صورت با توجه به رابطه تقسیم داریم:

$$P(x) = (2x^2 - x - 1)Q(x) + ax + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(1) = 0 + a + b \Rightarrow 8 = a + b \\ P(-\frac{1}{2}) = 0 + (-\frac{1}{2}a + b) \Rightarrow 5 = -\frac{1}{2}a + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(1) = 0 + a + b \Rightarrow 8 = a + b \\ P(-\frac{1}{2}) = 0 + (-\frac{1}{2}a + b) \Rightarrow 5 = -\frac{1}{2}a + b \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 3 = \frac{3}{2}a \Rightarrow a = 2 \xrightarrow{a+b=8} b = 6$$

بنابراین باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $2x^2 - x - 1$ برابر $2x + 6$ است.

۳۹۵- گزینه ۲: باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-1$ و $x+b$ به ترتیب 3

و 7 شده، پس:

$$f(-b) = 7, f(1) = 3$$

از طرفی باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x+b)(x-1)$ برابر $-x+a$ است، پس رابطه تقسیم به شکل زیر درمی آید:

$$f(x) = (x+b)(x-1)Q(x) + (-x+a)$$

حالا دو شرط $f(1) = 3$ و $f(-b) = 7$ را می نویسیم:

$$f(1) = 3 \Rightarrow (1+b)(0)Q(1) + (-1+a) = 3$$

$$\Rightarrow a - 1 = 3 \Rightarrow a = 4$$

$$f(-b) = 7 \Rightarrow (-b+b)(-b-1)Q(-b) + (b+a) = 7$$

$$\Rightarrow 0 + b + a = 7 \xrightarrow{a=4} b = 3$$

$$a - b = 4 - 3 = 1$$

پس:

۳۹۶- گزینه ۲: باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x(x-3)(x+3)$ برابر

$5x^2 + 3x + 1$ است. رابطه تقسیم را می نویسیم:

$$f(x) = x(x-3)(x+3)Q(x) + 5x^2 + 3x + 1$$

$$= (x^2 - 3x)(x+3)Q(x) + 5x^2 + 3x + 1$$

برای به دست آوردن باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $3x - x^2$ ، باید در $f(x)$ جای

x^2 ها، $3x$ قرار دهیم:

$$\xrightarrow{x^2=3x} 0 + 5(3x) + 3x + 1 = 18x + 1$$

پس $a = 18$ ، $b = 1$ و در نتیجه:

$$2a + b = 2(18) + 1 = 37$$

۳۹۷- گزینه ۳: باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 4$ برابر $3x + 12$

شده است. رابطه تقسیم را می نویسیم:

$$f(x) = (x^2 - 4)Q(x) + 3x + 12 \quad (I)$$



در رابطه بالا $x = -2$ را جای گذاری می کنیم:

$$\begin{aligned} 5(-2)^5 - 14(-2)^3 + 3 &= (-2-2)Q(-2) + 51 \\ \Rightarrow -160 + 112 + 3 &= -4Q(-2) + 51 \\ \Rightarrow -96 &= -4Q(-2) \Rightarrow Q(-2) = 24 \end{aligned}$$

۴۰۳- گزینه ۳ ابتدا باقی مانده تقسیم $f(x) = x^5 + 3x^5 - 2x^2 + 1$ بر $x+1$ را حساب می کنیم:

$$f(-1) = (-1)^5 + 3(-1)^5 - 2(-1)^2 + 1 = -1 - 3 - 2 + 1 = -3$$

پس رابطه تقسیم به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} x^5 + 3x^5 - 2x^2 + 1 &= (x+1)Q(x) + (-3) \\ \text{اگر یادتان باشد، مجموع ضرایب چندجمله ای } P(x) \text{ برابر با } P(1) \text{ بود،} \\ \text{بنابراین مجموع ضرایب خارج قسمت } Q(1) \text{ می شود. در تساوی بالا } x &= 1 \\ \text{را جای گذاری می کنیم: } 1^5 + 3(1)^5 - 2(1)^2 + 1 &= (1+1)Q(1) + (-3) \\ \Rightarrow 1 + 3 - 2 + 1 &= 2Q(1) - 3 \Rightarrow 2Q(1) = 6 \Rightarrow Q(1) = 3 \end{aligned}$$

