



موسسه ایران دانش نوین

رویای خودت شو...



@IranDaneshNovin



@Iran_Danesh_Novin

برای دانلود بقیه ی جزوات با کلیک روی لینک های زیر به سایت
یا کانال های ما در تلگرام و سروش سر بزنید:

www.IDNovin.com

<https://telegram.me/irandaneshnovin>

http://sapp.ir/iran_danesh_novin

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان : ۴ / ۴ / ۱۳۹۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات	نمره	

۱	اشتراک دو بازه ی $(0, 8)$ و $(-3, 6)$ را به صورت یک همسایگی متقارن بنویسید. سپس مرکز و شعاع آن را تعیین کنید.	۱
۲	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = -2$ ب) برای هر عدد حقیقی a ، یک عدد طبیعی n وجود دارد که $n > a$. ج) بازه ی $[2, 2]$ برابر است با مجموعه ی $\{2\}$. د) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، فاصله ی a تا b برابر است با $ a - b $.	۱
۳	با استفاده از تعریف حد دنباله ها ثابت کنید:	۱
	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{2n^2 - 1} = \frac{1}{2}$	
۴	الف) ثابت کنید دنباله ی کران دار، هم کران بالا دارد و هم کران پایین. ب) با یک مثال نشان دهید که دنباله ی کران دار ممکن است همگرا نباشد.	۱/۵
۵	با ذکر دلیل، همگرایی یا واگرایی سری های زیر را بررسی کنید و در صورت همگرایی، مقدار سری را بیابید.	۳
	الف) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{5k+3}{2k-1}$ ب) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{4k^2-1}$ ج) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2^k}{3^{k+1}}$	
۶	با استفاده از دنباله ها، ثابت کنید تابع $f(x) = \frac{ x }{x}$ در نقطه ی صفر حد ندارد.	۱/۲۵
۷	بدون استفاده از هم ارزی و قاعده ی هوییتال، حدهای زیر را در صورت وجود، بیابید.	۱/۷۵
	الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 1}{ x - 1 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 4x - 1})$	
۸	در تابع زیر، مقدار a را طوری بیابید که تابع در \mathbb{R} پیوسته باشد.	۱
	$f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$	
۹	فرض کنیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ و $L > 0$ باشد. ثابت کنید که f در یک همسایگی محذوف a مثبت است.	۱
۱۰	نشان دهید معادله ی $x^2 - 2x + (x-1)(x+1)(x-3) = 0$ در بازه ی $[-2, 2]$ حداقل دو ریشه دارد.	۱/۷۵
۱۱	معادله ی مجانب های تابع $y = \frac{x^3}{x^2 + x - 2}$ را بنویسید.	۱/۷۵
۱۲	مشتق پذیری تابع $y = (x^2 - 1)[x]$ را در نقطه ی $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۵
۱۳	اگر تابع f روی \mathbb{R} مشتق پذیر و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\left(f\left(\frac{1}{x}\right) \right)'$ را در $x = \frac{1}{2}$ به دست آورید.	۱
۱۴	مختصات نقاطی روی منحنی تابع $y = \frac{x}{x+1}$ را بیابید که مماس بر منحنی در آن نقاط، بر خط به معادله ی $y = -4x + 1$ عمود باشد.	۱/۵
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۴/۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$(0,8) \cap (-3,6) = (0,6)$ (۰/۵) $\Rightarrow a = \frac{0+6}{2} = 3$ (۰/۲۵) , $r = \frac{6-0}{2} = 3$ (۰/۲۵)	۱
۱	(الف) نادرست (۰/۲۵) (ب) درست (۰/۲۵) (ج) درست (۰/۲۵) (د) درست (۰/۲۵)	۲
۱	$\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N}, (\forall n \geq M, \frac{n^x}{2n^x - 1} - \frac{1}{2} < \varepsilon) \Rightarrow \frac{1}{2(2n^x - 1)} < \varepsilon$ (۰/۲۵) $\Rightarrow n > \sqrt{\frac{2\varepsilon + 1}{4\varepsilon}}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow M \geq \left\lceil \sqrt{\frac{2\varepsilon + 1}{4\varepsilon}} \right\rceil + 1$ (۰/۲۵)	۳
۱/۵	(الف) دنباله $\{a_n\}$ کراندار است اگر و تنها اگر $\exists K > 0, \forall n \in \mathbb{N}, a_n \leq K$ بنابرین (۰/۲۵) $\exists K > 0, \forall n \in \mathbb{N}, -K \leq a_n \leq K$ (۰/۲۵) K کران بالای دنباله و $-K$ کران پایین دنباله است. (۰/۵) (ب) دنباله $\{(-1)^n\}$ $\{(-1)^n\}$ کراندار است (۰/۲۵) ولی دنباله ای نوسانی است. پس واگراست. (۰/۲۵)	۴
۳	(الف) سری واگراست. (۰/۲۵) \Rightarrow (۰/۲۵) $\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{\delta k + 3}{2k - 1} = \frac{\delta}{2} \neq 0$ (۰/۲۵) (ب) $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{1}{2} \times \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right)$ $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{2k^2 - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) (ج) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2}{9} \times \left(\frac{2}{3} \right)^{k-1} = \frac{2}{9} \times \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$ (۰/۲۵)	۵
۱/۲۵	$\begin{cases} a_n = \frac{1}{n} \\ b_n = -\frac{1}{n} \end{cases}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0, \forall n \in \mathbb{N} a_n, b_n \neq 0$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = 1$ (۰/۲۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = -1$ (۰/۲۵) چون دو دنباله $\{f(b_n)\}, \{f(a_n)\}$ به دو عدد نابرابر همگرايند، لذا $f(x)$ در صفر حد ندارد. (۰/۲۵)	۶
۱/۷۵	(الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x^x + x + 1)}{-(x-1)} = -3$ (۰/۲۵) (ب) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x + \sqrt{x^2 + 4x - 10} \right) \times \frac{x - \sqrt{x^2 + 4x - 10}}{x - \sqrt{x^2 + 4x - 10}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x + 10}{x - \sqrt{x^2 + 4x - 10}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x}{x - x } = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x}{2x} = -2$ (۰/۲۵)	۷

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۴ / ۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{2 \sin^2 \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{2 \times \frac{x^2}{4}} = 2 \quad (./25) \xrightarrow{\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)} a = 2 \quad (./25)$	۸
---	---	---

۱	<p>برای هر $\varepsilon > 0$ طبق فرض $\varepsilon > 0$ فرض $\varepsilon = L > 0$ حال با فرض $\varepsilon > 0$ داریم $(./25)$</p> $\exists \delta > 0, \forall x \in D_f \quad x-a < \delta \Rightarrow f(x) - L < \varepsilon \quad (./25)$ $\exists \delta > 0, \forall x \in D_f \quad x-a < \delta \Rightarrow \underbrace{ f(x) - L }_{< L} < L \Rightarrow 0 < f(x) < 2L \quad (./25)$	۹
---	--	---

۱/۲۵	<p>f همواره پیوسته است $(./25)$.</p> $\left. \begin{aligned} f(-2) &= -7 \quad (./25) \\ f(0) &= 3 \quad (./25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(-2)f(0) < 0 \xrightarrow{\text{قضیه ی مقدار میانی}} \exists x_1 \in (-2, 0), f(x_1) = 0 \quad (./25)$ $\left. \begin{aligned} f(2) &= -3 \quad (./25) \\ f(0) &= 3 \quad (./25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(2)f(0) < 0 \xrightarrow{\text{قضیه ی مقدار میانی}} \exists x_2 \in (0, 2), f(x_2) = 0 \quad (./25)$	۱۰
------	---	----

۱/۲۵	<p>مجانبهای قائم $(./5)$ $\Rightarrow z = 2, x = 1$</p> $\begin{cases} x \rightarrow -2 \\ y \rightarrow \infty \end{cases}, \begin{cases} x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow \infty \end{cases}$ $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x(x^2 + x - 2)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2 + x - 2} = 1 \quad (./25)$ $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2}{x^2 + x - 2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2 + 2x}{x^2 + 2x - 2} = -1 \quad (./25) \Rightarrow y = x - 1 \quad (./25)$	۱۱
------	--	----

۱/۵	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2 - 1)[x] - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1) \times 1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2 \quad (./25)$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1) \times 0}{x-1} = 0 \quad (./25)$ <p>$\Rightarrow f'_+(1) \neq f'_-(1) \quad (./25)$ مشتق پذیر نیست</p>	۱۲
-----	---	----

۱	$f'(2) = \frac{3}{2} \quad (./25), \therefore \left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right)' = -\frac{1}{x^2} \times f'\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow \left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right)' \Big _{x=\frac{1}{2}} = -\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \times \frac{3}{2} = -6 \quad (./25)$	۱۳
---	--	----

۱/۵	$y' = \frac{1}{(x+1)^2} \quad (./25) \Rightarrow \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 1, x = -3 \quad (./5) \Rightarrow \left(1, \frac{1}{4}\right), \left(-3, \frac{3}{4}\right) \quad (./5)$	۱۴
-----	---	----

۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	
----	--	--

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۲۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات	نمره	

۱	معادله ی خط قائم بر منحنی $x^2 + 2x^2y^2 - 3y^2 = 0$ را در نقطه ی $A(-1, 1)$ روی منحنی بنویسید.	۱/۲۵
۲	تابع f با ضابطه ی $f(x) = x^2 - 4x + 7$ را برای $x \geq 2$ در نظر بگیرید. مقدار $(f^{-1})(7)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۳	نقطه ی P روی منحنی به معادله ی $y = \sqrt[3]{1+7x}$ حرکت می کند. در لحظه ای که P روی نقطه ی $(1, 2)$ قرار دارد، اگر سرعت افزایش مؤلفه ی x برابر با ۳ سانتی متر بر ثانیه باشد، سرعت تغییر مؤلفه ی y را حساب کنید.	۱/۲۵
۴	طول نقاط ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{3x}{9+x^2}$ را در بازه ی $[0, 4]$ مشخص کنید.	۲
۵	برای هر دو عدد a و b که $a < b$ باشد نامعادله ی $ \sin b - \sin a \leq b - a $ را ثابت کنید.	۱
۶	مقادیر a و b را طوری بیابید تا نقطه ی $A(1, 2)$ نقطه ی عطف تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 4$ باشد.	۱/۵
۷	با استفاده از قاعده ی هوییتال، حد تابع زیر را محاسبه کنید.	۱/۲۵
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x}$	
۸	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \sqrt{x^2 + 1}$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۹	می خواهیم با استفاده از روش نیوتن، ریشه ی مثبت معادله ی $x^2 - 2 = 0$ را با تقریب اولیه ی $x_0 = 2$ پیدا کنیم. مقادیر x_1 و x_2 را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۰	برای تابع $f(x) = \sqrt[4]{x}$: الف) دیفرانسیل f را در نقطه ی $x = 81$ بیابید. ب) مقدار تقریبی افزایش f هنگامی که x از ۸۱ به ۸۳ افزایش می یابد چقدر است؟	۱
۱۱	مقدار تقریب نقصانی مساحت زیر منحنی $f(x) = 1 - x^2$ را در بازه ی $[-1, 1]$ و برای $n = 4$ محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۲	مقدار متوسط تابع $f(x) = 3x^2 + 2x$ را در بازه ی $[1, 2]$ محاسبه کنید و تعیین کنید در چه نقطه ای از این بازه مقدار تابع f با مقدار متوسط تابع، برابر است.	۱/۵
۱۳	بدون محاسبه ی انتگرال، مشتق تابع $\int_{x^2}^3 (\sin \sqrt{t+1} - t) dt$ را محاسبه کنید.	۱
۱۴	انتگرال های زیر را محاسبه کنید.	۲
	الف) $\int (x^2 + 3x + \frac{1}{x^2}) dx$ ب) $\int_{-1}^0 x x-1 dx$	
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۲۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	
ردیف		

۱/۲۵	$y' = \frac{-(2x + 4xy^2)(0/25)}{(4x^2y - 6y)(0/25)} \Rightarrow m = -3 (0/25) \Rightarrow m' = \frac{1}{3} (0/25) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{3}(x + 1) (0/25)$	۱
۱/۵	$(y, a) \in f^{-1} \Rightarrow (a, y) \in f \Rightarrow a^2 - 4a + y = y (0/25) \Rightarrow a = 0 \text{ غ ق ق} (0/25)$ $a = 4 \text{ ق ق} (0/25)$ $f'(x) = 2x - 4 (0/25) \Rightarrow (f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(4)} = \frac{1}{4} (0/25)$	۲
۱/۲۵	$y'(t) = \frac{y \times x'(t) (0/25)}{3\sqrt{(1+yx)^2} (0/5)} \Rightarrow y'(t_0) = \frac{y \times 3}{3\sqrt{(1+y \times 1)^2} (0/25)} = \frac{y}{4} (0/25)$	۳
۲	$f(0) = 0$ $y' = \frac{27 - 3x^2}{(9 + x^2)^2} = 0 (0/25) \Rightarrow x = \pm 3 (0/25) \Rightarrow f(3) = \frac{1}{2} (0/25) \Rightarrow x = 0 \text{ طول مینیمم مطلق} (0/25)$ $x = 3 \text{ طول ماکسیمم مطلق} (0/25)$ $f(4) = \frac{12}{25}$	۴
۱	تابع $f(x) = \sin x$ روی بازه ی $[a, b]$ پیوسته و روی بازه ی (a, b) مشتق پذیر است. (۰/۲۵) لذا طبق قضیه ی مقدار میانگین $\exists c \in (a, b), f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} (0/25)$ بنابراین $ \sin b - \sin a = \cos c b - a $ (۰/۲۵) از آنجایی که $ \cos c \leq 1$ بنابراین $ \sin b - \sin a \leq b - a $ (۰/۲۵)	۵
۱/۵	$f'(x) = 3ax^2 + 2bx (0/25)$ $f''(x) = 6ax + 2b (0/25) \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 3a + b = 0 (0/25) \Rightarrow a = 1 (0/25), b = -3 (0/25)$ $f(1) = 2 \Rightarrow a + b = -2 (0/25)$	۶
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{-1}{x^2} \times \cos \frac{1}{x}}{\frac{-1}{x^2}} = 1 (0/25)$	۷
۱/۷۵	$D_f = R (0/25)$ $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ x }{x} = \pm 1$ $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x} = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ x \rightarrow +\infty \end{cases} \begin{cases} y = -x \\ x \rightarrow -\infty \end{cases} (0/5) \text{ مجانبهای افقی}$ $b = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 1} + x = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-2x} = 0$ $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = 0 \Rightarrow x = 0 (0/25)$	۸

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۳/۲۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td>\searrow</td> <td>\nearrow</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y'	$-$	0	$+$	y	$+\infty$	\searrow	\nearrow			1	$+\infty$	
x	$-\infty$	0	$+\infty$															
y'	$-$	0	$+$															
y	$+\infty$	\searrow	\nearrow															
		1	$+\infty$															
۱/۲۵	$f'(x) = 2x$ (۰/۲۵) $x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})} \Rightarrow x_1 = 2 - \frac{2}{4} = 1/2$ (۰/۲۵), $x_2 = 1/2 - \frac{1/4}{1} = 1/4$ (۰/۲۵)	۹																
۱	الف) $df = \frac{1}{4\sqrt{x^3}} dx$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{x=1} df = \frac{1}{1.8} dx$ (۰/۲۵) ب) $dx = 2$ (۰/۲۵) \Rightarrow مقدار تقریبی افزایش $\approx \frac{1}{1.8} \times 2 = \frac{1}{0.9}$ (۰/۲۵)	۱۰																
۱/۷۵	$\Delta x = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵), $\sum_{i=1}^4 f(l_i) \Delta x = \frac{1}{4} \times (f(-1) + f(-\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2}) + f(1)) = \frac{1}{4} (0 + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + 0) = \frac{3}{4}$ (۰/۲۵)	۱۱																
۱/۵	مقدار متوسط $= \frac{1}{2-1} \int_1^2 (3x^2 + 2x) dx = x^3 + x^2 \Big _1^2 = 10$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 3x^2 + 2x = 10$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{5}{3}$ ق ق (۰/۲۵) $x = -\frac{7}{3}$ غ ق (۰/۲۵)	۱۲																
۱	$\frac{d}{dx} \int_{x^2}^3 (\sin \sqrt{t+1} - t) dt = \frac{d}{dx} (- \int_2^{x^2} (\sin \sqrt{t+1} - t) dt) = (-2x) \times (\sin \sqrt{x^2+1} - x^2)$ (۰/۲۵)	۱۳																
۲	الف) $\int (x^2 + 3x + x^{-2}) dx = \frac{1}{3} x^3 + \frac{3}{2} x^2 - x^{-1} + c$ (۰/۲۵) ب) $\int_{-1}^0 -x(x-1) dx = \int_{-1}^0 (-x^2 + x) dx = -\frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 \Big _{-1}^0 = -\frac{5}{6}$ (۰/۲۵)	۱۴																
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																	

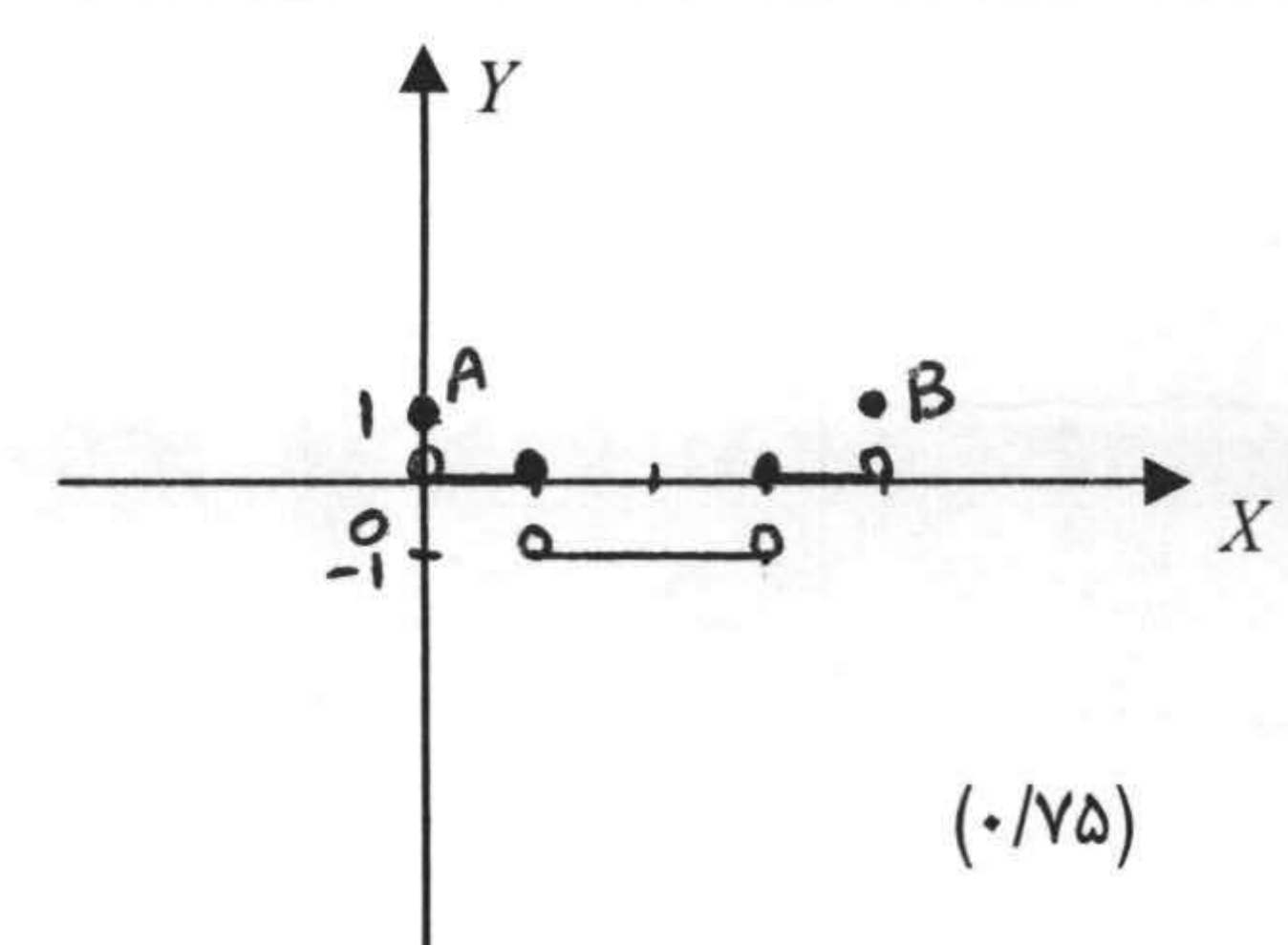
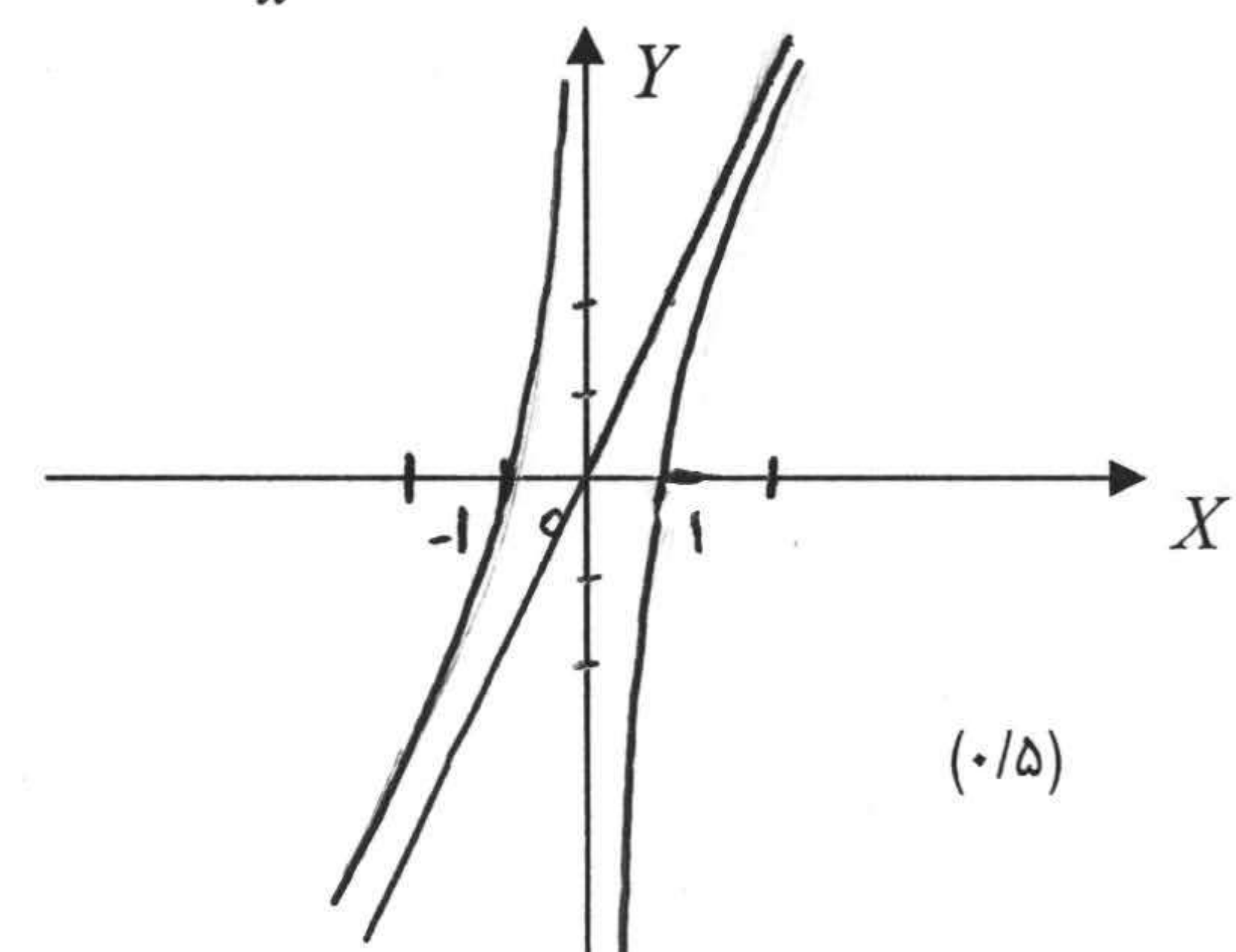
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۲ / ۳۱	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال دوم سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات		
	نمره		

۱	مشتق y را نسبت به x از رابطه $x \cos(xy) + 3x^4 = 0$ را بیابید.	۱/۵
۲	تابع $f(x) = \sqrt{x} + 2$ را در نظر بگیرید. معادله y خط مماس بر تابع معکوس f را در نقطه a به طول 3 واقع بر تابع f^{-1} بنویسید.	۱/۲۵
۳	سنگ ریزه a را داخل آب ساکن یک برکه می اندازیم. اگر شعاع موج ایجاد شده با سرعت 2 سانتی متر بر ثانیه افزایش یابد، مساحت موج ایجاد شده، زمانی که شعاع 8 سانتی متر است، با چه سرعتی افزایش می یابد؟	۰/۷۵
۴	استخراج t تن مس از یک معدن، هزینه a برابر $c = f(t)$ تومان خواهد داشت (تابع f مشتق پذیر است). مفهوم $f'(1000) = 5000$ چیست؟	۰/۵
۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر c نقطه a بحرانی تابع f باشد و $f''(c)$ موجود و مثبت باشد، آن گاه f در c ----- دارد. ب) اگر تابع f روی بازه a مشتق پذیر بوده و f' روی a برابر مقدار ثابت صفر باشد، آن گاه f روی a ----- است. ج) در یافتن مقدار تقریبی ریشه a معادله $y = 0$ با استفاده از روش نصف کردن روی بازه a, b ، در مرحله n ام، هر عدد در بازه a_n, b_n می تواند ریشه a تقریبی با خطای کمتر از ----- باشد. د) مختصات نقطه a عطف تابع $f(x) = x^3 + 3x$ برابر است با -----.	۱/۷۵
۶	با توجه به نمودار تابع $f(x) = [\cos x]$ نقاط ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع را در بازه $a, 2\pi$ تعیین کنید.	۲
۷	شرایط قضیه a مقدار میانگین را برای تابع $f(x) = -2x^2 - 3x + 1$ در بازه $a, 2$ بررسی کرده و عدد c مذکور در قضیه را بیابید.	۱/۵
۸	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{2x^2 - 2}{x}$ را رسم کنید.	۲
۹	با استفاده از دیفرانسیل، مقدار تقریبی $\sqrt{3/99}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۰	با استفاده از قاعده a هوییتال، حد تابع زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\cos 5x - 1}$	۱/۲۵
۱۱	اگر f یک تابع پیوسته و زوج باشد و مقدار متوسط $f(x)$ در بازه $a, 2$ برابر 8 باشد و داشته باشیم $\int_0^2 (a + 2f(x)) dx = 30$ ، مقدار a را بیابید.	۱/۵
۱۲	مجموع بالای ریمان را برای تابع $f(x) = \sin x$ در بازه a, π برای $n = 4$ محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	اگر $F(x) = \int_1^x \frac{dt}{5+t^2}$ باشد، شیب خط مماس بر منحنی $y = F(6x)$ را در نقطه a به طول 1 واقع بر آن به دست آورید.	۱
۱۴	انتگرال های زیر را محاسبه کنید. الف) $\int x^2 (x^3 + 2)^{10} dx$ ب) $\int_{-2}^2 \left[\frac{x}{2} \right] dx$	۲
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۲ / ۳۱	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال دوم سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$y' = \frac{-(\cos xy - xy \sin xy + 12x^3)}{(-x^2 \sin xy)} \quad (۱)$ (۰/۵)	۱													
۱/۲۵	$(3, a) \in f^{-1} \Rightarrow (a, 3) \in f \Rightarrow \sqrt{a} + 2 = 3 \Rightarrow a = 1 \quad (۰/۲۵)$ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m = (f^{-1})'(3) = \frac{1}{f'(1)} = 2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y - 1 = 2(x - 3) \Rightarrow y = 2x - 5 \quad (۰/۲۵)$	۲													
۰/۷۵	$S = \pi r^2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow S'(t) = 2\pi r r'(t) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow S'(t) = 2\pi \times 8 \times 2 = 32\pi \quad (۰/۲۵)$	۳													
۰/۵	بدین معنی است که هرگاه تصمیم گرفته شود از معدنی که در حال استخراج ۱۰۰۰ تن مس است، یک تن دیگر مس استخراج کنیم، می-بایست تقریباً هزینه ی اضافی ۵۰۰۰ تومان پرداخت.	۴													
۱/۷۵	الف) مینیمم نسبی (۰/۵) ب) ثابت (۰/۲۵) ج) $\frac{b-a}{2^n}$ (۰/۵) د) $(0,0)$ (۰/۵)	۵													
۲	$A(0,1)$ (۰/۲۵) ، $B(2\pi,1)$ (۰/۲۵) ماکسیمم مطلق $\forall x \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ ، $y = -1$ (۰/۲۵) مینیمم مطلق $(0/5)$	 <p>(۰/۷۵)</p>	۶												
۱/۵	تابع $f(x) = -2x^2 - 3x + 1$ روی بازه ی $[0, 2]$ پیوسته (۰/۲۵) و روی بازه ی $(0, 2)$ مشتق پذیر است (۰/۲۵). لذا طبق قضیه ی مقدار میانگین $\exists c \in (0, 2)$ ، $f'(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0}$. بنابراین $-4c - 3 = \frac{13 - 1}{2}$. لذا $c = 1$. (۰/۲۵)	۷													
۲	$\begin{cases} x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = 0$ مجانب قائم (۰/۲۵) $y = 2x - \frac{2}{x} \Rightarrow y = 2x$ مجانب مایل (۰/۲۵) $y' = \frac{2x^2 + 2}{x^2} > 0$ (۰/۲۵) نقاط تلاقی با محور طول ها: $(1, 0)$ ، $(-1, 0)$	 <p>(۰/۵)</p> <table border="1" data-bbox="315 2315 903 2522"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y'	+		+	y	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	۸
x	$-\infty$	0	$+\infty$												
y'	+		+												
y	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$												

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۲ / ۳۱	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$f(x) = \sqrt{x}$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ (۰/۲۵) , $f(x + \Delta x) \approx f'(x)\Delta x + f(x)$ (۰/۲۵) $\sqrt{3/99} \approx \frac{1}{4} \times (-0/01) + 2 = \frac{799}{400} = 1/9975$ (۰/۲۵) (۰/۷۵)	۹
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\cos 5x - 1} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3 \sin 3x + \sin x}{-5 \sin 5x} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-9 \cos 3x + \cos x}{-25 \cos 5x} = \frac{8}{25}$ (۰/۲۵)	۱۰
۱/۵	$\int_{-2}^2 f(x) dx$ $\frac{\int_{-2}^2 f(x) dx}{2 - (-2)} = 8 \Rightarrow \int_{-2}^2 f(x) dx = 32$, (زوج f) $\Rightarrow 2 \int_0^2 f(x) dx = 32$ (۰/۲۵) $\int_0^2 (a + 2f(x)) dx = 30 \Rightarrow \int_0^2 a dx + 2 \int_0^2 f(x) dx = 30$ (۰/۵) $\Rightarrow 2a + 32 = 30$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = -1$ (۰/۲۵)	۱۱
۱/۵	$\Delta x = \frac{\pi}{4}$, $U_f(f) = \frac{\pi}{4} \times (f(\frac{\pi}{4}) + f(\frac{\pi}{2}) + f(\frac{3\pi}{4}) + f(\pi)) = \frac{\pi}{4} (\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) = (2 + \sqrt{2}) \times \frac{\pi}{4}$ (۰/۲۵)	۱۲
۱	$y' = \frac{6 \times F'(6x)}{5 + 36x^2} = \frac{6}{5 + 36x^2}$ (۰/۵) $\Rightarrow m = \frac{6}{41}$ (۰/۲۵)	۱۳
۲	الف) $\frac{1}{3} \int 3x^2 (x^3 + 2)^{10} dx = \frac{1}{3} \times \frac{1}{11} (x^3 + 2)^{11} + c$ (۰/۲۵) (۰/۷۵) ب) $\int_{-2}^0 (-1) dx + \int_0^2 0 dx = (-x) \Big _{-2}^0 = -2$ (۰/۲۵) (۰/۵)	۱۴
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	ساعات شروع: ۱۰ صبح	سوالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۴/۳	پیش دانشگاهی		
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم (سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰)		
ردیف	سوالات		نمره

۰/۷۵	۱	اشتراک دو بازه‌ی $(-3, 3)$ و $(-1, 6)$ را به صورت یک همسایگی متقارن بنویسید و مرکز و شعاع همسایگی را تعیین کنید.
۱/۲۵	۲	اگر a و b دو عدد حقیقی باشند که $0 < a < b$ ، ثابت کنید $0 < b^{-1} < a^{-1}$.
۱/۵	۳	با استفاده از تعریف حد دنباله‌ها ثابت کنید: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n}{2n-1} = \frac{3}{2}$.
۱/۵	۴	الف) آیا دنباله‌ی $\left\{ \frac{2+3^n}{1+2^n} \right\}$ همگراست؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید. ب) یکنوایی دنباله‌ی $\left\{ \frac{(-1)^n}{n+1} \right\}$ را بررسی کنید.
۱/۵	۵	ثابت کنید اگر سری $\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$ همگرا باشد، آن گاه $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.
۱	۶	مقدار سری $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{(k+1)(k+2)}$ را پیدا کنید.
۱/۷۵	۷	با استفاده از دنباله‌ها، ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ در نقطه‌ی $x = 0$ حد ندارد.
۲/۵	۸	حدود توابع زیر را بدون استفاده از هم‌ارزی و قاعده‌ی هوییتال محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2x-1} \times \text{Arc tan } x$
۱/۵	۹	نقاط پیوستگی تابع $f(x) = \frac{3 - \sqrt{x+1}}{x^2 - 1}$ را بیابید.
۱/۲۵	۱۰	نشان دهید معادله‌ی $x^3 + 2x - 1 = 0$ در بازه‌ی $[0, 1]$ حداقل یک ریشه دارد.
۱/۵	۱۱	معادله‌ی کلیدی خطوط مجانب تابع $y = \frac{x^2 + x}{x^2 - 1}$ را بنویسید.
۱/۷۵	۱۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = (x-2)[x]$ را در $x=2$ بررسی کنید.
۱/۲۵	۱۳	اگر $g(x) = x^2 - 1$ ، $f'(x) = \sqrt{3x+4}$ و $F = f \circ g$ باشند، $F'(1)$ را به دست آورید.
۱	۱۴	اگر $h(x) = \sqrt{x-2}$ باشد، D_h را تعیین کنید.
۲۰	بهترین جزوات، مشاوره با رتبه‌های موفق، رقیمی: @irandaneshnovin جمع نمره	

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۴/۳	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم (سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰)	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۰/۷۵	$(-۱,۶) \cap (-۳,۳) = (-۱,۳)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = \frac{-۱+۳}{۲} = ۱$ (۰/۲۵), $r = \frac{۳-(-۱)}{۲} = ۲$ (۰/۲۵)	۱
۱/۲۵	$a > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > 0$ (۰/۲۵) $b > 0 \Rightarrow \frac{1}{b} > 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{1}{ab} > 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 0 < a < b \xrightarrow{\frac{1}{ab} > 0} 0 < b^{-1} < a^{-1}$ (۰/۵)	۲
۱/۵	$\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N} \ni \forall n \geq M \Rightarrow \left \frac{3n}{2n-1} - \frac{3}{2} \right < \varepsilon$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \left \frac{6n-6n+3}{2(2n-1)} \right < \varepsilon$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (2n-1) > \frac{3}{2\varepsilon}$ (۰/۵) $\Rightarrow n > \frac{3}{4\varepsilon} + \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow M \geq \left[\frac{3}{4\varepsilon} + \frac{1}{2} \right] + 1$ (۰/۲۵)	۳
۱/۵	الف) خیر (۰/۲۵) زیرا $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2+3^n}{1+2^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n \left(\frac{2}{3^n} + 1 \right)}{2^n \left(\frac{1}{2^n} + 1 \right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{2} \right)^n$ (۰/۲۵) چون $\frac{3}{2} > 1$ دنباله‌ی $\left\{ \left(\frac{3}{2} \right)^n \right\}$ واگراست (۰/۲۵) لازم به ذکر است در صورتی که مقدار حد را $+\infty$ نیز به دست آورده و از آن واگرایی نتیجه گرفته شود، نمره‌ی کامل منظور گردد. ب) غیر یکنوا (۰/۲۵) زیرا $a_n: \frac{-1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{-1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$ (۰/۲۵)	۴
۱/۵	$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$ (۰/۲۵) $S_{n-1} = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow S_n - S_{n-1} = a_n$ (۰/۲۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n - S_{n-1} = S - S = 0$ (۰/۲۵) بنابراین (۰/۲۵) همگراست. $\{S_n\}$ به S همگراست.	۵
۱	$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)	۶
۱/۷۵	$a_n = \frac{1}{2n\pi}$ (۰/۲۵) $b_n = \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0, \forall n \in \mathbb{N} a_n, b_n \neq 0$ (۰/۲۵) $f(a_n) = \sin(2n\pi) = 0$ (۰/۲۵), $f(b_n) = \sin(2n\pi + \frac{\pi}{2}) = 1$ (۰/۲۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = 0$ (۰/۲۵), $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = 1$ (۰/۲۵) چون دو دنباله‌ی $\{f(a_n)\}, \{f(b_n)\}$ به دو عدد نابرابر همگرايند، لذا $f(x)$ در صفر حد ندارد. (۰/۲۵)	۷
۲/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1} \times \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{2}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+1} + \sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos 4x \times \sin x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cos 4x = 2$ (۰/۲۵)	۸

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۴ / ۳	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم (سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰)	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

		ادامه ی سوال ۸	
		$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2x-1} \times \text{Arctan } x = \underbrace{\frac{1}{2}}_{(./25)} \times \underbrace{\frac{\pi}{2}}_{(./25)} = \frac{\pi}{4} \quad (./25)$	
۱/۵		$x+1 \geq 0 \quad (./25) \Rightarrow x \geq -1 \quad (./25)$ <p>نقاط پیوستگی برابر است با $(-1, -\infty)$. (./۵)</p> $x^2 - 1 \neq 0 \quad (./25) \Rightarrow x \neq \pm 1 \quad (./25)$	۹
۱/۲۵		<p>تابع $f = x^2 + 2x - 1$ در بازه ی $[0, 1]$ پیوسته است (./۲۵) و $f(0) \times f(1) = -1 < 0$ (./۲۵)</p> <p>طبق نتیجه ی قضیه ی مقدار میانی، معادله در این بازه حداقل دارای یک ریشه است. (./۲۵)</p>	۱۰
۱/۵		$x^2 - 1 = 0 \quad (./25) \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = 1 \quad (./25), \quad \begin{cases} x \rightarrow -1 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = -1 \quad (./25)$ <p>مجانب های قائم</p> $x^2 + x = x(x^2 - 1) + 2x \quad (./5) \Rightarrow y = x \quad (./25)$ <p>مجانب مایل</p>	۱۱
۱/۷۵		<p>تابع در $x = 2$ مشتق پذیر نیست (./۲۵). زیرا</p> $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2) \times 1 - 0}{x - 2} = 1 \quad (./25)$ $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2) \times 2 - 0}{x - 2} = 2 \quad (./25)$	۱۲
۱/۲۵		$g'(x) = 2x \Rightarrow g'(1) = 2 \quad (./25)$ $F'(1) = (f \circ g)'(1) = \underbrace{g'(1)}_{(./25)} \times \underbrace{f'(g(1))}_{(./25)} = 2 \times \underbrace{f'(0)}_{(./25)} = 2 \times \underbrace{2}_{(./25)} = 4 \quad (./25)$	۱۳
۱		$h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-2}} \quad (./25) \Rightarrow x-2 > 0 \quad (./25) \Rightarrow x > 2 \quad (./25) \Rightarrow D_{h'} = (2, +\infty) \quad (./25)$	۱۴
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، لطفاً به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره داده شود. با سپاس و احترام		

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	ساعات شروع: ۱۰ صبح	سوالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۲۷	پیش دانشگاهی		
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم (سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰)		
نمره	سوالات		ردیف

۱/۲۵	۱	مشتق y نسبت به x را از رابطه $x^3y + 2y^4 - \sqrt{xy} = 0$ پیدا کنید.
۱/۵	۲	تابع $f(x) = x^3 + 2$ را در نظر بگیرید. معادله‌ی خط مماس بر معکوس این تابع را در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر f^{-1} بنویسید.
۱/۲۵	۳	یک کارخانه‌ی پارچه بافی برای تولید x متر پارچه $C(x) = 40000 + 10x + 0.005x^2$ تومان هزینه دارد. (الف) هزینه‌ی نهایی برای تولید x متر پارچه را به دست آورید. (ب) هزینه‌ی متوسط برای تولید ۱۰۰ متر پارچه را محاسبه نمایید.
۲	۴	(الف) نقطه‌ی بحرانی را تعریف کنید. (ب) نقاط بحرانی تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ را در صورت وجود تعیین کنید.
۱	۵	ثابت کنید برای هر $x \in [-1, 1]$ داریم: $\text{Arcsin } x + \text{Arccos } x = \frac{\pi}{2}$.
۱/۵	۶	تابع $y = x + \frac{1}{x}$ در کدام بازه صعودی و در کدام بازه نزولی است؟
۱/۵	۷	جهت تقعر و نقطه‌ی عطف تابع $f(x) = x^4 + 4x$ را در صورت وجود پیدا کنید.
۲	۸	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ را رسم کنید.
۱	۹	با استفاده از قاعده‌ی هوبیتال مقدار حد رو به رو را محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{-\frac{4}{3}}}{\sin \frac{1}{x}}$
۱	۱۰	دیفرانسیل تابع $f(x) = \frac{4}{3}x^3$ را در نقطه‌ای به طول $x = 1$ بیابید. سپس مقدار تقریبی افزایش f هنگامی که x از ۱ به 1.02 افزایش می‌یابد را به دست آورید.
۰/۷۵	۱۱	بدون محاسبه‌ی انتگرال، مشتق $\frac{d}{dt} \int_{\sqrt{t}}^0 \frac{1}{4-x^2} dx$ را پیدا کنید.
۱/۷۵	۱۲	انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید. (الف) $\int_{-1}^1 (x - x) dx$ (ب) $\int (x^2 + 1) \sin(x^3 + 3x) dx$
۰/۷۵	۱۳	نشان دهید $\frac{x}{4-x^2}$ تابع اولیه‌ی تابع $\frac{x^2 + 4}{(4-x^2)^2}$ است.
۲	۱۴	بدون محاسبه‌ی انتگرال، نامساوی $0 \leq \int_0^2 (x^2 - 2x) dx \leq -2$ را ثابت کنید.
۰/۷۵	۱۵	ثابت کنید اگر f در بازه‌ی $[a, b]$ پیوسته باشد، عدد حقیقی c ، $a \leq c \leq b$ وجود دارد که $\int_a^b f(x) dx = f(c)(b-a)$. بهترین جزوات، مشاوره با رتبه‌های تک‌رقمی. @irandaneshnovin