۴۰۴- گزینه ۴ ابتدا باقی مانده تقسیم $f(x) = 3x^{14} - x^{10} + x^7 + 6$ بر $x+1$ را حساب می کنیم:

$$f(-1) = 3(-1)^{14} - (-1)^{10} + (-1)^7 + 6 = 3 - 1 - 1 + 6 = 7$$

با فرض این که خارج قسمت این تقسیم $g(x)$ باشد، رابطه تقسیم به شکل

$$3x^{14} - x^{10} + x^7 + 6 = (x+1)g(x) + 7$$

مقابل درمی آید:

باقی مانده تقسیم $g(x)$ بر $x-1$ برابر با $g(1)$ است. برای به دست آوردن $g(1)$ ، در رابطه بالا، $x = 1$ را قرار می دهیم:

$$\begin{aligned} 3(1)^{14} - 1^{10} + 1^7 + 6 &= (1+1)g(1) + 7 \\ \Rightarrow 3 - 1 + 1 + 6 &= 2g(1) + 7 \Rightarrow 2g(1) = 2 \Rightarrow g(1) = 1 \end{aligned}$$

۴۰۵- گزینه ۴

راه اول با استفاده از اتحاد $a^2 + b^2 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ داریم:

$$x^{24} + 1 = (x^8)^3 + 1^3 = (x^8 + 1)(x^{16} - x^8 + 1)$$

پس $x^{24} + 1$ بر $x^8 + 1$ بخش پذیر است.

راه دوم تک تک گزینه ها را چک می کنیم. هر گزینه نقش مقسوم علیه را دارد. آن را مساوی صفر قرار می دهیم و تساوی به دست آمده را در مقسوم یعنی $x^{24} + 1$ جای گذاری می کنیم. اگر حاصل صفر شد یعنی $x^{24} + 1$ بر آن گزینه بخش پذیر است.

$$x^{12} + 1 = 0 \Rightarrow x^{12} = -1 \quad (1)$$

$$x^{24} + 1 = (x^{12})^2 + 1 = (-1)^2 + 1 = 2 \neq 0$$

$$x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = -1 \quad (2)$$

$$x^{24} + 1 = (x^3)^8 + 1 = (-1)^8 + 1 = 2 \neq 0$$

$$x^6 + 1 = 0 \Rightarrow x^6 = -1 \quad (3)$$

$$x^{24} + 1 = (x^6)^4 + 1 = (-1)^4 + 1 = 2 \neq 0$$

$$x^4 + 1 = 0 \Rightarrow x^4 = -1 \quad (4)$$

$$x^{24} + 1 = (x^4)^6 + 1 = (-1)^6 + 1 = 2 \neq 0$$

۴۰۶- گزینه ۳ با استفاده از اتحاد

$$x^5 + y^5 = (x+y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4)$$

$$a^{24} + b^{24} = (a^6)^4 + (b^6)^4 = (a^6 + b^6)(a^{18} - a^{12}b^6 + a^6b^{12} - b^{24})$$

داریم:

پس $a^{24} + b^{24}$ بر $a^6 + b^6$ بخش پذیر است.

برای به دست آوردن باقی مانده تقسیم $2f(x+1) - 1$ بر $x+3$ باید به جای x ، عدد -3 بگذاریم:

$$\begin{aligned} 2f(-3+1) - 1 &= 2f(-2) - 1 \\ \text{پس } f(-2) \text{ را می خواهیم. با استفاده از رابطه (I) آن را حساب می کنیم:} \\ f(x) &= (x^2 - 4)Q(x) + 3x + 12 \\ \xrightarrow{x=-2} f(-2) &= 0 + 3(-2) + 12 = 6 \\ 2f(-2) - 1 &= 2(6) - 1 = 11 \end{aligned}$$

در نتیجه:

۳۹۸- گزینه ۳ باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 4$ برابر با $3x + 1$ شده، پس:

$$f(x) = (x^2 - 4)Q(x) + 3x + 1 \quad (I)$$

ما باقی مانده تقسیم $f(x^3 - x - 2)$ بر $x+1$ را می خواهیم. باید به جای x ، عدد -1 بگذاریم:

$$f(x^3 - x - 2) \xrightarrow{x=-1} f(-1+1-2) = f(-2)$$

مقدار $f(-2)$ را با استفاده از رابطه (I) حساب می کنیم:

$$f(x) = (x^2 - 4)Q(x) + 3x + 1$$

$$\xrightarrow{x=-2} f(-2) = 0 + 3(-2) + 1 = -5$$

۳۹۹- گزینه ۲ برای محاسبه باقی مانده عبارت $p(x-1) - p(x-2)$ بر x ، $x = 0$ قرار می دهیم: $p(-1) - p(-2) = 0$ باقی مانده: $x = 0$

حالا باید با استفاده از اطلاعات مسئله $p(-1)$ و $p(-2)$ را محاسبه کنیم.

باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x^2 + 3x + 2$ برابر $2x + 1$ است. پس رابطه

$$p(x) = (x^2 + 3x + 2)Q(x) + 2x + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p(-1) = 0 + (-1) = -1 \\ p(-2) = 0 + (-2) = -2 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\xrightarrow{(*)} -1 - (-2) = 1 \text{ باقی مانده } = 1$$

۴۰۰- گزینه ۲ چندجمله ای $g(x) = x + f(x)$ بر $x-1$ و $x-2$

$$\triangleright g(1) = 0 \Rightarrow 1 + f(1) = 0 \Rightarrow f(1) = -1$$

بخش پذیر است، پس:

$$\triangleright g(2) = 0 \Rightarrow 2 + f(2) = 0 \Rightarrow f(2) = -2$$

باقی مانده تقسیم $xf(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ یک چندجمله ای حداکثر از

درجه یک است. آن را $ax + b$ در نظر می گیریم و داریم:

$$xf(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b$$

در تساوی بالا یک بار $x = 1$ و یک بار $x = 2$ قرار می دهیم:

$$\xrightarrow{x=1} 1f(1) = 0 + a + b \xrightarrow{f(1)=-1} a + b = -1$$

$$\xrightarrow{x=2} 2f(2) = 0 + 2a + b \xrightarrow{f(2)=-2} 2a + b = -4$$

$$b = 2, a = -3$$

با حل دو معادله بالا داریم:

پس باقی مانده به صورت $-3x + 2$ است.

۴۰۱- گزینه ۳ باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x-1$ برابر ۲ است پس:

$$p(1) = 2 \Rightarrow 1 - 3 + a - 1 = 2 \Rightarrow a = 5$$

حالا رابطه تقسیم را می نویسیم: $x^5 - 3x^4 + 5x - 1 = (x-1)q(x) + 2$

برای محاسبه $q(-1)$ ، در تساوی بالا $x = -1$ قرار می دهیم:

$$-1 - 3 - 5 - 1 = (-1-1)q(-1) + 2 \Rightarrow -2q(-1) = -12$$

$$\Rightarrow q(-1) = 6$$

۴۰۲- گزینه ۳ در تقسیم $P(x) = 5x^5 - 14x^3 + 3$ بر $x-2$ ، ابتدا

باقی مانده را حساب می کنیم:

$$P(2) = 5(2)^5 - 14(2)^3 + 3 = 160 - 112 + 3 = 51$$

با داشتن باقی مانده رابطه تقسیم را می نویسیم:

$$5x^5 - 14x^3 + 3 = (x-2)Q(x) + 51$$

گزینه ۳ - ۴۰۷

$$A = \frac{(x^4 - 1)(x + 2)}{x^2 + x - 2} = \frac{(x-1)(x^3 + x^2 + x + 1)(x+2)}{(x+2)(x-1)} \\ = x^3 + x^2 + x + 1$$



گزینه ۱ - ۴۰۸ صورت کسر را با اتحاد (n فرد)

$$(a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}) = a^n + b^n$$

ساده می کنیم و مخرج را با اتحاد مزدوج تجزیه می کنیم:

$$\frac{(1+t)(1-t+t^2-t^3+t^4)}{1-t^5} = \frac{1+t^5}{(1-t^5)(1+t^5)} \\ = \frac{1}{1-t^5} \xrightarrow{t=\sqrt[5]{2}} \frac{1}{1-(\sqrt[5]{2})^5} = \frac{1}{1-2} = -1$$