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۲۷	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم (سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰)	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۲۵	$\frac{dy}{dx} = \frac{-(3x^2y - \frac{y}{2\sqrt{xy}})(0/5)}{(x^2 + 8y^2 - \frac{x}{2\sqrt{xy}})(0/75)}$	۱												
۱/۵	$a^2 + 2 = 1 \quad (0/25) \Rightarrow a^2 = -1 \Rightarrow a = -1 \quad (0/25) \Rightarrow (1, -1) \in f^{-1}$ $f'(x) = 3x^2 \quad (0/25), \quad f'(-1) = 3 \Rightarrow \underbrace{(f^{-1})'(1)}_{(0/25)} = \frac{1}{f'(-1)} = \frac{1}{3} \quad (0/25) \Rightarrow y + 1 = \frac{1}{3}(x - 1) \quad (0/25)$	۲												
۱/۲۵	<p>الف) $C'(x) = 10 + 0.01x \quad (0/5)$</p> <p>ب) $\frac{C(100)}{100} = \frac{(40000 + 1000 + 50)}{100} = 410/5 \quad (0/25)$</p>	۳												
۲	<p>الف) نقطه‌ی $c \in D_f$ را نقطه‌ی بحرانی تابع f نامند هرگاه $f'(c)$ تعریف نشده باشد یا $f'(c) = 0 \quad (0/75)$.</p> <p>ب) $f'(x) = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} \quad (0/5) \Rightarrow -x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \quad (0/5) \Rightarrow \{-1, 1\}$ نقاط بحرانی $(0/25)$</p>	۴												
۱	<p>برای تابع $f(x) = \text{Arc sin } x + \text{Arc cos } x$ داریم $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \quad (0/5)$. طبق نتیجه ای از قضیه‌ی مقدار میانگین تابع f روی بازه‌ی $[-1, 1]$ ثابت است $(0/25)$. بنابراین $\exists k \in \mathbb{R}, \text{Arc sin } x + \text{Arc cos } x = k$.</p> <p>از طرفی برای $x = 0$ $k = \text{Arc sin } 0 + \text{Arc cos } 0 = \frac{\pi}{2} \quad (0/25)$.</p>	۵												
۱/۵	$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2} \quad (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} x = \pm 1$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> </tr> </table> <p>تابع در بازه‌های $(-\infty, -1)$ و $(1, +\infty)$ صعودی $(0/5)$ و در بازه‌ی $(-1, 1)$ نزولی است $(0/5)$.</p>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	$+$	۶
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$									
y'		$+$	0	$-$	$+$									
۱/۵	$y' = 4x^2 + 4 \quad (0/25)$ $y'' = 8x \quad (0/25) \xrightarrow{y''=0} x = 0 \quad (0/25)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>\cup</td> <td>0</td> <td>\cup</td> </tr> </table> <p>جهت تقعر همواره رو به بالاست $(0/25)$ و نقطه‌ی عطف ندارد $(0/25)$</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y''	$-$	0	$+$	y	\cup	0	\cup	۷
x	$-\infty$	0	$+\infty$											
y''	$-$	0	$+$											
y	\cup	0	\cup											

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان: ۲۷ / ۳ / ۱۳۹۱	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی دوم (سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰)	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۸	<p>(۰/۲۵) مجانب افقی $y = 0$ و (۰/۲۵) مجانبهای قائم $x = -1$, $x = 1$</p> $y' = \frac{-2x}{(x^2 - 1)^2} \quad (0/25) \xrightarrow{y'=0} x = 0$ <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> <td>-1</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p> <p>(۰/۷۵)</p>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	+	+	0	-	-	y	0	$+\infty$	-1	$-\infty$	0
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$														
y'	+	+	0	-	-														
y	0	$+\infty$	-1	$-\infty$	0														
۹	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\frac{4}{3} x^{-\frac{1}{3}}}{\left(\frac{-1}{x^2}\right) \cos \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{4}{3} x^{-\frac{1}{3}}}{\cos \frac{1}{x}} = 0 \quad (0/25)$ <p>(۰/۲۵)</p>																		
۱۰	<p>الف) $dy = 4x^2 dx \quad (0/25) \xrightarrow{x=1} dy = 4 dx \quad (0/25)$ ب) $dx = 0/02 \quad (0/25) \Rightarrow \Delta y \approx dy = 0/08 \quad (0/25)$</p>																		
۱۱	$\frac{-\frac{d}{dt} \int_0^t \frac{1}{4-x^2} dx}{\frac{1}{4-t^2}} = \frac{-1}{2\sqrt{t}} \times \frac{1}{4-t} \quad (0/25)$																		
۱۲	<p>الف) $\int_{-1}^0 (x- x) dx + \int_0^1 (x- x) dx = \int_{-1}^0 2x dx + \int_0^1 -2x dx = x^2 \Big _{-1}^0 = -1 \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\frac{1}{3} \int (\frac{1}{3} x^2 + 3) \sin(x^2 + 3x) dx = -\frac{1}{3} \cos(x^2 + 3x) + c \quad (0/5)$</p>																		
۱۳	$\left(\frac{x}{4-x^2}\right)' = \frac{(4-x^2) - x(-2x)}{(4-x^2)^2} = \frac{x^2 + 4}{(4-x^2)^2} \quad (0/25)$																		
۱۴	<p>$f(x) = x^2 - 2x \Rightarrow f'(x) = 2x - 2 \quad (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} x = 1 \quad (0/25)$, $f(2) = f(0) = 0$, $f(1) = -1 \quad (0/5)$</p> <p>مینیمم مقدار تابع برابر -1 (۰/۲۵) و ماکسیمم مقدار برابر صفر است (۰/۲۵). لذا داریم</p> $-1 \leq \frac{1}{2-0} \int_0^2 (x^2 - 2x) dx \leq 0 \quad (0/25) \Rightarrow -2 \leq \int_0^2 (x^2 - 2x) dx \leq 0 \quad (0/25)$																		
۱۵	<p>چون $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ بین دو مقدار ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع است (۰/۲۵)، بنابراین قضیه ی مقدار میانی $\exists c \in [a, b]$ (۰/۲۵) که</p> $f'(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \quad (0/25)$																		
۲۰	<p>همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، لطفاً به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره داده شود. با سپاس و احترام</p> <p>بهترین جزوات، مشاوره با رتبه های تک رتبی</p> <p>@irandaneshnovin</p>																		

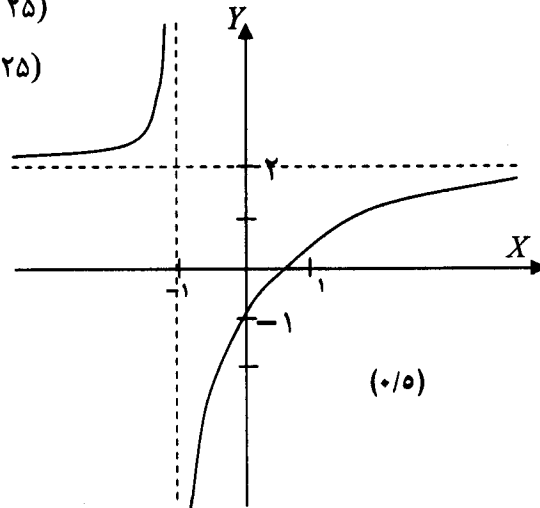
باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	ساعات شروع: ۸ صبح	سوالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۲/۳۰	پیش دانشگاهی		
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیمسال دوم (اردیبهشت ماه) سال ۱۳۹۱		
نمره	سوالات		ردیف

۱/۵	از نقطه‌ی $(1, -1)$ بر نمودار $2xy^3 + 3x^2y + 4x + 1 = 0$ خط مماسی رسم می‌کنیم. معادله‌ی خط مماس را بنویسید.	۱
۱/۵	برای تابع $f(x) = x^3 + 2x - 2$ مقدار $(f^{-1})'(1)$ را محاسبه کنید.	۲
۱	مقدار عددی مشتق سوم تابع $f(x) = 2 \cos 2x$ را در $x = \frac{\pi}{4}$ بیابید.	۳
۱/۲۵	محدوده‌ی b چنان بیابید که تابع $y = \frac{x+b}{x-1}$ برای $x \in (1, +\infty)$ همواره نزولی باشد.	۴
۱/۲۵	دو تابع مشتق پذیر f و g زوی بازه‌ی I را در نظر بگیرید به طوری که برای $x \in I$ ، $f'(x) = g'(x)$. نشان دهید عددی حقیقی مانند k وجود دارد که برای $x \in I$ ، $f(x) = g(x) + k$.	۵
۲	مقدار ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $g(x) = \frac{1}{1+x^2}$ را روی بازه‌ی $[-1, 2]$ در صورت وجود تعیین کنید.	۶
۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{x+1}$ را رسم کنید.	۷
۱/۵	جهت تغییرات و نقطه‌ی عطف تابع $y = x^3 + 3x^2 - 3x - 3$ را در صورت وجود پیدا کنید.	۸
۱	با استفاده از قاعده‌ی هویتال حد زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi x}{3}}{x^2 - 5x + 6}$	۹
۱	مقدار تقریبی $\sqrt{26}$ را به دست آورید.	۱۰
۲	مقدار تقریب اضافی مساحت زیر منحنی $f(x) = -x^2 + 4x$ را در بازه‌ی $[0, 2]$ برای $n = 4$ به دست آورید.	۱۱
۱	مقدار متوسط تابع $g(x) = x + 2$ را در بازه‌ی $[-1, 3]$ بیابید.	۱۲
۱	بدون محاسبه‌ی انتگرال، مشتق زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) $\frac{d}{dt} \int_t^{\sqrt{t}} \sqrt{1+x^2} dx$	۱۳
۲	انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید. الف) $\int x^2 \sin(x^2 + 2) dx$ ب) $\int_0^2 x-1 dx$	۱۴
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۲/۳۰	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیمسال دوم (اردیبهشت ماه) سال ۱۳۹۱	
ردیف	راهنمای تصحیح	
نمره		

۱/۵	$\frac{dy}{dx} = -\frac{(2y^2 + 6xy + 4)(\cdot/۵)}{6xy^2 + 3x^2(\cdot/۵)} \Rightarrow m = \frac{4}{9}(\cdot/۲۵) \Rightarrow y+1 = \frac{4}{9}(x-1) \Rightarrow y = \frac{4}{9}x - \frac{13}{9}$	۱												
۱/۵	$x^2 + 2x - 2 = 1 (\cdot/۲۵) \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x^2 + x + 3) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x^2 + x + 3 \neq 0 (\Delta < 0) (\cdot/۲۵) \\ x = 1 (\cdot/۲۵) \end{cases} \Rightarrow (1,1) \in f^{-1}$ $f'(x) = 3x^2 + 2 (\cdot/۲۵) , f'(1) = 5 \Rightarrow \underbrace{(f^{-1})'(1) = \frac{1}{f'(1)}}_{(\cdot/۲۵)} = \frac{1}{5} (\cdot/۲۵)$	۲												
۱	$f'(x) = -4\sin 2x (\cdot/۲۵) \Rightarrow f''(x) = -8\cos 2x (\cdot/۲۵) \Rightarrow f'''(x) = 16\sin 2x (\cdot/۲۵) \Rightarrow f'''(\frac{\pi}{4}) = 16 (\cdot/۲۵)$	۳												
۱/۲۵	$f'(x) = \frac{(x-1) - (x+b)(\cdot/۲۵)}{(x-1)^2 (\cdot/۲۵)} = \frac{-b-1}{(x-1)^2} < 0 (\cdot/۲۵) \Rightarrow b > -1 (\cdot/۲۵)$	۴												
۱/۲۵	<p>فرض کنیم $h(x) = f(x) - g(x)$ ($\cdot/۲۵$). واضح است که $\forall x \in I, h'(x) = f'(x) - g'(x) = 0$ ($\cdot/۲۵$). نتیجه ای از قضیه‌ی مقدار میانگین h روی I ثابت است ($\cdot/۲۵$). بنابراین $\exists k \in R, h(x) = k$ ($\cdot/۲۵$). روی $I, f(x) = g(x) + k$ ($\cdot/۲۵$)</p>	۵												
۲	$f(x) = \frac{-2x}{(1+x^2)^2} (\cdot/۵) \xrightarrow{f'(x)=0} x=0 (\cdot/۲۵) \Rightarrow f(0) = 1 (\cdot/۲۵)$ <p style="text-align: right;"> $f(-1) = \frac{1}{2} (\cdot/۲۵)$ ماکسیمم مطلق ($\cdot/۲۵$) $f(2) = \frac{1}{5} (\cdot/۲۵)$ مینیمم مطلق ($\cdot/۲۵$) </p>	۶												
۲	$\begin{cases} x \rightarrow -1 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = -1 \text{ مجانب قائم } (\cdot/۲۵) \text{ و } \begin{cases} x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow 2 \end{cases} \Rightarrow y = 2 \text{ مجانب افقی } (\cdot/۲۵)$ $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0 (\cdot/۲۵) , \begin{matrix} x=0 \Rightarrow y=-1 (\cdot/۲۵) \\ y=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2} (\cdot/۲۵) \end{matrix}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۱</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۲</td> <td>$+\infty$</td> <td>۲</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>  <p style="text-align: right;">(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	۱	$+\infty$	y'	+	+	+	y	۲	$+\infty$	۲	۷
x	$-\infty$	۱	$+\infty$											
y'	+	+	+											
y	۲	$+\infty$	۲											

مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان : ۳۰ / ۲ / ۱۳۹۱	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیمسال دوم (اردیبهشت ماه) سال ۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$y' = 3x^2 + 6x - 3 \quad (۰/۲۵)$ $y'' = 6x + 6 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{y''=0} x = -1 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) نقطه‌ی عطف (-۱, ۲)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y''</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">\cap</td> <td style="padding: 5px;">\cup</td> <td style="padding: 5px;">\cup</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y''	$-$	0	$+$	y	\cap	\cup	\cup	۸
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
y''	$-$	0	$+$											
y	\cap	\cup	\cup											
۱	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi x}{3}}{(2x-5)} = -\frac{\pi}{3} \quad (۰/۲۵)$	۹												
۱	$f(x) = \sqrt{x}, x = 25, \Delta x = 1 \quad (۰/۲۵), f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \sqrt{26} \approx \sqrt{25} + 1 \times \frac{1}{2\sqrt{25}} = 5/1 \quad (۰/۲۵)$	۱۰												
۲	$\Delta x = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵), \sum_{i=1}^4 f(u_i) \Delta x = \frac{1}{4} (f(\frac{1}{4}) + f(1) + f(\frac{9}{4}) + f(2)) = \frac{1}{4} (\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + 2) = \frac{25}{4} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(در صورتی که به جای (*) جدول محاسبات نیز آورده شد بارم مورد نظر داده شود.)</p>	۱۱												
۱	$\frac{1}{3+1} \int_{-1}^3 (x+2) dx = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} x^2 + 2x \right) \Big _{-1}^3 = 3 \quad (۰/۲۵)$	۱۲												
۱	$\frac{d}{dt} \int_1^{\sqrt{t}} \sqrt{1+x^2} dx = \left(\frac{1}{2\sqrt{t}} \times \sqrt{1+(\sqrt{t})^2} \right) - \left(\frac{1}{2\sqrt{t}} \times \sqrt{1+t^2} \right) = \frac{\sqrt{1+t}}{2\sqrt{t}} - \sqrt{1+t^2}$	۱۳												
۲	<p>الف) $\frac{1}{3} \int 3x^2 \sin(x^3 + 2) dx = -\frac{1}{3} \cos(x^3 + 2) + c$</p> <p>ب) $\int x-1 dx + \int x-1 dx = \int (-x+1) dx + \int (x-1) dx = \left(-\frac{1}{2}x^2 + x \right) \Big _0^1 + \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) \Big _1^2 = 1 \quad (۰/۲۵)$</p>	۱۴												
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، لطفاً به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره داده شود. با سپاس و احترام													

باسمه تعالی

سوال‌های امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال		رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان: ۱۳۹۲ / ۲ / ۲۸		تعداد صفحات: ۱ صفحه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۲		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات (پاسخنامه دارد)			نمره
۱	عبارت صحیح را در جملات زیر انتخاب کنید. الف) حد دنباله‌ی $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 \right\}$ برابر با $(e^2, e^{\frac{1}{2}})$ است. ب) تابع $D(x) = \begin{cases} x & \text{گویا} \\ x & \text{گنگ} \end{cases}$ را در نظر بگیرید. تابع $f(x) = x D(x)$ در $x = 0$ (پیوسته، ناپیوسته) است.			
۲	عدد اعشاری $0.025\overline{37}$ را به صورت یک کسر بنویسید.			
۳	به کمک تعریف نشان دهید، دنباله‌ی $\{\sqrt{n-1}\}$ به $+\infty$ واگراست.			
۴	محدوده‌ی a را چنان بیابید که معادله‌ی $x^2 + x + a = 0$ در بازه‌ی $(0, 1)$ حداقل دارای یک ریشه باشد.			
۵	حد $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5x - 1}}{2x + 1}$ را در صورت وجود محاسبه کنید.			
۶	تابع هزینه‌ی تولید x واحد از محصولی، روزانه $C(x) = 500 + 10x + x^2$ می‌باشد. الف) هزینه‌ی واقعی افزایش تولید از ۱۰۰ به ۱۰۱ واحد در روز چقدر است؟ ب) هزینه‌ی نهایی در این سطح تولید چقدر است؟			
۷	نشان دهید نقطه‌ی $x = 2$ یک نقطه‌ی گوشه برای تابع $f(x) = x^2 - 2x $ است. سپس اندازه‌ی تانژانت زاویه‌ی ایجاد شده در نقطه‌ی گوشه را به دست آورید.			
۸	با تعیین ضابطه‌ی توابع f' و f'' ، ضابطه‌ی مشتق n ام تابع $f(x) = x \operatorname{sgn}(x)$ را به دست آورید.			
۹	اگر $f(x) = x^3 + 2x$ باشد، معادله‌ی خط قائم بر نمودار f^{-1} را در نقطه‌ی $(3, 1)$ بنویسید.			
۱۰	در چه نقاطی روی نمودار $x^2 - xy + y^2 = 3$ مماس بر منحنی افقی است؟			
۱۱	تابع $f(x) = x e^{-x}$ مفروض است. با اعمال آزمون مشتق دوم، نوع اکسترمم موضعی تابع را تعیین کنید.			
۱۲	مقادیر ماکسیمم و مینیمم تابع $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x+1}$ را در بازه‌ی $[0, 2]$ در صورت وجود بیابید.			
۱۳	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ را رسم کنید.			
۱۴	مساحت ناحیه‌ی تحت $y = x^2$ بالای $y = 0$ ، از $x = 0$ تا $x = 2$ را محاسبه کنید.			
۱۵	مقدار میانگین تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x[x]$ را در بازه‌ی $[-1, 1]$ به دست آورید.			
۱۶	مشتق تابع $F(x) = x^2 \int_0^{5x} e^{-t^2} dt$ را محاسبه کنید.			
۲۰	جمع نمره موفق باشید.			

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۲/۲/۲۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۲	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۰/۵	(الف) $e^{\frac{1}{2}}$ (۰/۲۵) (ب) پیوسته (۰/۲۵)	۱
۰/۷۵	$\frac{0.2537}{0.9990} = \frac{2537-2}{9990} = \frac{2535}{9990} = \frac{169}{6660}$ (۰/۲۵)	۲
۱	برای $k > 0$ دلخواه، عدد طبیعی M یافت می شود که هرگاه $(0.25).a_n > K, n \geq M$ $\sqrt{n-1} > K \Rightarrow n-1 > K^2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow n > K^2 + 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow M = [K^2 + 1] + 1$ (۰/۲۵)	۳
۱	$f(x) = x^3 + x + a$ روی بازه $[0, 1]$ پیوسته است (۰/۲۵). طبق قضیه ی بولزانو چون (۰/۲۵) $\begin{cases} f(0) = a \\ f(1) = 2 + a \end{cases}$ باید $a(2+a) < 0$ (۰/۲۵) در نتیجه $-2 < a < 0$ (۰/۲۵).	۴
۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ x \sqrt{1 + \frac{5}{x} - \frac{1}{x^2}}}{x(2 + \frac{1}{x})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{2x} = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵)	۵
۱	$C'(x) = 10 + 2x$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C'(100) = 210$ (۰/۲۵) (الف) $C(101) - C(100) = 211$ (۰/۲۵) (ب) (۰/۲۵)	۶
۱/۵	$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x^2 - 2x }{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x-2)}{x-2} = 2$ (۰/۲۵) $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x(x-2)}{x-2} = -2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \tan \theta = \frac{4}{3}$ (۰/۲۵)	۷
۱/۵	$f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ (۰/۲۵), $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1$ (۰/۲۵), $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = -1$ (۰/۲۵) $f'(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \\ \text{وجود ندارد} & x = 0 \end{cases}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f''(x) = 0$ ($x \in R - \{0\}$) (۰/۲۵) $f^{(n)}(x) = 0$ ($x \in R - \{0\}, n > 1$) (۰/۲۵)	۸
۱/۵	$(3, 1) \in f^{-1}$ (۰/۲۵), $f'(x) = 2x^2 + 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (f^{-1})'(3) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{5}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m = -5$ (۰/۲۵) $y - 1 = -5(x - 3) \Rightarrow y = -5x + 16$ (۰/۲۵)	۹

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۲/۲/۲۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۲	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$2x - y - xy' + 2yy' = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(2x - y)(\cdot/25)}{(x - 2y)(\cdot/25)} \Rightarrow 2x - y = 0 \Rightarrow y = 2x (\cdot/25)$ $x^2 - 2x^2 + 4x^2 = 3 (\cdot/25) \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow (1, 2) (\cdot/25), (-1, -2) (\cdot/25)$	۱۰																				
۱/۵	$f'(x) = e^{-x} - xe^{-x} (\cdot/25) \xrightarrow{f'=0} x = 1 (\cdot/25), f''(x) = -2e^{-x} + xe^{-x} (\cdot/5)$ $f''(1) = \frac{-1}{e} < 0 (\cdot/25) \Rightarrow x = 1 \text{ ماکسیمم موضعی } (\cdot/25)$	۱۱																				
۱/۵	$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x+1)^2} (\cdot/25) \xrightarrow{f'=0} \begin{cases} x = -3 (\cdot/25) \\ x = 1 (\cdot/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 5 \text{ ماکسیمم مقدار } (\cdot/25) \\ f(1) = 4 \text{ مینیمم مقدار } (\cdot/25) \\ f(2) = \frac{13}{3} (\cdot/25) \end{cases}$	۱۲																				
۲	$x = -2 (\cdot/25) \text{ مجانب قائم}, y = 1 (\cdot/25) \text{ مجانب افقی}$ $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}, x \neq -2 (\cdot/25)$ $f''(x) = \frac{-6}{(x+2)^3}, x \neq -2 (\cdot/25)$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>+</td> <td></td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>$1 \nearrow$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$-\infty \searrow$</td> <td>$1 \nearrow$</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	f'	+		+		f''	+		-		f	$1 \nearrow$	$+\infty$	$-\infty \searrow$	$1 \nearrow$	۱۳
x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$																		
f'	+		+																			
f''	+		-																			
f	$1 \nearrow$	$+\infty$	$-\infty \searrow$	$1 \nearrow$																		
۱/۵	$\Delta x = \frac{2}{n} (\cdot/25), x_i = \frac{2i}{n} (\cdot/25), f(x_i) = \left(\frac{2i}{n}\right)^2 (\cdot/25)$ $S_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{4i^2}{n^2}\right) \frac{2}{n} = \frac{8}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{8}{n^3} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{4(n+1)(2n+1)}{3n^2} (\cdot/25)$ $A = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4(n+1)(2n+1)}{3n^2} = \frac{8}{3} (\cdot/25)$	۱۴																				
۱/۵	$\bar{f} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 x[x] dx = \frac{1}{2} \left(\int_{-1}^0 x[x] dx + \int_0^1 x[x] dx \right) = \frac{1}{2} \left(\int_{-1}^0 -x dx + 0 \right) = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} x^2 \Big _{-1}^0 \right) = \frac{1}{4} (\cdot/25)$	۱۵																				
۱	$F'(x) = \underbrace{2x}_{(\cdot/25)} \int_{\cdot}^{\Delta x} e^{-t^2} dt + \underbrace{x^2}_{(\cdot/25)} \underbrace{(e^{-25x^2})}_{(\cdot/25)} \times \underbrace{5}_{(\cdot/25)}$	۱۶																				
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																					

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : علوم ریاضی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۳/۲/۴	تعداد صفحه : ۱
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۳		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

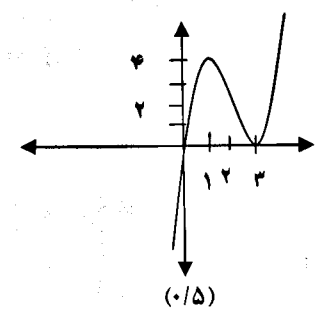
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) کسر یا عدد گویای مساوی بسط اعشاری ... $\frac{8333}{10}$ برابر است با ب) اینفیموم بازه ی $A = (-2, 3]$ برابر است با ج) اگر $f(x) = \ln x$ باشد مقدار $(f^{-1})'(1)$ ، برابر است با	۱/۵
۲	ابتدا حد دنباله ی $\left\{ \frac{2n-1}{n} \right\}_{n=1}$ را حدس بزنید سپس حدس خود را به روش ϵ اثبات کنید.	۱
۳	با استفاده از قضیه ی بولزانو ثابت کنید معادله ی $x^3 - x - 1 = 0$ در بازه ی $[1, 2]$ جواب دارد.	۱
۴	به کمک تعریف دنباله ای حد ، ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{\pi}{x}$ در نقطه ی $x = 0$ حد ندارد.	۱
۵	هزینه ی ساخت x تلویزیون $c(x)$ تومان است که در آن $300x^2 - 300000x + 600000000 = c(x)$ می باشد. هزینه ی تولید ۱۰۱ امین تلویزیون چقدر است و معنی آن را توضیح دهید.	۱
۶	با استفاده از تعریف مشتق ، مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ را در $x = 0$ بررسی نمایید.	۱/۵
۷	از نقطه $A(0, -1)$ دو خط مماس بر منحنی $f(x) = x^2 + x$ رسم شده است. معادله های این دو خط مماس را به دست آورید.	۱/۵
۸	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $x^2y + \sqrt{x} - 5y^3 = 0$ ب) $y = e^{\sin 2x}$	۱/۵
۹	اگر تابع f زوج و تابع g فرد باشند و داشته باشیم $f'(1) = 2$ و $g'(1) = 3$ ، مقدار $(f+g)'(-1)$ را حساب کنید.	۱
۱۰	مقادیر ماکسیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع با ضابطه ی $f(x) = 3x^4 - 8x^3$ را در بازه ی $[1, 3]$ بیابید.	۲
۱۱	شعاع کره ای با آهنگ ۵ میلی متر بر ثانیه بزرگ می شود. در لحظه ای که شعاع کره ۴ میلی متر است حجم کره با چه آهنگی افزایش می یابد؟	۱
۱۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ را رسم کنید.	۲
۱۳	مساحت ناحیه ای را بیابید که تحت خط مستقیم $y = 3x$ بوده و محدود به خطوط $x = 0$ و $x = 1$ می باشد.	۱/۵
۱۴	مقدار میانگین تابع $f(x) = e^{-x}$ را بر بازه ی $[0, 1]$ به دست آورید.	۱
۱۵	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int_0^{\pi} \cos x dx$ ب) $\int (x^3 - \sqrt{x}) dx$	۱/۵
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۳/۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱/۵	الف) $\frac{5}{6}$ (۰/۵) ب) -2 (۰/۵) اینفیموم ج) e (۰/۵)	۱
۱	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n-1}{n} = 2 \quad (۰/۲۵)$ $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists M \in \mathbb{N} \quad \forall n \geq M \quad a_n - L < \varepsilon \rightarrow \left \frac{2n-1}{n} - 2 \right < \varepsilon \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow \left \frac{2n-1-2n}{n} \right < \varepsilon \rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \quad (۰/۲۵) \rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow M = \left[\frac{1}{\varepsilon} \right] + 1 \quad (۰/۲۵)$	۲
۱	تابع $f(x) = x^3 - x - 1$ چند جمله ای است پس در هر نقطه از \mathbb{R} پیوسته است پس در بازه $[1, 2]$ نیز، پیوسته است. (۰/۲۵) از طرفی $f(1) = -1$ ، $f(2) = 5$ پس داریم $f(1) \times f(2) < 0$ بنابراین طبق قضیه ی بولزانو دست کم عددی مانند c در بازه $(1, 2)$ وجود دارد به طوری که $f(c) = 0$ یعنی c ریشه ی معادله ی $x^3 - x - 1 = 0$ است. (۰/۲۵)	۳
۱	$\left. \begin{aligned} a_n = \frac{1}{n} \quad a_n \neq 0 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0 \\ b_n = \frac{1}{2n + \frac{1}{2}} \quad b_n \neq 0 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0 \end{aligned} \right\} (۰/۲۵)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin(n\pi) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 0 = 0 \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin\left(2n\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1 \quad (۰/۲۵)$ <p>بنابراین طبق تعریف حد، $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{\pi}{x}$ وجود ندارد. (۰/۲۵)</p> $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n)$	۴
۱	$c'(x) = 3 \dots - 6 \cdot x \quad (۰/۲۵)$ $c'(1 \cdot 0) = 3 \dots - 6 \cdot 0 = 24 \dots \quad (۰/۲۵)$ <p>یعنی وقتی کارخانه ۱۰۰ تلویزیون تولید کرده و بخواهد ۱۰۱ امین تلویزیون را تولید کند تقریباً ۲۴۰۰۰۰ تومان هزینه می کند. (۰/۵)</p>	۵
۱/۵	$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \rightarrow f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \quad (۰/۲۵) =$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^3} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}}{x} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \begin{cases} f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty \quad (۰/۲۵) \\ f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sqrt{x}} = -\infty \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ <p>پس تابع f در $x = 0$ مشتق پذیر نمی باشد. (۰/۲۵)</p>	۶

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۳/۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱/۵	<p>نقطه ی تماس $T(\alpha, \alpha^2 + \alpha)$ $f'(x) = 2x + 1 \quad f'(\alpha) = 2\alpha + 1 \quad (./25)$ معادله ی خط مماس: $y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - \alpha^2 - \alpha = (2\alpha + 1)(x - \alpha) \quad (./25)$ خط مماس از نقطه ی $A(0, -1)$ میگذرد بنابراین: $-1 - \alpha^2 - \alpha = -2\alpha^2 - \alpha \quad (./25) \rightarrow \alpha^2 = 1 \rightarrow \alpha = \pm 1 \quad (./25)$ معادله ی خطوط مماس: $\alpha = 1 \rightarrow y - 2 = 3(x - 1) \quad (./25) \quad \alpha = -1 \rightarrow y = -1(x + 1) \quad (./25)$</p>	۷																								
۱/۵	<p>الف) $2xy + y'x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 15y^2y' = 0 \quad (1) \quad (./25)$ ب) $y' = 2x \cos 2x \times e^{\sin 2x} \quad (./5)$</p>	۸																								
۱	<p>تابع f' فرد و تابع g' زوج است پس داریم: $f'(-1) = -f'(1) = -2 \quad (./25)$ $g'(-1) = g'(1) = 3 \quad (./25)$ $\rightarrow (f+g)'(-1) = \underbrace{f'(-1) + g'(-1)}_{(./25)} = -2 + 3 = 1 \quad (./25)$</p>	۹																								
۲	<p>$D = \mathbb{R} \quad y' = 12x^2 - 24x \quad (./25) \quad 12x^2 - 24x = 0 \quad (./25)$ $\rightarrow 12x^2(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \quad (./25) \\ x=2 \quad (./25) \end{cases}$ غیرقابل قبول $(./25)$ ماکسیمم مطلق $f(3) = 27 \quad (./25)$ مینیمم مطلق $f(2) = -16 \quad (./25)$ $f(1) = -5 \quad (./25)$</p>	۱۰																								
۱	<p>$v = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (./25)$ $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \times \frac{dr}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = 4\pi r^2 \times \frac{dr}{dt} \quad (./25) \rightarrow \frac{dv}{dt} = 4\pi (4)^2 \times 5 \quad (./25) = 3200 \cdot \pi \quad (./25)$</p>	۱۱																								
۲	<p>$D = \mathbb{R} \quad y' = 3x^2 - 12x + 9 \quad 3x^2 - 12x + 9 = 0 \quad (./25) \rightarrow \begin{cases} x=1 \quad (./25) \\ x=3 \quad (./25) \end{cases}$ $y'' = 6x - 12 \quad 6x - 12 = 0 \rightarrow x=2 \quad (./25)$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td></td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>۴</td> <td>۲</td> <td>۰</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">مینیمم عطف ماکسیمم (./5)</p> 	x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$	y'	+	۰	-	۰	+	y''		-	۰	+		y	$-\infty$	۴	۲	۰	$+\infty$	۱۲
x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$																					
y'	+	۰	-	۰	+																					
y''		-	۰	+																						
y	$-\infty$	۴	۲	۰	$+\infty$																					

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۳/۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	

	بازه ی $[0, 1]$ را به n بازه ی جزء با طول مساوی تقسیم می کنیم:	۱۳
۱/۵	$x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{n}, x_2 = \frac{2}{n}, \dots, x_n = \frac{n}{n} = 1 \quad (0/25) \rightarrow$ $f(x_i) = 3 \times \frac{i}{n} \quad (0/25), \Delta x_i = \frac{1}{n} \quad (0/25)$ $\rightarrow s_n = \sum_{i=1}^n \underbrace{3 \times \frac{i}{n} \times \frac{1}{n}}_{(0/25)} = \frac{3}{n^2} \times \sum_{i=1}^n i = \frac{3}{n^2} \times \underbrace{\frac{n(n+1)}{2}}_{(0/25)} \rightarrow A = \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \frac{3}{2} \quad (0/25)$	
۱	$\bar{f} = \frac{1}{1-0} \int_0^1 e^{-x} dx = \underbrace{-e^{-x}}_{(0/25)} \Big _0^1 = \underbrace{-e^{-1} - (-e^0)}_{(0/25)} = -\frac{1}{e} + 1 \quad (0/25)$	۱۴
۱/۵	$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x dx + \int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} (-\cos x) dx = \sin x \Big _{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \sin x \Big _{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \quad (0/25) =$ <p>الف) $\underbrace{\hspace{10em}}_{(0/5)}$</p> $1 - (-1) = 2 \quad (0/25)$ <p>ب) $\frac{x^4}{4} - \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + c \quad (0/5)$</p>	۱۵
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	حساب دیفرانسیل و انتگرال
تعداد صفحه: ۱	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۵	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	ثابت کنید وارون هر عدد حقیقی (غیر صفر) منحصر به فرد است.	۱
۱	با استفاده از تعریف حد دنباله ها، ثابت کنید دنباله $\left\{2 - \left(\frac{1}{n}\right)^n\right\}$ همگرا به ۲ است.	۲
۲	به کمک تعریف دنباله ای حد، ثابت کنید تابع زیر در نقطه $x=0$ حد ندارد. $f(x) = \begin{cases} -x & x > 0 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$	۳
۰/۵	الف) آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = -x^2 + 2x$ نسبت به x روی بازه $[-1, 2]$ برابر است با	۴
۰/۵	ب) آهنگ آنی تغییر تابع $f(x) = 2\sin 2x$ نسبت به x در $x = \frac{\pi}{6}$ برابر است با	۴
۱/۵	نشان دهید نقطه $(1, 0)$ یک گوشه برای تابع $f(x) = x-1 $ است و اندازه زاویه ایجاد شده در گوشه را به دست آورید.	۵
۱/۵	اگر $f(x) = \sqrt{x} g(x)$ و $g(4) = 8$ و $g'(4) = 7$ باشد مقدار $f'(4)$ را حساب کنید.	۶
۲	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $e^{xy} + x^3 - \sin y = 2x$ ب) $y = \ln \sqrt{x^2 + 1}$	۷
۱	معادله خط مماس بر نمودار تابع وارون $f(x) = \frac{x+3}{x+2}$ را در نقطه $(0, -3)$ به دست آورید.	۸
۱/۲۵	نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را در بازه $\left[-\frac{3}{4}, 3\right]$ به دست آورید.	۹
۱/۷۵	جهت تقعر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = 1 + \sqrt[3]{x}$ را در دامنه اش بررسی نموده و نقطه عطف آن را به دست آورید.	۱۰
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$ را رسم کنید.	۱۱
۱/۵	محاسبه زیر را انجام دهید. $\sum_{k=1}^{20} (4k^2 - 3k + 5)$	۱۲
۱/۵	مقدار میانگین تابع $f(x) = \sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}}$ را در بازه $[0, \pi]$ حساب کنید.	۱۳
۱	انتگرال زیر را محاسبه کنید. $\int (2x^3 + \sqrt{x} - 1) dx$	۱۴
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۵	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

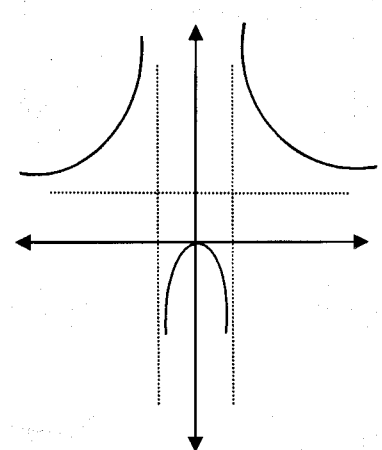
۱	فرض کنیم y_1 و y_2 هر دو وارون x باشند پس: $xy_1 = 1, xy_2 = 1$ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۶) $y_1 = y_1 \times 1 = y_1(xy_2) = (y_1x)y_2 = (xy_1)y_2 = 1 \times y_2 = y_2$ (۰/۲۵) $\underbrace{y_1}_{(۰/۲۵)} \times \underbrace{1}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{y_1(xy_2)}_{(۰/۲۵)} = (y_1x)y_2 = (xy_1)y_2 = 1 \times y_2 = y_2$	۱
۱	$\forall \varepsilon > 0 \exists M \in \mathbb{N} \forall n \geq M a_n - L < \varepsilon \rightarrow \left 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n - 2 \right < \varepsilon$ (۰/۲۵) $\rightarrow \left \left(\frac{1}{2}\right)^n \right < \varepsilon \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n < \varepsilon$ (۰/۲۵) $\rightarrow n > \log_{\frac{1}{2}} \varepsilon$ (۰/۲۵) $\Rightarrow M = \left\lceil \log_{\frac{1}{2}} \varepsilon \right\rceil + 1$ (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۳۴)	۲
۲	$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{1}{n} & a_n &\neq 0 & \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n &= 0 \\ b_n &= -\frac{1}{n} & b_n &\neq 0 & \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n &= 0 \end{aligned} \right\} (۰/۵)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{1}{n} = 0$ (۰/۲۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{n} + 1\right) = 1$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ وجود ندارد. (۰/۵) $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n)$ بنابراین طبق تعریف حد، (مشابه تمرین در کلاس صفحه ۷۲)	۳
۱	۱ = آهنگ متوسط (الف) (۰/۵) ۲ = آهنگ آبی (ب) (۰/۵)	۴
۱/۵	$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \rightarrow f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ (۰/۲۵) = $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x-1 }{x-1} \rightarrow \begin{cases} f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-1} = 1 & (۰/۲۵) \\ f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1 & (۰/۲۵) \end{cases}$ $\tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \frac{-1 - 1}{1 - 1} = \text{تعریف نشده}$ (۰/۲۵) $\rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۳۴)	۵
ادامه در برگه دوم		

مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان : ۱۳۹۴ / ۳ / ۵	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$f'(x) = g'(x)\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}g(x) \quad (۰/۷۵)$ $f'(۴) = g'(۴)\sqrt{۴} + \frac{1}{2\sqrt{۴}}g(۴) = ۷ \times ۲ + \frac{1}{۴} \times ۸ = ۱۶ \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">(مسئله ۶ کتاب صفحه ۱۵۰)</p>	۶												
۲	<p>الف) $ye^{xy} + y'xe^{xy} + 3x^2 - y' \cos y = 2 \quad (۱/۲۵)$</p> <p>ب) $y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} \quad (۰/۷۵)$</p> <p style="text-align: right;">مبحث مشتق گیری ضمنی - تابع نمایی و لگاریتمی طبیعی صفحات ۱۶۳-۱۵۴</p>	۷												
۱	$f'(x) = \frac{-1}{(x+2)^2} \quad (۰/۲۵) \rightarrow f'(-۲) = -۱ \quad (۰/۲۵)$ $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'(-۲)} = -۱ \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">(مشابه مسئله ۱۰ صفحه ۱۶۴)</p>	۸												
۱/۲۵	$D = \mathbb{R} \quad f'(x) = 3x^2 - 3 \quad (۰/۲۵)$ $f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{قابل قبول} \quad (۰/۲۵) \\ x=-1 & \text{قابل قبول} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $f(1) = -1 \quad (۰/۲۵)$ مینیمم مطلق $f(-1) = 2 \quad f(\frac{-3}{2}) = \frac{17}{8} \quad f(3) = 19 \quad (۰/۲۵)$ ماکسیمم مطلق <p style="text-align: right;">(مسئله ۴ کتاب قسمت الف صفحه ۱۹۰)</p>	۹												
۱/۷۵	$D = \mathbb{R} \quad f'(x) = \frac{1}{3\sqrt{x^2}} \quad (۰/۲۵) \quad f''(x) = \frac{-2}{9\sqrt{x^5}} \quad (۰/۵)$ $9\sqrt{x^5} = 0 \rightarrow x = 0 \quad (۰/۲۵)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y''</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">∪</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">∩</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">نقطه $(0, 1)$ نقطه عطف تابع است. $(۰/۲۵)$ (مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۸۴ کتاب)</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y''	+		-	y	∪		∩	۱۰
x	$-\infty$	0	$+\infty$											
y''	+		-											
y	∪		∩											

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۵	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۲	$D = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \Rightarrow x = -1$ (۰/۲۵) مجانب قائم $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$ (۰/۲۵) مجانب قائم $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ (۰/۲۵) مجانب افقی $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2-1)^2}$ (۰/۲۵) <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$+$</td> <td>$$</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> <td>$$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$\nearrow +\infty$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\nearrow 0$</td> <td>$\searrow -\infty$</td> <td>$\searrow +\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>  <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">(مثال کتاب صفحه ۲۰۳)</p>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	$+$	$ $	$+$	$-$	$ $	y	$\nearrow +\infty$	$-\infty$	$\nearrow 0$	$\searrow -\infty$	$\searrow +\infty$	۱۱
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$															
y'	$+$	$ $	$+$	$-$	$ $															
y	$\nearrow +\infty$	$-\infty$	$\nearrow 0$	$\searrow -\infty$	$\searrow +\infty$															
۱/۵	$\sum_{k=1}^{20} (4k^2 - 2k + 5) = 4 \sum_{k=1}^{20} k^2 - 2 \sum_{k=1}^{20} k + 5 \sum_{k=1}^{20} 1 = 4 \times \frac{20(20+1)(2 \times 20 + 1)}{6} - 2 \times \frac{20(20+1)}{2} + 5 \times 20$ $= 12210 \text{ (۰/۲۵)}$ <p style="text-align: right;">(مشابه مثال کتاب صفحه ۲۱۸)</p>	۱۲																		
۱/۵	$\bar{f} = \frac{1}{\pi - 0} \int_0^\pi \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}} dx \text{ (۰/۲۵)} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos x dx \text{ (۰/۲۵)} = \frac{1}{\pi} \left(\int_0^{\pi/2} \cos x dx + \int_{\pi/2}^\pi -\cos x dx \right) \text{ (۰/۵)}$ $= \frac{1}{\pi} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 \right) + \left(-\sin \pi + \sin \frac{\pi}{2} \right) \text{ (۰/۲۵)} = \frac{2}{\pi} \text{ (۰/۲۵)}$ <p style="text-align: right;">(مشابه مسئله ۴ کتاب صفحه ۲۴۹)</p>	۱۳																		
۱	$\int (2x^2 + \sqrt{x} - 1) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - x + c \quad (1)$ <p style="text-align: right;">(مشابه مثال صفحه ۲۴۲)</p>	۱۴																		
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																			

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۹	تعداد صفحه: ۱	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خردادماه سال ۱۳۹۵				
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir				

سوالات (پاسخ نامه دارد)

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
<p>توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.</p>		
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید: الف) کسر گویای مساوی با عدد اعشاری $0/234$ برابر است با ب) حد دنباله $a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ برابر می شود. ج) طبق اصل موضوع تمامیت در باب اعداد حقیقی، یک مجموعه ناتهی از اعداد حقیقی که دارای کران بالا باشد دارای است. د) از جمله شماره به بعد، فاصله جملات دنباله $a_n = \frac{n+1}{n+3}$ تا 1 کمتر از $\frac{1}{10}$ می شود.	۲
۲	به کمک تعریف دنباله ای حد، ثابت کنید تابع $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ در نقطه صفر حد ندارد.	۲
۳	هزینه ساخت x ماشین لباسشویی $c(x)$ تومان است که در آن $c(x) = 7000000 + 400000x - 400x^2$ می باشد. هزینه تولید ۱۰۱ امین ماشین لباسشویی چقدر است و معنی آن را توضیح دهید.	۱
۴	با استفاده از تعریف مشتق، نشان دهید مبداءمختصات یک گوشه برای تابع زیر می باشد و اندازه زاویه ایجاد شده در گوشه را به دست آورید. $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$	۱/۵
۵	ضابطه تابع درجه دوم f را چنان انتخاب کنید که $f(2) = 7$ و $f'(2) = 8$ و $f''(2) = 6$ باشد.	۱/۵
۶	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = \ln(\sqrt{x^2 + 2})$ ب) $y = e^{2x} \sin \pi x$	۱/۷۵
۷	معادله خط مماس بر نمودار $x^2 + y^2 = 4xy - 3$ را در نقطه $(1, 2)$ بنویسید.	۱/۲۵
۸	نقاط بحرانی و نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x) = \sin^2 x + 2\cos x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ به دست آورید.	۲
۹	بالنی را از هوا پر می کنیم به طوری که حجم آن با آهنگ ۵۰ سانتی مترمکعب بر ثانیه افزایش می یابد، وقتی شعاع بالن ۱۰ سانتی متر است، شعاع بالن با چه آهنگی افزایش می یابد؟	۱
۱۰	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ را رسم کنید.	۲
۱۱	محاسبه $\sum_{k=1}^{20} (2k^2 - 3)$ را انجام دهید.	۱/۵
۱۲	مشتق تابع $F(x) = \int_{\Delta}^x e^{2t} dt$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۳	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید.	
۱/۷۵	الف) $\int (\sin 2x - 3 \cos 5x + \frac{1}{x}) dx$ ب) $\int_0^1 [2x] dx$	
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	
نمره	راهنمای تصحیح	

۲	$\frac{234-23}{900} = \frac{211}{900} \quad (0/5) \quad \text{الف)}$ $e^{\frac{1}{3}} \quad (0/5) \quad \text{ب)}$ $M = 38 \quad (0/5) \quad \text{د)}$ $\text{کوچکترین کران بالا} \quad (0/5) \quad \text{ج)}$	۱
۲	$a_n = \frac{1}{2n\pi} \quad a_n \neq 0 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$ $b_n = \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} \quad b_n \neq 0 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \cos(2n\pi) \quad (0/25) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1 \quad (0/25)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \cos(2n\pi + \frac{\pi}{2}) \quad (0/25) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 0 = 0 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{1}{x} \text{ وجود ندارد.} \quad (0/25) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) \quad (0/25)$	۲
۱	$c'(x) = 4 \dots - 8 \cdot x \quad (0/25)$ $c'(100) = 4 \dots - 8 \dots = 32 \dots \quad (0/25)$ <p>یعنی وقتی کارخانه ۱۰۰ ماشین لباسشویی تولید کرده و بخواهد ۱۰۱ امین ماشین لباسشویی را تولید کند تقریباً ۳۲۰۰۰۰ تومان هزینه می کند.</p>	۳
۱/۵	$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \rightarrow \begin{cases} f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1 \quad (0/25) \\ f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} x = 0 \quad (0/25) \end{cases}$ <p>$f'_+(0) \neq f'_-(0)$ پس تابع f در $x=0$ مشتق پذیر نمی باشد و نقطه $(0, 0)$ نقطه گوشه است $(0/25)$</p> $\tan \theta = \left \frac{m - m'}{1 + mm'} \right = \left \frac{0 - 1}{1 + 0 \times 1} \right = 1 \quad (0/25) \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \quad (0/5)$	۴
۱/۵	$f(x) = ax^2 + bx + c \quad f'(x) = 2ax + b \quad f''(x) = 2a$ $\left. \begin{aligned} f(2) = 7 &\rightarrow 4a + 2b + c = 7 \quad (0/25) \\ f'(2) = 8 &\rightarrow 4a + b = 8 \quad (0/25) \\ f''(2) = 6 &\rightarrow 2a = 6 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 3 \quad (0/25) \quad b = -4 \quad (0/25) \quad c = 3 \quad (0/25) \Rightarrow f(x) = 3x^2 - 4x + 3$	۵

ادامه در برگه ی دوم

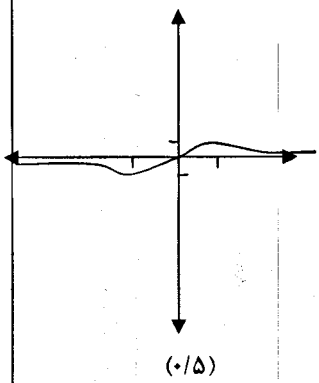
باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	
ردیف	راهنمای تصحیح	
نمره		

۱/۷۵	$y' = \frac{2x}{\sqrt[3]{(x^2+2)^2}} \quad (۰/۷۵)$ $y' = \underbrace{2e^{2x} \times \sin \pi x}_{(۰/۵)} + \underbrace{\pi \cos \pi x \times e^{2x}}_{(۰/۵)}$	۶															
۱/۲۵	$x^2 + y^2 - 4xy + 2 = 0$ $\frac{dy}{dx} = -\frac{2x^2 - 4y}{2y - 4x} \quad (۰/۵) \rightarrow m = -\frac{3-1}{4-4}$ <p>تعریف نشده (۰/۲۵)</p> $x = 1 \quad (۰/۵) \text{ معادله خط مماس}$	۷															
۲	$f'(x) = 2 \sin x \cos x - 2 \sin x = 0 \rightarrow 2 \sin x (\cos x - 1) = 0$ <p>(۰/۵)</p> $\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \rightarrow x = 0, \pi, 2\pi \quad (۰/۲۵)$ $\cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi \quad x = 0, 2\pi \quad (۰/۲۵)$ <p>طول نقطه بحرانی: $x = \pi \quad (۰/۲۵)$</p> <p>نقاط ماکسیمم مطلق (۰/۵) $f(0) = f(2\pi) = 2 \rightarrow (0, 2), (2\pi, 2)$</p> <p>نقطه مینیمم مطلق (۰/۲۵) $f(\pi) = -2 \rightarrow (\pi, -2)$</p>	۸															
۱	$v = \frac{4}{3} \pi r^2 \quad (۰/۲۵)$ $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \times \frac{dr}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = 4\pi r^2 \times \frac{dr}{dt} \quad (۰/۲۵) \rightarrow 50 = 4\pi (10)^2 \times \frac{dr}{dt} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{1}{8\pi} \quad (۰/۲۵)$	۹															
۲	<p>مجانب افقی $y = 0 \quad (۰/۲۵)$</p> $D = \mathbb{R} \quad (۰/۲۵)$ $y' = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} \quad (۰/۲۵) \quad y' = 0 \rightarrow x = \pm 1 \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>\searrow</td> <td>\nearrow</td> <td>0</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$-\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$</p> <p>(۰/۵)</p> <p>(ادامه جواب در صفحه بعد)</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	-	0	+	0	y	0	\searrow	\nearrow	0	۱۰
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$													
y'	-	0	+	0													
y	0	\searrow	\nearrow	0													

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://acc.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

		۱۰
۱/۵	$\sum_{k=1}^{30} (2k^2 - 3) = 2 \sum_{k=1}^{30} k^2 - 3 \sum_{k=1}^{30} 1 = 2 \times \frac{30(30+1)(2 \times 30+1)}{6} - 3 \times 30 = 18820 \quad (۰/۵)$	۱۱
۰/۷۵	$F'(x) = 2x^2 \times e^{2x^2} \quad (۰/۷۵)$	۱۲
۱/۷۵	<p>الف) $-\frac{1}{2} \cos 2x - \frac{2}{5} \sin 5x + \ln x + c \quad (۰/۷۵)$</p> <p>ب) $\int_0^1 0 dx + \int_1^1 1 dx = x \Big _1^1 = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$</p>	۱۳
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۶ / ۳ / ۶	تعداد صفحه : ۱
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خردادماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	جواب‌هایی از نابرابری $ x^2 - 1 < 3$ را به دست آورید که در بازه متقارن $\left(2 - \frac{1}{10}, 2 + \frac{1}{10}\right)$ باشد.	۱
۰/۷۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید : الف) مرکز بازه متقارن $(-6, 4)$ برابر است با ب) دنباله $\left\{3 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$ همگرا به عدد است . ج) اینفیمم دنباله $\left\{2 + \frac{(-1)^n}{n}\right\}$ برابر با می باشد.	۲
۱/۲۵	با استفاده از تعریف حد دنباله‌ها ثابت کنید : $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n^2} = 0$	۳
۱	حدود m را طوری تعیین کنید که معادله $x^2 + 2x + m = 0$ در بازه $(0, 1)$ حداقل دارای یک ریشه باشد.	۴
۱	مجانب مایل تابع $f(x) = 2x + \sqrt{x^2 + 3}$ را وقتی $x \rightarrow +\infty$ به دست آورید.	۵
۱	پیوستگی تابع $f(x) = [\sin x]$ را در نقطه $x = \pi$ بررسی کنید.	۶
۱	بالنی را از هوا پر می کنیم آهنگ تغییر حجم بالن هنگامی که شعاع آن ۱۵ سانتیمتر است را بیابید.	۷
۱/۵	مشقت پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ را در $x = 2$ بررسی کنید سپس معادله خط مماس بر منحنی را در نقطه $x = 2$ بنویسید.	۸
۱/۵	از $A(0, -1)$ دو مماس بر منحنی $f(x) = x^2 + x$ رسم شده است معادلات این دو خط مماس را به دست آورید.	۹
۱	مشقت بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = \ln(\sin x)$ ب) $\cos \sqrt{y} = y^x \sin x$	۱۰
۱	فرض کنید f^{-1} تابع وارون تابع مشتق پذیر f باشد و $g(x) = \frac{1}{f^{-1}(x)}$ اگر $f(1) = 2$ و $f'(1) = \frac{1}{8}$ مقدار $g'(2)$ را بیابید.	۱۱
۱	به کمک آزمون مشتق مرتبه اول نقاط ماکسیمم و مینیمم موضعی تابع $f(x) = \sqrt{\sin^2 x}$ را روی بازه $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right)$ پیدا کنید.	۱۲
۱/۵	جهت تقعر نمودار f با ضابطه $f(x) = x^4 - 4x^2$ را در دامنه اش مشخص کنید و نقاط عطف آن را در صورت وجود به دست آورید.	۱۳
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2}$ را رسم کنید.	۱۴
۱/۵	با استفاده از افزایش مناسب، مساحت ناحیه‌ای تحت $f(x) = x + 2$ بالای $y = 0$ از $x = -2$ تا $x = 0$ را حساب کنید.	۱۵
۱	بدون محاسبه مستقیم انتگرال، نامساوی داده شده را ثابت کنید. $3 \leq \int_0^2 \frac{x^2 + 5}{x^2 + 2} dx \leq 5$	۱۶
۱	انتگرال معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int (e^x + \cos x) dx$ ب) $\int_0^1 x \sqrt{x} dx$	۱۷
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۳/۶	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$ x^2 - 1 < 1 \Rightarrow -3 < x^2 - 1 < 3 \xrightarrow{(+1)} -2 < x^2 < 4 \xrightarrow{x^2 \geq 0} 0 \leq x^2 < 4 \xrightarrow{(-\sqrt{x})} -2 < x < 2 \xrightarrow{(-1/25)} 1/9 < x < 2 \quad (0/25)$	۱
۰/۷۵	(الف) -۱ (۰/۲۵) (ب) همگرایه ۳ (۰/۲۵) (ج) ۱ (۰/۲۵)	۲
۱/۲۵	$\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N}, n \geq M \Rightarrow \left \frac{1}{2n^2} - 0 \right < \varepsilon \Rightarrow 2n^2 > \frac{1}{\varepsilon} \xrightarrow{(-1/25)} n > \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}} \xrightarrow{(-1/25)} M \geq \left\lceil \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}} \right\rceil + 1$	۳
۱	$f(0) = m, f(1) = 2 + m, f(0) \cdot f(1) < 0 \xrightarrow{(-1/5)} m(2 + m) < 0 \xrightarrow{(-1/25)} -3 < m < 0 \quad (0/25)$	۴
۱	$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 3}}{x} = 2 \quad (0/25),$ $h = \lim_{x \rightarrow +\infty} (y - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \underbrace{2x + \sqrt{x^2 + 3} - 2x}_{(0/25)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3} - x \right) \left(\frac{\sqrt{x^2 + 3} + x}{\sqrt{x^2 + 3} + x} \right) = 0 \quad (0/25)$ <p>مجانب مایل: $y = 2x$ (۰/۲۵)</p>	۵
۱	$\left. \begin{aligned} f(\pi) &= 0 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow \pi^-} [\sin x] &= -1 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow \pi^+} [\sin x] &= 0 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{(0/25) تابع در } x = \pi \text{ پیوسته نیست}$	۶
۱	$V(r) = \frac{4}{3} \pi r^3 \xrightarrow{(-1/25)} V'(r) = 4\pi r^2 \xrightarrow{r=15} V'(15) = 4\pi (15)^2 = 900\pi \quad (0/25)$	۷
۱/۵	$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - 2 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{(x-2)^2}} = +\infty \quad (0/25)$ <p>در $x = 2$ مشتق پذیر نیست (۰/۲۵)</p> <p>منحنی دارای خط مماس قائم $x = 2$ است. (۰/۵ نمره)</p>	۸
۱/۵	$B(a, a^2 + a), y' = 2x + 1 \xrightarrow{(-1/25)} m = 2a + 1 \xrightarrow{(-1/25)} y - (a^2 + a) = (2a + 1)(x - a) \xrightarrow{(-1, -)} -1 - a^2 - a = -2a^2 - a$ $\rightarrow a^2 = 1 \rightarrow a = \pm 1 \xrightarrow{(-1/25)} \begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = -x - 1 \end{cases} \quad (0/25)$	۹
۱	الف) $y' = \frac{\cos x}{\sin x}$ (۰/۲۵) ب) $\frac{y'}{2\sqrt{y}} \sin \sqrt{y} = 2yy' \sin x + y^2 \cos x$ (۰/۲۵)	۱۰

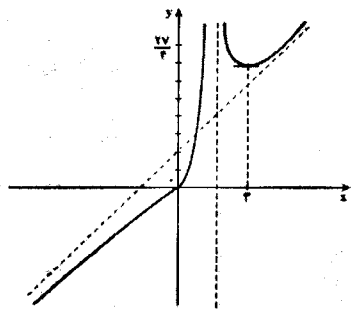
ادامه در برگه دوم

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان بهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۳/۶	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶	
ردیف	راهنمای تصحیح	
نمره		

۱	$f(1) = 2, f'(1) = \frac{1}{8} \rightarrow f^{-1}(2) = 1 \quad (0/25), (f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(1)} = 8 \quad (0/25)$ $g'(x) = \frac{-(f^{-1})'(x)}{(f^{-1}(x))^2} \xrightarrow{(0/25)} g'(2) = \frac{-8}{1} = -8 \quad (0/25)$	۱۱																				
۱	$y' = \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}} \xrightarrow{(0/25)} \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \quad (0/25) \\ \sin x = 0 \rightarrow x = 0 \end{cases}$ <p>تابع در بازه $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ نزولی و در $(0, \frac{\pi}{2})$ صعودی در نتیجه بنابر آزمون مشتق اول در $(0, 0)$ مینیمم نسبی است. (۰/۲۵)</p> <p>تابع در $(0, \frac{\pi}{2})$ صعودی و در $(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3})$ نزولی در نتیجه بنابر آزمون مشتق اول در $(\frac{\pi}{2}, 1)$ ماکسیمم نسبی است. (۰/۲۵)</p>	۱۲																				
۱/۵	$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 \quad (0/25)$ $f''(x) = 12x^2 - 24x \quad (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} 12x(x-2) = 0 \rightarrow x = 0, x = 2 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>علامت f''(x)</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>جهت تغير f</td> <td>رو به بالا</td> <td>رو به پایین</td> <td>رو به بالا</td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵ نمره)</p> <p style="text-align: right;">نقاط عطف: $(0, 0), (2, -16)$ (۰/۲۵)</p>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	علامت f''(x)	+	0	-	+	جهت تغير f	رو به بالا	رو به پایین	رو به بالا		۱۳					
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																		
علامت f''(x)	+	0	-	+																		
جهت تغير f	رو به بالا	رو به پایین	رو به بالا																			
۲	<p>مجانِب قائم: $D = R - \{1\}, x = 1 \quad (0/25)$</p> <p>مجانِب مایل: $y = x + 2 \quad (0/25)$ مجانب افقی ندارد</p> $y' = \frac{3x^2(x-1)^2 - 2(x-1)x^2}{(x-1)^4} = \frac{x^2 - 3x^2}{(x-1)^4} \xrightarrow{y'=0} x = 0, x = 3 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗</td> <td>↗</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↗</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵ نمره)</p>	x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$	y'	+	0	+	-	0	+	y	$-\infty$	↗	↗	↘	↘	↗	۱۴
x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$																	
y'	+	0	+	-	0	+																
y	$-\infty$	↗	↗	↘	↘	↗																
ادامه در برگه ی سوم																						

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۳/۶	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

	 <p style="text-align: center;">(۰/۵ نمره)</p>	ادامه ۱۴
۱/۵	$\Delta x = \frac{2}{n} \quad (۰/۲۵) \quad x_i = -2 + \frac{2}{n}i \quad (۰/۲۵) \quad f(x_i) = \frac{2}{n}i \quad (۰/۲۵)$ $A = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \underbrace{\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x}_{(۰/۲۵)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \frac{2}{n}i = \lim_{n \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{4}{n^2} \times \frac{n(n+1)}{2}}_{(۰/۲۵)} = 2 \quad (۰/۲۵)$	۱۵
۱	$f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 + 2} \rightarrow f'(x) = \frac{2x(x^2 + 2) - 2x(x^2 + 5)}{(x^2 + 2)^2} \xrightarrow{f'(x)=0} x=0 \quad (۰/۲۵)$ $f(0) = \frac{5}{2} \text{ max}, \quad f(2) = \frac{2}{2} \text{ min} \quad (۰/۲۵)$ $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a) \rightarrow 2 \leq \int_2^5 \frac{x^2 + 5}{x^2 + 2} dx \leq 5 \quad (۰/۲۵)$	۱۶
۱	<p>الف) $f(x) = e^x + \sin x + c \quad (۰/۵)$</p> <p>ب) $f(x) = \int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{3}{5} \times x^{\frac{5}{3}} \Big _0^1 = \frac{3}{5} \quad (۰/۲۵)$</p>	۱۷
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	



موسسه ایران دانش نوین

رویای خودت شود...



@IranDaneshNovin



@Iran_Danesh_Novin

برای دانلود بقیه ی جزوات با کلیک روی لینک های زیر به سایت
یا کانال های ما در تلگرام و سروش سر بزنید:

www.IDNovin.com

<https://telegram.me/irandaneshnovin>

http://sapp.ir/iran_danesh_novin

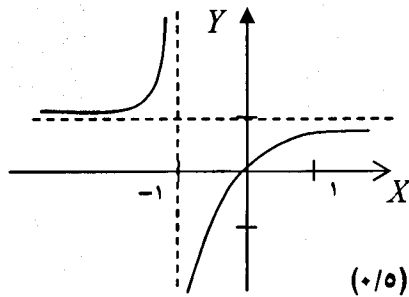
مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	ساعات شروع: ۹ صبح	سوالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۵/۳۱	پیش دانشگاهی		
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان سالی واحدی (روزانه) سراسر کشور در مرداد ماه سال ۱۳۹۱		
نمره	سوالات (پاسخنامه دارد)		ردیف

۰/۷۵	اشتراک دو بازه‌ی $(-۱, ۶)$ و $(-۲, ۴)$ را به صورت یک همسایگی متقارن نوشته و مرکز و شعاع آن را تعیین کنید.	۱
۱/۲۵	دنباله‌ی $\{\cos \frac{\pi}{n}\}$ را در نظر بگیرید. با ارائه‌ی دلیل به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) کرانداری دنباله‌ی فوق را بررسی کنید. ب) آیا سری $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi}{n}$ همگراست؟	۲
۱/۵	مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع رو به رو در $x=1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} b[x] + ۳ & x > ۱ \\ ۶ & x = ۱ \\ \frac{۳a(x-1)}{x^2 - 1} & x < ۱ \end{cases}$	۳
۱/۵	کلیدی مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ را تعیین کنید.	۴
۱	فرض کنید $f'(2) = \frac{۳}{۲}$. مشتق $g(x) = f(\frac{1}{x})$ را در $x = \frac{1}{۲}$ محاسبه کنید.	۵
۱	معادله‌ی خط مماس بر منحنی $x^4 + 16y^4 = ۳۲$ را در نقطه‌ی $(۲, -۱)$ بنویسید.	۶
۱	نقطه‌ی M روی مسیر $f(x) = \sqrt{3x^2 + 1}$ در حال حرکت است. هنگامی که M در نقطه‌ی $(۱, ۲)$ قرار دارد، اگر مولفه‌ی y آن با سرعت ۶ متر بر ثانیه افزایش یابد، مولفه‌ی x با چه سرعتی تغییر می‌کند؟	۷
۲	مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2}{x - 1}$ را در بازه‌ی $[-۱, \frac{1}{۲}]$ در صورت وجود بیابید.	۸
۲	برای تابع $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$ در بازه‌ی $[۱, ۳]$ شرایط قضیه‌ی مقدار میانگین را بررسی کنید و در صورت برقراری شرایط قضیه، مقدار یا مقادیر مناسبی برای c بیابید.	۹
۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x + 1}$ را رسم کنید.	۱۰
۱/۵	با استفاده از قاعده‌ی هوییتال حد رو به رو را محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + x}{\tan 2x}$	۱۱
۱/۵	با استفاده از حد مجموع بالای ریمان، مقدار $\int_0^1 2x \, dx$ را به دست آورید.	۱۲
۰/۷۵	بدون محاسبه‌ی انتگرال، مشتق $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \frac{t}{2 + \sqrt{t}} \, dt$ را پیدا کنید.	۱۳
۱	مقدار متوسط تابع $y = x - \frac{1}{x^2}$ را در بازه‌ی $[۱, ۳]$ بیابید.	۱۴
۱/۲۵	انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.	۱۵

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۵/۳۱	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان سالی واحدی (روزانه) سراسر کشور در مرداد ماه سال ۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۰/۷۵	$(-۲, ۴) \cap (-۱, ۶) = (-۱, ۴)$ (۰/۲۵) , $a = \frac{۳}{۲}$ (۰/۲۵) , $r = \frac{۵}{۲}$ (۰/۲۵)	۱
۱/۲۵	الف) دنباله کراندار است (۰/۲۵) زیرا $ \cos \frac{\pi}{n} \leq 1$ (۰/۲۵) ب) سری واگراست (۰/۲۵) زیرا $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{\pi}{n} = \cos 0 = 1 \neq 0$ (۰/۲۵)	۲
۱/۵	$f(1) = ۶$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{۳a(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{۳a}{۲} = ۶$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = ۴$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} b + ۳ = ۶$ (۰/۲۵) $\Rightarrow b = ۳$ (۰/۲۵)	۳
۱/۵	$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$ (۰/۲۵) , $b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x-1} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x}{x-1} = 1$ (۰/۲۵)	۴
۱	$g'(x) = -\frac{1}{x^2} \times f'(\frac{1}{x}) \Big _{x=\frac{1}{2}} = -\frac{1}{4} f'(2) = -۶$ (۰/۲۵)	۵
۱	$\frac{dy}{dx} = \frac{-(۴x^2)}{۱۶ \times ۴y^2} = \frac{-x^2}{۱۶y^2} \Rightarrow m = \frac{1}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y + 1 = \frac{1}{۲}(x - 2)$ (۰/۲۵)	۶
۱	$y'(t) = \frac{۶x x'(t)}{۲\sqrt{۳x^2 + 1}} \xrightarrow{(1, 2)} ۶ = \frac{۶ \times 1 \times x'(t)}{۴} \Rightarrow x'(t) = ۴ \frac{m}{s}$ (۰/۲۵)	۷
۲	$f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow x = 0$ (۰/۲۵) $f(0) = 0$ (۰/۲۵) ماکسیمم مطلق $x = 2$ غق ق (۰/۲۵) $\Rightarrow f(\frac{1}{2}) = f(-1) = -\frac{1}{۲}$ (۰/۲۵) مینیمم مطلق	۸
۲	f روی بازه $[1, 3]$ پیوسته (۰/۲۵) و روی $(1, 3)$ مشتق پذیر است (۰/۲۵). از طرفی $f'(x) = ۳x^2 - 10x - 3$ (۰/۲۵) که $c \in (1, 3)$ که $f(1) = -7$ و $f(3) = -27$ (۰/۲۵) بنا بر قضیه میانه مقدار میانگین وجود دارد (۰/۲۵). در نتیجه $f'(c) = ۳c^2 - 10c - 3 = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = -10$ (۰/۲۵) $c = 1$ غق ق (۰/۲۵) $c = \frac{7}{3}$ ق ق (۰/۲۵)	۹

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۵/۳۱		پیش دانشگاهی
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان سالی واحدی (روزانه) سراسر کشور در مرداد ماه سال ۱۳۹۱
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۲	$\begin{cases} x \rightarrow -1 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = -1 \text{ (۰/۲۵) } \quad \begin{cases} x \rightarrow \pm \infty \\ y \rightarrow 1 \end{cases} \Rightarrow y = 1 \text{ (۰/۲۵)}$ $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \text{ (۰/۵)}$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td></td> <td>-1</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td>↗</td> <td>$+\infty$</td> <td>$-\infty$</td> <td>↘ 1</td> </tr> </table> 	x	$-\infty$		-1		$+\infty$	y'		+	+	+	+	y	1	↗	$+\infty$	$-\infty$	↘ 1	۱۰
x	$-\infty$		-1		$+\infty$															
y'		+	+	+	+															
y	1	↗	$+\infty$	$-\infty$	↘ 1															
۱/۵	$H: \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + 1}{2(1 + \tan^2 2x)} = 1 \text{ (۰/۵)}$	۱۱																		
۱/۵	$\Delta x = \frac{1}{n} \text{ (۰/۲۵)}$ $x_i = \frac{i}{n} \text{ (۰/۲۵)}$ $\Rightarrow U_n(f) = \sum_{i=1}^n \Delta x \times f(x_i) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \times \left(2 \times \frac{i}{n}\right) = \frac{1}{n} \left(2 \sum_{i=1}^n i\right) = \frac{1}{n} \times 2 \times \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n+1}{n}$ $\int_0^1 2x \, dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n(f) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{n} = 1 \text{ (۰/۲۵)}$	۱۲																		
۰/۷۵	$\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \frac{t}{2 + \sqrt{t}} dt = \frac{2x}{2 + x } \times \frac{x^2}{2 + x } \text{ (۰/۲۵)}$	۱۳																		
۱	$\frac{1}{3-1} \int_1^3 \left(x - \frac{1}{x^2}\right) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{x} \right) \Big _1^3 = \frac{5}{3} \text{ (۰/۲۵)}$	۱۴																		
۱/۲۵	<p>الف) $\int (3x-1) dx = \frac{3}{2} x^2 - x + c \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>ب) $2 \int \frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} dx = 2 \sin \sqrt{x} + c \text{ (۰/۲۵)}$</p>	۱۵																		

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع : ۹ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۶ / ۱۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهر یور ماه سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات	نمره	

۱	نامساوی $3 < x < 9$ را به صورت $ x - \alpha < \beta$ بنویسید.	
۱	اگر برای هر عدد حقیقی $\varepsilon > 0$ داشته باشیم $0 \leq x < \varepsilon$ ثابت کنید که $x = 0$.	
۱/۵	با استفاده از تعریف حد دنباله ها ثابت کنید: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + (-1)^n}{n^2} = 0$	
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) حد دنباله ی $\left\{ \left(\frac{3n-1}{n+1} \right)^2 \right\}$ برابر است با ب) اگر برای دنباله های $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ داشته باشیم $\forall n \in \mathbb{N}, a_n \leq c_n \leq b_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = L$ آن گاه $\lim_{n \rightarrow +\infty} c_n$ برابر است با	
۳	با ذکر دلیل، همگرایی یا واگرایی سری های زیر را بررسی کنید و در صورت همگرایی، مقدار سری را بیابید. الف) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2k+7}{2k-1}$ ب) $\sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^{k+1}$ ج) $\sum_{k=1}^{+\infty} \log \frac{k+1}{k+2}$	
۱/۵	با استفاده از دنباله ها، ثابت کنید تابع زیر در نقطه ی $x = 0$ حد ندارد. $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases}$	
۲/۲۵	بدون استفاده از قاعده ی هوپیتال، حدهای زیر بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+4}{[-x] - 3}$	
۱/۵	مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع زیر در \mathbb{R} پیوسته باشد. $f(t) = \begin{cases} a \sin t + b \cos 2t & t < \frac{\pi}{6} \\ \cos^2 t + 2 & \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{3} \\ \sin^2 t + b & t > \frac{\pi}{3} \end{cases}$	
۱/۲۵	با استفاده از قضیه ی مقدار میانی، ثابت کنید خط $y = 4$ نمودار تابع $f(x) = (x-3)(x-5) + x$ را قطع می کند.	
۲	معادله ی مجانب های تابع $y = \frac{2x^5 - 1}{x^2 - 3x^2}$ را بنویسید.	
۱	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $y = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه ی $x = 27$ بیابید.	
۱	اگر $g(x) = x^2 + 2$ و $f(x) = \sqrt{5x+1}$ و $F = f \circ g$ باشد، $F'(x)$ را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست)	
۱	فرض کنید تابع f روی \mathbb{R} مشتق پذیر و فرد باشد. ثابت کنید تابع f' زوج است.	
۱	معادله ی خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = 4x^2 - 5x + 2$ را در نقطه ی $A(1, -2)$ بنویسید.	
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۶/۱۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح (اصلاحیه دارد)	

۱	$\alpha = \frac{3+9}{2} = 6 \quad (0/25) , \beta = \frac{9-3}{2} = 3 \quad (0/25) \Rightarrow x-6 < 3 \quad (0/5)$	۱
۱	اگر $x = 0$ که حکم برقرار است (۰/۲۵). حال فرض کنیم چنین نباشد (فرض خلف) یعنی $x \neq 0$. لذا $x > 0$ چون عبارت برای هر $\varepsilon > 0$ برقرار است، قرار می دهیم $\varepsilon = x$ (۰/۲۵). در نتیجه $0 \leq x < x$ که این تناقض است پس فرض خلف باطل است، یعنی $x = 0$ (۰/۲۵).	۲
۱/۵	$\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N}, (\forall n \geq M, \left \frac{1+(-1)^n}{n^2} - 0 \right < \varepsilon) \quad (0/25)$ اگر n فرد باشد که $\left \frac{1+(-1)^n}{n^2} - 0 \right = \frac{2}{n^2} < \varepsilon$ و این رابطه همواره برقرار است (۰/۵). اگر n زوج باشد داریم: $\frac{2}{n^2} < \varepsilon \Rightarrow \frac{n^2}{2} > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}$ بنابراین کافی است $M \geq \lceil \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \rceil + 1$ باشد (۰/۲۵).	۳
۱		۴ (الف) ۹ (۰/۵) (ب) L (۰/۵)
۳	سری واگراست. (۰/۲۵) \Rightarrow (۰/۲۵) $\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{3^k + 7}{3^k - 1} = 1 \neq 0$ (۰/۲۵) الف) ب) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{4}{25} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{k-1} = \frac{4}{25} \times \frac{1}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{4}{15}$ (۰/۲۵) ج) دنباله $\{S_n\}$ واگراست (۰/۲۵). پس سری واگراست. (۰/۲۵) $S_n = \sum_{k=1}^n (\log(k+1) - \log(k+2)) = \log 2 - \log(n+2)$ (۰/۲۵)	۵
۱/۵	$\begin{cases} a_n = \frac{1}{n} \\ b_n = -\frac{1}{n} \end{cases} \quad (0/5) \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0, \forall n \in \mathbb{N}_n, b_n \neq 0, \lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = 0 \quad (0/25)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = 1 \quad (0/25)$ چون دو دنباله $\{f(a_n)\}, \{f(b_n)\}$ به دو عدد نابرابر همگرایند، لذا $f(x)$ در صفر حد ندارد. (۰/۲۵)	۶
۲/۲۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \times \frac{x^2}{4}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{4} = 0 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} \times \frac{\sqrt{x+2} + 2}{\sqrt{x+2} + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \frac{1}{4} \quad (0/25)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+4}{[-x]-3} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{6}{-3-3} = -1 \quad (0/25)$	۷
ادامه در برگه ی دوم		

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۹ / ۶ / ۱۳۹۰	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح (اصلاحیه دارد)	

۱/۵	<p>باید $\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{3}} f(t) = f(\frac{\pi}{3})$ و $\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{6}} f(t) = f(\frac{\pi}{6})$ باشد. بنابراین</p> $\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{6}} (a \sin t + b \cos t) = a \sin \frac{\pi}{6} + b \cos \frac{\pi}{3} = \frac{a}{2} + \frac{b}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a + b = 4$ $\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\cos^2 t + 2) = \cos^2 \frac{\pi}{6} + 2 = 2 \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\cos^2 t + 2) = \cos^2 \pi + 2 = 1 \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sin^2 t + b) = \sin^2 \frac{\pi}{3} + b = \frac{3}{4} + b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{3}{4} + b = 1$ $\Rightarrow a = \frac{15}{4}, b = \frac{1}{4} \quad (۰/۵)$	۸
۱/۲۵	تابع f در بازه $[۳, ۵]$ پیوسته است $(۰/۲۵)$ و $f(۳) = ۳$ و $f(۵) = ۵$ $(۰/۵)$. بین $f(۳)$ و $f(۵)$ است $(۰/۲۵)$. آن گاه حداقل یک عدد حقیقی x در بازه $[۳, ۵]$ وجود دارد که $(۰/۲۵) f(x) = ۴$.	۹
۲	<p>مجانبهای قائم $x = \sqrt{3}$, $x = 0$, $x = -\sqrt{3}$ $(۰/۷۵)$</p> $\begin{cases} x \rightarrow \sqrt{3} \\ y \rightarrow \infty \end{cases}, \begin{cases} x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow \infty \end{cases}, \begin{cases} x \rightarrow -\sqrt{3} \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = \sqrt{3}, x = 0, x = -\sqrt{3}$ $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^5 - 1}{x(x^2 - 3x^2)} = 2 \quad (۰/۲۵)$ $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\frac{2x^5 - 1}{x^2 - 3x^2} - 2x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{6x^2 - 1}{x^2 - 3x^2} = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y = 2x \quad (۰/۲۵)$ <p>مجانب مایل</p>	۱۰
۱	$f'(27) = \lim_{x \rightarrow 27} \frac{\sqrt[3]{x} - 3}{x - 27} = \lim_{x \rightarrow 27} \frac{x - 27}{(x - 27)(\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x} + 9)} = \frac{1}{27} \quad (۰/۲۵)$	۱۱
۱	$\begin{cases} F'(x) = f'(g(x)) \times g'(x) \quad (۰/۲۵) \\ f'(x) = \frac{\Delta}{2\sqrt{\Delta x + 1}}, g'(x) = 4x^2 \quad (۰/۵) \Rightarrow F'(x) = \frac{\Delta}{2\sqrt{\Delta(x^2 + 2)} + 1} \times 4x^2 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$	۱۲
۱	$\forall x \in \mathbb{R}, f(-x) = -f(x) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow -f'(-x) = -f'(x) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow f'(-x) = f'(x) \quad (۰/۲۵)$ <p>پس f' زوج است. $(۰/۲۵)$</p>	۱۳
۱	$f'(x) = 12x^2 - 5 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m = f'(1) = 7 \quad (۰/۲۵), y + 2 = 7(x - 1) \rightarrow y = 7x - 9 \quad (۰/۵)$ <p>اصلاحیه ی سوال ۱۴</p> <p>با احترام به عرض می رساند، در صورتی که دانش آموزان با در نظر گرفتن نقطه ی A روی منحنی تابع $f(x)$، مساله را به روش بالا حل نموده اند نمره ی کامل به آنها داده شود و در صورتی که دانش آموزی با بررسی وجود نقطه ی A روی منحنی $f(x)$ به این نکته اشاره نمود که نقطه روی منحنی صدق نمی کند و از راه حل ذیل تا مرحله ی تشکیل معادله ی درجه ی سه برای یافتن طول نقطه ی تماس منحنی و خط مماس، پیش رفته است نیز نمره کامل به وی داده شود.</p> $f'(x) = 12x^2 - 5 \quad (۰/۲۵), A = (1, -2), B = (\alpha, 4\alpha^2 - 5\alpha + 2)$ $m_{AB} = f'(\alpha) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{4\alpha^2 - 5\alpha + 4}{\alpha - 1} = 12\alpha^2 - 5 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 8\alpha^2 - 12\alpha^2 + 1 = 0 \quad (۰/۲۵)$	۱۴
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۲۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات		
	نمره		

۱	معادله ی خط قائم بر منحنی $x^2 - y^2 - 4xy + 1 = 0$ را در نقطه ی $A(0, 1)$ روی منحنی بنویسید.	۱/۵
۲	برای تابع f با ضابطه ی $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ، مقدار $(f^{-1})'(0)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۳	ابتدا مشتق مراتب اول، دوم و سوم چند جمله ای $P_n(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_nx^n$ ، $(n \in \mathbb{N})$ را بیابید، سپس فرمولی برای مشتق مرتبه ی n ام آن بنویسید.	۱
۴	طول نقاط ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ را در صورت وجود در بازه ی $[-1, 2]$ مشخص کنید.	۱/۷۵
۵	شرایط قضیه مقدار میانگین را برای تابع $f(x) = x^2 + 2x$ روی بازه ی $[-1, 1]$ بررسی کرده و عدد c مذکور در قضیه را محاسبه نمایید.	۱/۵
۶	تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ را در نظر بگیرید. با استفاده از آزمون مشتق اول، بازه هایی که تابع بر آنها اکیداً صعودی است را مشخص کنید.	۱/۷۵
۷	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x^2}{x-1}$ را رسم کنید.	۲
۸	با استفاده از قاعده ی هوییتال، حد تابع زیر را محاسبه کنید.	۱/۲۵
	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \cos x - 1}{1 - \tan^2 x}$	
۹	به کمک دیفرانسیل، مقدار تقریبی $\sqrt[3]{9}$ را تا دو رقم اعشار به دست آورید.	۱
۱۰	ثابت کنید اگر تابع f روی بازه ی $[a, b]$ تعریف شده و نقطه ی c ، $a < c < b$ نقطه ی اکسترمم مطلق تابع روی این بازه باشد، آن گاه c نقطه ی بحرانی f است.	۰/۷۵
۱۱	مجموع $\sum_{i=1}^{20} i(i+1)$ را حساب کنید.	۱
۱۲	مجموع بالای ریمان تابع $f(x) = x^2 + 1$ را در بازه ی $[0, 1]$ و برای $n = 4$ محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	بدون محاسبه ی انتگرال، مشتق تابع $\int_{\sqrt{t}}^1 \sqrt{1+x^2} dx$ را نسبت به t محاسبه کنید.	۱
۱۴	مقدار متوسط تابع $f(x) = \frac{2}{x^2}$ را در بازه ی $[1, 2]$ بیابید.	۰/۷۵
۱۵	انتگرال های زیر را محاسبه کنید.	۱/۷۵
	الف) $\int (x^2 + 3\sqrt{x}) dx$ ب) $\int_0^2 (x x + 1) dx$	
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

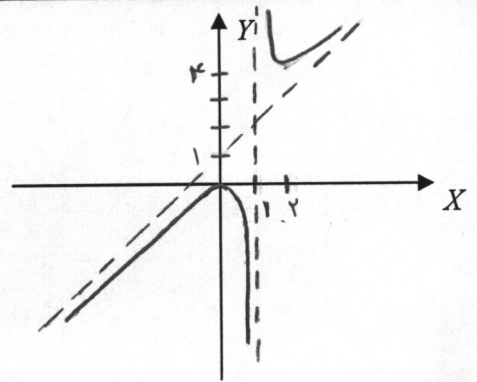
باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۲۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$y' = \frac{-(2x-4y)(0/5)}{(-3y^2-4x)(0/25)} \Rightarrow m = -\frac{4}{3} (0/25) \Rightarrow m' = \frac{3}{4} (0/25) \Rightarrow y-1 = \frac{3}{4} x (0/25)$	۱																		
۱/۵	$a^2 + 2a - 3 = 0 \Rightarrow (a-1)(a^2 + a + 3) = 0 (0/25) \Rightarrow a^2 + a + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = -11 < 0 (0/25)$ $f'(x) = 3x^2 + 2(0/25) \Rightarrow (f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{5} (0/25)$	۲																		
۱	$P'_n(x) = c_1 + 2c_2x + 3c_3x^2 + \dots + nc_nx^{n-1} (0/25)$ $P''_n(x) = 2c_2 + 6c_3x + \dots + n(n-1)c_nx^{n-2} (0/25)$ $P'''_n(x) = 6c_3 + 24c_4x + \dots + n(n-1)(n-2)c_nx^{n-3} (0/25)$ ⋮ $P_n^{(n)}(x) = n(n-1)(n-2)\dots \times 1 \times c_n = n!c_n (0/25)$	۳																		
۱/۷۵	تابع g در بازه $[-1, 2]$ پیوسته است. (۰/۲۵) $g'(x) = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} (0/25) \Rightarrow g'(x) = 0 \Rightarrow x = 0 (0/25) \Rightarrow \begin{cases} g(-1) = \sqrt{3} \\ g(0) = 2 \\ g(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ طول ماکسیمم مطلق} \\ x=2 \text{ طول مینیمم مطلق} \end{cases} (0/5)$	۴																		
۱/۵	تابع $f(x)$ روی بازه $[-1, 1]$ پیوسته (۰/۲۵) و روی بازه $(-1, 1)$ مشتق پذیر است. (۰/۲۵) بنابراین $\exists c \in (-1, 1), f'(c) = \frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{3 - (-1)}{2} = 2 (0/25)$ لذا $2c + 2 = 2$ در نتیجه $c = 0$. (۰/۲۵)	۵																		
۱/۷۵	$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x-3)(x+1) = 0 (0/25) \Rightarrow x = 3 (0/25), x = -1 (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>\nearrow</td> <td>\searrow</td> <td>\nearrow</td> <td></td> </tr> </table> روی بازه $(3, +\infty)$ اکیداً صعودی (۰/۲۵) روی بازه $(-\infty, -1)$ اکیداً صعودی (۰/۲۵)	x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	y'	$+$	$-$	$+$		y	\nearrow	\searrow	\nearrow		۶			
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$																
y'	$+$	$-$	$+$																	
y	\nearrow	\searrow	\nearrow																	
۲	$x = 1$ (۰/۲۵) مجانب قائم ، $y = x + 1 + \frac{1}{x-1} \Rightarrow y = x + 1$ (۰/۲۵) مجانب افقی $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 0 (0/25) \Rightarrow x = 0, x = 2 (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>\nearrow</td> <td>\searrow</td> <td>\searrow</td> <td>\nearrow</td> <td></td> </tr> </table> (۰/۵)	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	y'	$+$	$-$	$-$	$+$		y	\nearrow	\searrow	\searrow	\nearrow		۷
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$															
y'	$+$	$-$	$-$	$+$																
y	\nearrow	\searrow	\searrow	\nearrow																

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۶/۲۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

	 <p style="text-align: right;">ادامه ی پاسخ سوال ۷</p> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۷
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-\sqrt{x} \sin x \quad (۰/۵)}{-2 \tan x (1 + \tan^2 x) \quad (۰/۵)} = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$	۸
۱	$f(x) = \sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \Delta x = 1 \quad (۰/۲۵)$ $f(x + \Delta x) \approx f(x) + \Delta x f'(x) \Rightarrow \sqrt[3]{9} \approx \sqrt[3]{8} + 1 \times \frac{1}{3\sqrt[3]{8^2}} = 2.08 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۹
۰/۷۵	قضیه ی ۲ صفحه ی ۱۳۰ کتاب درسی - لطفاً به تناسب نمره داده شود.	۱۰
۱	$\sum_{i=1}^{20} (i^2 + i) = \sum_{i=1}^{20} i^2 + \sum_{i=1}^{20} i = \frac{20 \times 21 \times 41}{6} + \frac{20 \times 21}{2} = 3080 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱۱
۱/۵	$\Delta x = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵), U_4(f) = \sum_{i=1}^4 f(u_i) \Delta x = \frac{1}{4} \times (f(\frac{1}{4}) + f(\frac{2}{4}) + f(\frac{3}{4}) + f(1)) = \frac{1}{4} (\frac{17}{16} + \frac{5}{4} + \frac{25}{16} + 2) = \frac{47}{32} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۱)</p>	۱۲
۱	$\frac{d}{dt} \int_{\sqrt{t}}^1 \sqrt{1+x^2} dx = -\frac{d}{dt} \int_1^{\sqrt{t}} \sqrt{1+x^2} dx = -(\sqrt{t})' \times (\sqrt{1+(\sqrt{t})^2}) = -\frac{1}{2\sqrt{t}} \times \sqrt{1+t}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱۳
۰/۷۵	مقدار متوسط = $\frac{1}{2-1} \int_1^2 \frac{2}{x^2} dx = 1 \times (-\frac{2}{x} \Big _1^2) = 1 \quad (۰/۲۵)$	۱۴
۱/۷۵	<p>الف) $\int (x^2 + 3\sqrt{x}) dx = \frac{1}{3} x^3 + 3 \times \frac{2}{3} \times x^{\frac{3}{2}} + c$</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۵)</p> <p>ب) $\int_0^1 (x[x]+1) dx + \int_1^2 (x[x]+1) dx = \int_0^1 1 \times dx + \int_1^2 (x+1) dx = x \Big _0^1 + (\frac{1}{2} x^2 + x) \Big _1^2 = \frac{7}{2} \quad (۰/۲۵)$</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱۵
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: علوم ریاضی	سوابق: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸		پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	
نمره	سوالات (پاسخنامه دارد)		
ردیف			

۱	مرکز و شعاع همسایگی متقارن (۴, ۶) را تعیین کرده و آن را به صورت $ x - \alpha < \beta$ بنویسید.	۱
۱	ثابت کنید معکوس یک عدد منفی، عددی منفی است.	۲
۱/۵	با استفاده از تعریف حد دنباله ها ثابت کنید: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2}{n^2 - 1} = 2$	۳
۱/۲۵	دنباله ی $\{2 + \frac{(-1)^n}{n}\}$ را در نظر بگیرید. الف) چهار جمله ی اول این دنباله را بنویسید. ب) آیا دنباله ی فوق یکنواست؟	۴
۰/۵	نشان دهید سری $\sum_{k=1}^{\infty} \log\left(\frac{2k+2}{k+1}\right)$ واگراست.	۵
۲/۲۵	ثابت کنید سری های زیر همگراست و مقدار عددی آن ها را بیابید. الف) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k+1)(k+2)}$ ب) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{5^{k+1}}$	۶
۲/۷۵	حدود توابع زیر را بدون استفاده از هم ارزی و قاعده ی هوییتال محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2} - x$	۷
۱/۵	با استفاده از دنباله ها، ثابت کنید تابع رو به رو در نقطه ی $x = 0$ حد ندارد. $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases}$	۸
۲	مقادیر a و b را چنان بیابید تا تابع زیر در $x = 2$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & x > 2 \\ x - 2 & x = 2 \\ b + x & x < 2 \end{cases}$	۹
۱/۲۵	با استفاده از قضیه ی مقدار میانی، نشان دهید معادله ی $x^2 = \frac{1}{2}$ در بازه ی $[0, 1]$ حداقل یک ریشه دارد.	۱۰
۱	معادله ی کلیه ی خطوط مجانب تابع $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4}$ را بنویسید.	۱۱
۱/۵	مشتق پذیری تابع $f(x) = x[x]$ را در $x = 0$ بررسی کنید.	۱۲
۱	معادله ی خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = -x^2 + 4x$ را در نقطه ای به طول ۱ واقع بر منحنی بنویسید.	۱۳
۱/۵	اگر g در نقطه ی a مشتق پذیر و در یک همسایگی a مخالف صفر باشد آنگاه تابع $\frac{1}{g}$ نیز در a مشتق پذیر است	۱۴

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$\alpha = 5 \text{ (} \cdot / 25 \text{)}, \beta = 1 \text{ (} \cdot / 25 \text{)} \Rightarrow x - 5 < 1 \text{ (} \cdot / 5 \text{)}$	۱
۱	برهان خلف: فرض کنیم a عددی منفی باشد و $a^{-1} > 0 \text{ (} \cdot / 25 \text{)}$. حال طرفین را در a ضرب می کنیم. $\underbrace{a a^{-1}}_{\text{(} \cdot / 25 \text{)}} < \underbrace{0}_{\text{(} \cdot / 25 \text{)}}$. بنابراین $1 < 0 \text{ (} \cdot / 25 \text{)}$ که تناقض است.	۲
۱/۵	$\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N} \ni \forall n \geq M \Rightarrow \left \frac{2n^2}{n^2 - 1} - 2 \right < \varepsilon \text{ (} \cdot / 5 \text{)} \Rightarrow \left \frac{2}{n^2 - 1} \right < \varepsilon \text{ (} \cdot / 25 \text{)} \xrightarrow{n \neq 1} n^2 - 1 > \frac{2}{\varepsilon} \text{ (} \cdot / 25 \text{)}$ $\Rightarrow n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon} + 1} \text{ (} \cdot / 25 \text{)} \Rightarrow M \geq \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon} + 1} \right] + 1 \text{ (} \cdot / 25 \text{)}$	۳
۱/۲۵	(الف) $a_1 = 1, a_2 = \frac{5}{2}, a_3 = \frac{5}{3}, a_4 = \frac{9}{4}$ (ب) خیر (۰/۲۵)	۴
۰/۵	$\lim_{n \rightarrow \infty} \log\left(\frac{3n+2}{n+1}\right) = \log 3 \neq 0 \text{ (} \cdot / 25 \text{)}$	۵
۲/۲۵	(الف) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2} \right) \text{ (} \cdot / 25 \text{)} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{2} \text{ (} \cdot / 25 \text{)}$ (ب) $a = \frac{2}{25}, r = \frac{1}{5} \text{ (} \cdot / 5 \text{)} \Rightarrow r < 1 \text{ (} \cdot / 25 \text{)}$ سری همگراست مقدار سری: $S = \frac{\frac{2}{25}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{1}{10} \text{ (} \cdot / 25 \text{)}$	۶
۲/۷۵	(الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 = 2 \times 1 = 2 \text{ (} \cdot / 25 \text{)}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2}{x} = -\infty \text{ (} \cdot / 25 \text{)}$ (ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2} - x) \times \frac{\sqrt{x^2 + 2} + x}{\sqrt{x^2 + 2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{ x \sqrt{1 + \frac{2}{x^2} + x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0 \text{ (} \cdot / 25 \text{)}$	۷

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

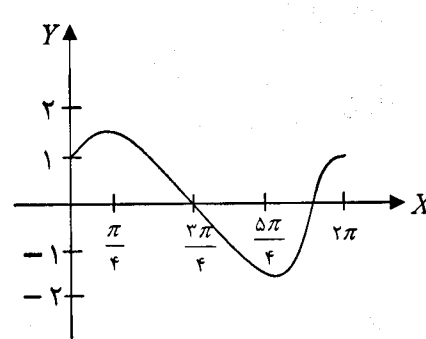
۱/۵	$\begin{cases} a_n = \frac{1}{n} & \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0, \forall n \in \mathbb{N}, a_n, b_n \neq 0 \text{ (۰/۲۵)} \\ b_n = -\frac{1}{n} & f(a_n) = \frac{1}{n} \text{ (۰/۲۵), } f(b_n) = 1 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = 0 \text{ (۰/۲۵), } \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = 1 \text{ (۰/۲۵)}$ <p>چون دو دنباله ی $\{f(a_n)\}$، $\{f(b_n)\}$ به دو عدد نابرابر همگرايند، لذا در $f(x)$ در صفر حد ندارد. (۰/۲۵)</p>	۸
۲	$f(2) = a \text{ (۰/۲۵)}$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 \text{ (۰/۲۵)}$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} b + x = b + 2 \text{ (۰/۲۵)}$ $\Rightarrow b + 2 = a = 4 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \text{ (۰/۲۵)} \\ b = 2 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$	۹
۱/۲۵	<p>تابع $f(x) = x^2 - \frac{1}{y}$ در بازه ی $[0, 1]$ پیوسته است (۰/۲۵) و $f(0) = -\frac{1}{y}$ واضح است که $f(1) = \frac{1}{y}$ (۰/۲۵)</p> <p>$f(0) \times f(1) < 0$ (۰/۲۵). طبق نتیجه ی قضیه ی مقدار میانی، مقدار f در نقطه ای از بازه ی $(0, 1)$ صفر خواهد شد. (۰/۲۵)</p>	۱۰
۱	<p>مجانبات های قائم $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = 2 \text{ (۰/۲۵)}, \begin{cases} x \rightarrow -2 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = -2 \text{ (۰/۲۵)}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4} = 1 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow y = 1 \text{ (۰/۲۵)}$ مجانب افقی</p>	۱۱
۱/۵	<p>تابع در $x = 0$ مشتق پذیر نیست (۰/۲۵). زیرا</p> $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x[x]}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} [x] = 0 \text{ (۰/۲۵)}$ $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x[x]}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} [x] = -1 \text{ (۰/۲۵)}$	۱۲
۱	$f(1) = 2 \text{ (۰/۲۵)}, f'(x) = -2x + 4 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow m = f'(1) = 2 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow y - 2 = 2(x - 1) \text{ (۰/۲۵)}$	۱۳
۱/۵	$\left(\frac{1}{g}\right)'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{g(a+h)} - \frac{1}{g(a)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left(\frac{g(a) - g(a+h)}{g(a+h)g(a)} \right)$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{g(a+h)g(a)} \left(\frac{g(a+h) - g(a)}{h} \right) = \frac{-1}{g^2(a)} \times g'(a) \text{ (۰/۲۵)}$	۱۴

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: علوم ریاضی	سوابق: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۲۳		پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	
ردیف	سوالات (پاسخنامه دارد)		
نمره			

۱/۵	معادله‌ی خط مماس بر منحنی معکوس تابع $f(x) = \frac{1}{1+x}$ را در نقطه‌ی ای به طول $\frac{1}{p}$ واقع بر f^{-1} بنویسید.	۱
۱	مشتق سوم تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را در نقطه‌ی $x = -1$ به دست آورید.	۲
۱/۵	کارخانه‌ی ای برای تولید x ساعت مچی $C(x) = 2000 + 10x + \frac{x^2}{100}$ تومان هزینه می کند. الف) هزینه‌ی نهایی وقتی $x = 50$ چیست؟ ب) هزینه‌ی واقعی تولید پنجاه و یکمین ساعت چه قدر است؟	۳
۲	تابع $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ را در نظر بگیرید. الف) نقاط بحرانی تابع f را بیابید. ب) با استفاده از آزمون مشتق دوم، ماکسیمم و مینیمم نسبی بودن هر یک از نقاط بحرانی f را تعیین کنید.	۴
۱/۵	شرایط قضیه‌ی رول را برای تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ روی بازه‌ی $[-1, 1]$ بررسی کنید و در صورت برقراری شرایط، نقطه یا نقاط C مذکور در قضیه را بیابید.	۵
۱/۷۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \sin x + \cos x$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۶
۱/۲۵	جهت تقعر و نقطه‌ی عطف تابع $f(x) = x^3 - 3x^2$ را در صورت وجود پیدا کنید.	۷
۱/۲۵	حد رو به رو را با استفاده از قاعده‌ی هوییتال حساب کنید. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$	۸
۱/۵	تابع $y = x - 2\sqrt{x}$ در کدام بازه صعودی اکید است؟	۹
۰/۷۵	دیفرانسیل تابع $f(x) = \text{Arc tan}(2x)$ را در نقطه‌ی $x = 0$ به دست آورید.	۱۰
۱/۲۵	بدون محاسبه‌ی انتگرال، نامساوی $1 \leq \int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^4} dx \leq 2$ را ثابت کنید.	۱۱
۱/۷۵	مقدار تقریب نقصانی مساحت زیر خط $y = \frac{x+1}{4}$ را بین 0 تا 2 برای $n = 4$ محاسبه کنید.	۱۲
۱	بدون محاسبه‌ی انتگرال، مشتق $\int_1^t \sqrt{1-x^2} dx$ را پیدا کنید.	۱۳
۲	انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.	۱۴

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۲۳	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$(\frac{1}{y}, a) \in f^{-1} \Rightarrow (a, \frac{1}{y}) \in f \Rightarrow a = 1 \quad (0/25)$ $f'(x) = \frac{-1 \cdot (0/25)}{(1+x)^2 \cdot (0/25)} \Rightarrow m = \underbrace{(f^{-1})'(\frac{1}{y})}_{(0/25)} = \frac{1}{f'(1)} = -4 \cdot (0/25) \Rightarrow y - 1 = -4(x - \frac{1}{y}) \quad (0/25)$	۱															
۱	$f'(x) = \frac{-1}{x^2} \quad (0/25) \Rightarrow f''(x) = \frac{2}{x^3} \quad (0/25) \Rightarrow f'''(x) = \frac{-6}{x^4} \quad (0/25) \Rightarrow f'''(-1) = -6 \quad (0/25)$	۲															
۱/۵	الف) $C'(x) = 10 + \frac{x}{50} \quad (0/5) \Rightarrow C'(50) = 11 \quad (0/25)$ ب) $C(51) = 2536/01 \quad (0/25)$, $C(50) = 2525 \quad (0/25) \Rightarrow C(51) - C(50) = 11/01 \quad (0/25)$	۳															
۲	الف) $f'(x) = 3x^2 - 2x \quad (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} \begin{cases} x = 0 \quad (0/25) \\ x = \frac{2}{3} \quad (0/25) \end{cases}$ نقاط بحرانی ب) $f''(x) = 6x - 2 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} f''(0) = -2 < 0 \quad (0/25) \Rightarrow \text{ماکسیمم نسبی} \quad (0/25) \\ f''(\frac{2}{3}) = 2 > 0 \quad (0/25) \Rightarrow \text{مینیمم نسبی} \quad (0/25) \end{cases}$	۴															
۱/۵	تابع f روی بازه‌ی $[-1, 1]$ پیوسته $(0/25)$ و روی بازه‌ی $(-1, 1)$ مشتق پذیر $(0/25)$ است و $f(1) = f(-1) = \sqrt{2} \quad (0/25)$. بنابراین طبق قضیه‌ی رول حداقل یک c , $-1 < c < 1$ وجود دارد که $f'(c) = 0 \quad (0/25)$. از طرفی $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (0/25)$. به عبارت دیگر $\frac{c}{\sqrt{1+c^2}} = 0$ پس $c = 0 \quad (0/25)$.	۵															
۱/۷۵	$y' = \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \quad (0/25) \\ x = \frac{5\pi}{4} \quad (0/25) \end{cases}$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{\pi}{4}$</td> <td>$\frac{5\pi}{4}$</td> <td>2π</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td>$\sqrt{2}$</td> <td>$-\sqrt{2}$</td> <td>1</td> </tr> </table> 	x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	2π	y'	$+$	0	$-$	0	y	1	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	1	۶
x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	2π													
y'	$+$	0	$-$	0													
y	1	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	1													
۱/۲۵	$y' = 3x^2 - 6x \quad (0/25)$ $y'' = 6x - 6 \quad (0/25) \xrightarrow{y''=0} x = 1$ نقطه‌ی عطف $(1, -2) \quad (0/25)$	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>\cap</td> <td>-2</td> <td>\cup</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y''	$-$	0	$+$	y	\cap	-2	\cup	۷		
x	$-\infty$	1	$+\infty$														
y''	$-$	0	$+$														
y	\cap	-2	\cup														

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۲۳	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\frac{1}{x^2} \times \cos \frac{1}{x}}{\frac{-1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \cos \frac{1}{x} = 1 \quad (0/25)$	۸												
۱/۵	$y' = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (0/25) \xrightarrow{y'=0} \frac{1}{\sqrt{x}} = 1 \Rightarrow x = 1 \quad (0/25), \quad D_f = [0, +\infty) \quad (0/25)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">+∞</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(0/5)</p> <p style="text-align: right;">در بازه ی $[1, +\infty)$ صعودی است (0/25).</p>	x	0	1	+∞	y'	-	0	+	y	0	-1	+∞	۹
x	0	1	+∞											
y'	-	0	+											
y	0	-1	+∞											
۰/۷۵	$df = \frac{2}{1+4x^2} dx \quad (0/5) \xrightarrow{x=0} df = 2 dx \quad (0/25)$	۱۰												
۱/۲۵	$f'(x) = \frac{-4x^2}{(1+x^2)^2} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{مقدار ماکسیمم} & f(0) = 1 \quad (0/25) \\ \text{مقدار مینیمم} & f(-1) = f(1) = \frac{1}{2} \quad (0/25) \end{cases}$ $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{1+1} \int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx \leq 1 \quad (0/25) \Rightarrow 1 \leq \int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx \leq 2 \quad (0/25)$	۱۱												
۱/۷۵	$\Delta x = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \sum_{i=1}^4 f(x_i) \Delta x = \frac{1}{2} (f(0) + f(\frac{1}{2}) + f(1) + f(\frac{3}{2})) = \frac{1}{2} (\frac{1}{4} + \frac{2}{8} + \frac{2}{4} + \frac{5}{8}) = \frac{7}{8} \quad (0/25)$	۱۲												
۱	$\frac{d}{dt} \int_t^2 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{2t}{(0/25)} \times \frac{\sqrt{1-t^2}}{(0/25)} = \frac{\sqrt{1-t^2}}{(0/25)}$	۱۳												
۲	<p>الف) $\int_0^2 x[x] dx + \int_2^3 x[x] dx = \frac{0}{(0/25)} + \int_2^3 x dx = \frac{1}{2} x^2 \Big _2^3 = \frac{5}{2} \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\frac{1}{2} \int_2^3 2x(x^2+3)^2 dx = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} (x^2+3)^3 + c \quad (0/5)$</p>	۱۴												
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، لطفاً به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره داده شود. با سپاس و احترام													

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	ساعات شروع: ۱۰ صبح	سوالت امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تعداد صفحات: ۱ صفحه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۲/۶/۴		پیش دانشگاهی
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۲		
نمره	سوالت (پاسخنامه دارد)		ردیف

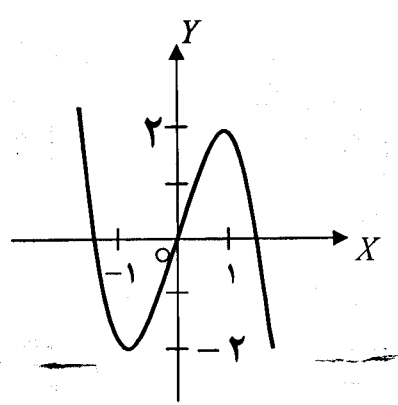
۰/۷۵	ثابت کنید عضو صفر از R منحصر به فرد است.	۱
۱/۲۵	دنباله‌ی $\left\{ \frac{2n}{n^2+1} \right\}$ را در نظر بگیرید: الف) سه جمله‌ی اول این دنباله را بنویسید. ب) دنباله‌ی فوق صعودی است یا نزولی؟ ج) این دنباله به چه عددی همگراست؟	۲
۱	حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 2x} - x$ را در صورت وجود محاسبه کنید.	۳
۱	مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع زیر در نقطه‌ی $x=1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} 2+x^2 & x > 1 \\ a & x = 1 \\ b+3[x] & x < 1 \end{cases}$	۴
۱	آهنگ تغییر حجم یک مکعب نسبت به طول ضلع آن وقتی که ضلع آن برابر ۱۰ سانتی متر است را بیابید.	۵
۱/۵	به کمک تعریف، مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ را در نقطه‌ی $x=2$ بررسی کنید.	۶
۰/۷۵	فرض کنید $f(x) = 2x^2 - x + 1$ باشد. حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h}$ را به دست آورید.	۷
۰/۷۵	مشتق تابع $f(x) = \sin^2 \sqrt{x}$ را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)	۸
۱	معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = e^{2x} + x + 1$ را در نقطه‌ی a به طول صفر روی منحنی بنویسید.	۹
۱/۲۵	مقدار عددی $\frac{dy}{dx}$ را در نقطه‌ی $(1,0)$ برای تابع $2x + y^2 = y + x^2 + 1$ محاسبه کنید.	۱۰
۰/۷۵	فرض کنید f^{-1} وارون تابع مشتق پذیر f باشد و $g(x) = f^{-1}(x) + 1$ اگر $f(1) = 2$ و $f'(1) = 3$ ، $g'(2)$ را بیابید.	۱۱
۱/۵	نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ را تعیین کنید.	۱۲
۱/۵	به ازای چه مقداری برای a نقطه‌ی a به طول ۱ نقطه‌ی عطف منحنی $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 3ax^2$ می باشد.	۱۳
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x$ را رسم کنید.	۱۴
۱/۵	جمع $\sum_{i=1}^{15} (i-1)^2$ را بسط داده و حاصل آن را محاسبه کنید.	۱۵
۱/۲۵	مجموع پایین را برای تابع $f(x) = -x + 2$ بر بازه‌ی $[0, 2]$ به ازای $n = 3$ به دست آورید.	۱۶
۱/۲۵	مقدار انتگرال $\int_1^2 \frac{x^2 + 2}{x} dx$ را بیابید.	۱۷
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۲ / ۶ / ۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۲	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۰/۷۵	فرض کنیم O_1 و O_2 هر دو نقش صفر یعنی عضو همانی جمع R را داشته باشند. در این صورت $O_1 = O_1 + O_2$ با توجه به همانی بودن O_2 (۰/۲۵) $= O_2 + O_1$ با توجه به خاصیت جابه جایی (۰/۲۵) $= O_2$ با توجه به همانی بودن O_1 (۰/۲۵)	۱
۱/۲۵	الف) $a_1 = 1$ (۰/۲۵) , $a_2 = \frac{4}{5}$ (۰/۲۵) , $a_3 = \frac{3}{5}$ (۰/۲۵) ب) نزولی (۰/۲۵) ج) به عدد صفر همگراست (۰/۲۵)	۲
۱	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x) \times \frac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{\sqrt{x^2 - 2x} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{ x \sqrt{1 - \frac{2}{x} + 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{2x} = -1$ (۰/۲۵)	۳
۱	$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (2 + x^2) = 3 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} (b + 2[x]) = b \quad (0/25) \\ f(1) &= a \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = b = 3 \quad (0/5)$	۴
۱	$V(a) = a^2 \quad (0/25) \Rightarrow V'(a) = 2a \quad (0/25) \Rightarrow V'(10) = 2(10) = 20 \quad (0/5)$	۵
۱/۵	$D_f = [2, +\infty)$ (۰/۲۵) $f'(2) = f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2} - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{\sqrt{x-2}} = +\infty$ (۰/۲۵) \Rightarrow تابع در نقطه ۲ مشتق پذیر نیست (۰/۲۵)	۶
۰/۷۵	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h} = f''(1)$ $f'(x) = 6x^2 - 1 \quad (0/25) \Rightarrow f''(x) = 12x \quad (0/25) \Rightarrow f''(1) = 12 \quad (0/25)$	۷
۰/۷۵	$f'(x) = \underbrace{2 \sin \sqrt{x}}_{(0/25)} \cdot \underbrace{\cos \sqrt{x}}_{(0/25)} \cdot \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{x}}}_{(0/25)}$	۸
۱	$f(0) = 2 \quad (0/25) , f'(x) = 2e^{2x} + 1 \quad (0/25) \Rightarrow m = f'(0) = 3 \quad (0/25) \Rightarrow y = 3x + 2 \quad (0/25)$	۹
۱/۲۵	$\underbrace{2}_{(0/25)} + \underbrace{2y y'}_{(0/25)} = \underbrace{y'}_{(0/25)} + \underbrace{2x}_{(0/25)} \Rightarrow y' = 0 \quad (0/25)$	۱۰
۰/۷۵	$g'(x) = (f^{-1})'(x) \quad (0/25) \Rightarrow g'(2) = (f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{3} \quad (0/25)$	۱۱

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۲/۶/۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۲	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱/۵	$D_f = R \text{ (۰/۲۵)}$, $f'(x) = \frac{2x}{3\sqrt{(x^2-1)^2}} \text{ (۰/۵)} \Rightarrow \begin{cases} f'(x)=0 \Rightarrow x=0 \text{ (۰/۲۵)} \\ f'(x) \text{ ن.ت} \Rightarrow x=\pm 1 \text{ (۰/۵)} \end{cases} \Rightarrow \{0, 1, -1\}$ نقاط بحرانی	۱۲																									
۱/۵	$f'(x) = x^2 + 2x^2 + 6ax \text{ (۰/۵)}$, $f''(x) = 2x^2 + 6x + 6a \text{ (۰/۵)} \Rightarrow 9 + 6a = 0 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \text{ (۰/۲۵)}$	۱۳																									
۲	$f'(x) = -3x^2 + 3 \text{ (۰/۲۵)} \xrightarrow{f'=0} x = \pm 1 \text{ (۰/۲۵)}$ $f''(x) = -6x \text{ (۰/۲۵)} \xrightarrow{f''=0} x = 0 \text{ (۰/۲۵)}$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>$+\infty$</td> <td>↘</td> <td>↗</td> <td>↘</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> ماکسیمم عطف مینیمم (۰/۵)	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	f'	-	0	+	0	-	f''		+	0	-		f	$+\infty$	↘	↗	↘	$-\infty$		۱۴
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																						
f'	-	0	+	0	-																						
f''		+	0	-																							
f	$+\infty$	↘	↗	↘	$-\infty$																						
۱/۵	$\sum_{i=1}^{15} (i^2 - 2i + 1) = \sum_{i=1}^{15} i^2 - 2 \sum_{i=1}^{15} i + \sum_{i=1}^{15} 1 = \frac{15 \times 16 \times 31}{6} - 2 \times \frac{15 \times 16}{2} + 15 = 1015 \text{ (۰/۲۵)}$	۱۵																									
۱/۲۵	$\Delta x = \frac{2}{3} \text{ (۰/۲۵)}$, $L_2 = \frac{2}{3} (f(\frac{2}{3}) + f(\frac{4}{3}) + f(2)) = \frac{2}{3} (\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 0) = \frac{4}{3} \text{ (۰/۲۵)}$	۱۶																									
۱/۲۵	$\int_1^2 (x + \frac{2}{x}) dx = (\frac{1}{2}x^2 + 2 \ln x) \Big _1^2 = (2 + 2 \ln 2) - (\frac{1}{2} + 2 \ln 1) = \frac{3}{2} + \ln 4 \text{ (۰/۲۵)}$	۱۷																									
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																										

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : علوم ریاضی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۳/۶/۸	تعداد صفحه : ۱
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	کدامیک از اعداد زیر گویا و کدام یک گنگ است؟ د) $\log 3$ ج) $3/\sqrt{2}$ ب) $\frac{1}{4}$ الف) $\sqrt{5}$	۱
۲	به کمک قضیه ی فشردگی ، ثابت کنید دنباله ی $\left\{ \frac{\sin n}{n} \right\}$ همگراست.	۱
۳	نشان دهید که خط $y=2$ نمودار تابع $f(x) = (x-1)^2(x-3)^2 + x$ را قطع می کند.	۱
۴	حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x-2}$ را محاسبه کنید. (بدون استفاده از هم ارزی و هوییتال)	۱
۵	آهنگ تغییر حجم مکعبی به طول ضلع x را نسبت به x وقتی $x=3$ است بیابید.	۱
۶	با استفاده از تعریف مشتق ، مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 4 $ را در $x=2$ بررسی نمایید.	۱/۵
۷	مشتق چهارم تابع $f(x) = x^2(x^2+1)(x^2+3)$ را در $x=1$ حساب کنید.	۱/۵
۸	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $\cos x + x^3 y^5 - 2y^2 = 0$ ب) $y = \ln \sqrt{x}$ ج) $y = e^{5x^2-1}$	۲
۹	فرض کنید $f(x) = x^3 + 1$ ، مقدار $(f^{-1})'(0)$ را در صورت وجود ، پیدا کنید.	۱
۱۰	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید: الف) $x=0$ ، نقطه ی مینیمم موضعی (نسبی) تابع $f(x) = \sqrt{x}$ است. ب) تابع $f(x) = x^4 - 8x^2 + 24x^2$ دارای یک نقطه ی عطف می باشد. ج) در تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ نقطه ی $x=1$ ، یک نقطه ی بحرانی است.	۱/۵
۱۱	مجموع دو عدد مثبت برابر ۱۶ است . بزرگترین مقدار ممکن برای حاصل ضرب آنها را پیدا کنید.	۱/۵
۱۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x-4}$ را رسم کنید.	۲
۱۳	با استفاده از افراز مناسب ، مساحت ناحیه ی تحت $y=x^2$ بالای $y=0$ از $x=0$ تا $x=3$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۴	مشتق تابع $G(x) = \int_1^x \frac{1+t}{t^2} dt$ را بیابید.	۰/۵
۱۵	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int (x^2 + x - 1) dx$ ب) $\int_{-1}^1 [x] dx$	۲
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	گنگ(الف) (۰/۲۵)	گویا(ب) (۰/۲۵)	گویا(ج) (۰/۲۵)	گنگ(د) (۰/۲۵)	۱
	(صفحه ۷ و ۸)				
۱	<p>می دانیم همواره $-1 \leq \sin x \leq 1$ (۰/۲۵) در نتیجه برای هر عدد طبیعی n، $\frac{-1}{n} \leq \frac{\sin n}{n} \leq \frac{1}{n}$ (۰/۲۵)</p> <p>چون $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-1}{n} = 0$ پس $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin n}{n} = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه مثال صفحه ۴۹)</p>				۲
۱	<p>چون تابع f چند جمله ای است پس در هر نقطه از \mathbb{R} پیوسته است پس در بازه ی $[1, 3]$ نیز، پیوسته است. (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی $f(1) = 1$، $f(3) = 3$ بنابراین طبق قضیه ی مقدار میانی خط $y = 2$ که بین خطوط $y = 1$ و $y = 3$ قرار دارد نمودار f را قطع می کند. (۰/۲۵)</p> <p>(مثال کتاب صفحه ۱۰۲)</p>				۳
۱	<p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-\frac{1}{x}}{1-\frac{2}{x}} = \frac{3-0}{1-0} = 3$ (۰/۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} = 0$ (۰/۵)</p> <p>(صفحه ۱۱۰-۱۱۲)</p>				۴
۱	<p>حجم مکعب: $v = x^3$ (۰/۲۵)</p> <p>$v' = 3x^2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow v'(3) = 27$ (۰/۵)</p> <p>(مشابه مسئله ۱ کتاب صفحه ۱۳۰)</p>				۵
۱/۵	<p>$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\rightarrow \begin{cases} f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 & (۰/۵) \\ f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4 & (۰/۵) \end{cases}$</p> <p>$f'_+(2) \neq f'_-(2)$ پس تابع f در $x = 2$ مشتق پذیر نمی باشد. (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه مثال صفحه ۱۳۳)</p>				۶
۱/۵	<p>$f(x) = x^6 + 4x^4 + 3x^2$</p> <p>$f'(x) = 6x^5 + 16x^3 + 6x$ (۰/۲۵)</p> <p>$f''(x) = 30x^4 + 48x^2 + 6$ (۰/۲۵)</p> <p>$f^{(3)}(x) = 120x^3 + 96x$ (۰/۲۵)</p> <p>$f^{(4)}(x) = 360x^2 + 96$ (۰/۲۵)</p> <p>$f^{(4)}(1) = 456$ (۰/۵)</p> <p>(مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۴۶)</p>				۷
ادامه در برگه ی دوم					

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱/۵	<p>بازه ی $[0, 3]$ را به n بازه ی جزء با طول مساوی تقسیم می کنیم:</p> $x_0 = 0, x_1 = \frac{3}{n}, x_2 = \frac{6}{n}, \dots, x_n = \frac{n}{n} = 1 \quad x_i = \frac{3}{n}i \quad (0/25) \rightarrow$ $f(x_i) = \left(\frac{3}{n}i\right)^2 = \frac{9}{n^2}i^2 \quad (0/25), \quad \Delta x_i = \frac{3}{n} \quad (0/25)$ $\rightarrow s_n = \underbrace{\sum_{i=1}^n \frac{9}{n^2}i^2}_{(0/25)} \times \frac{3}{n} = \frac{27}{n^2} \times \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{27}{n^2} \times \underbrace{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}_{(0/25)} \rightarrow A = \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = 9 \quad (0/25)$ <p>(مشابه مسئله ۴ کتاب صفحه ۲۲۶)</p>	۱۳
۰/۵	$G'(x) = 1 \times \frac{1+x}{x^2} \quad (0/5)$ <p>(مشابه مثال صفحه ۲۴۶)</p>	۱۴
۲	<p>الف) $\frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{2} - x + c \quad (1)$</p> <p>ب) $\int_1^0 -1 dx + \int_0^1 0 dx = \underbrace{-x _1^0}_{(0/25)} = -1 \quad (0/25)$</p> <p>(محاسبه انتگرال معین و نامعین به کمک قضایا صفحه ۲۴۴-۲۴۰)</p>	۱۵
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۴ / ۶ / ۷	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	فرض کنید برای هر عدد مثبت h ، $a < h$ ، $a \leq 0$ ثابت کنید $a = 0$	۱
۲	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید: الف) هر دنباله نزولی و کران دار از پایین ، همگراست . ب) در بازه $A = [1, 3]$ ، عدد $\sqrt{3}$ ماکسیمم A است. ج) حد دنباله $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{n}{3}}$ برابر است با e^3 . د) دنباله $\left\{3 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$ یک دنباله نزولی است .	۱
۳	در تابع زیر ، مقدار a را چنان بیابید که تابع در نقطه $x = 0$ پیوسته باشد . $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+8} - 2 & x \neq 0 \\ x & \\ a & x = 0 \end{cases}$	۲
۴	معادله خط مماس بر منحنی $y = \frac{1}{x}$ را در نقطه $(1, 1)$ بنویسید . (محاسبه شیب مماس به کمک تعریف)	۱
۵	مشتق پذیری تابع زیر را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید . $f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$	۱/۵
۶	مشتق چهارم تابع $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^2 + 3)$ را در $x = 1$ حساب کنید .	۱/۵
۷	مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست .) الف) $y = e^{\tan \sqrt{x}}$ ب) $y = \ln(x^2 + 1)$ ج) $y^3 + \cos(x + y) - x^2 y^5 = 1$	۲/۵
۸	جاهای خالی را با عبارات مناسب ، پر کنید . الف) اگر $f(x) = x^3 + 1$ باشد ، $(f^{-1})'(0)$ برابر است با ب) مختصات نقطه عطف تابع $f(x) = \tan x$ در بازه $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ برابر است با	۱
۹	طول نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ را در دامنه اش به دست آورید .	۱/۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۶/۷	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱۰	بالنی را از هوا پر می کنیم به طوری که حجم آن با آهنگ ۴۰ سانتی متر مکعب بر ثانیه افزایش می یابد. وقتی شعاع بالن ۱۰ سانتی متر است ، شعاع بالن با چه آهنگی افزایش می یابد؟	۱
۱۱	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \sin x + \cos x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۲
۱۲	با استفاده از افزایشهای مناسب ، مساحت ناحیه ای را بیابید که تحت خط مستقیم $y = x + 3$ بوده و محدود به خطوط $x = 0$ و $x = 2$ می باشد.	۱/۵
۱۳	مشتق تابع $G(x) = x^5 \int_{-1}^{2x} e^{-t^2} dt$ را به دست آورید.	۱
۱۴	انتگرال معین زیر را حساب کنید.	۱/۵
	$\int_{-1}^2 x dx$	
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۶/۷	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	<p>برهان خلف: فرض کنیم $a \neq 0$ (۰/۲۵) پس:</p> $a > 0 \rightarrow 0 < a < a \quad (۰/۲۵) \quad \text{تناقض} \Rightarrow a = 0 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">(ص ۱۷ کتاب)</p>	۱
۱	<p>(الف) درست (۰/۲۵) (ب) نادرست (۰/۲۵) (ج) نادرست (۰/۲۵) (د) درست (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">(ص ۴۳ و ۴۲ و ۴۷ و ۲۵ کتاب)</p>	۲
۲	<p>باید $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ (۰/۲۵)</p> $f(0) = a \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x} \times \frac{\sqrt[3]{(x+8)^2} + 2\sqrt[3]{x+8} + 4}{\sqrt[3]{(x+8)^2} + 2\sqrt[3]{x+8} + 4} \quad (۰/۵) \Rightarrow a = \frac{1}{12} \quad (۰/۲۵)$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{(x+8)^2} + 2\sqrt[3]{x+8} + 4} \quad (۰/۵) = \frac{1}{12} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">(ص ۹۹ کتاب)</p>	۳
۱	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} \quad (۰/۲۵) =$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{x(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{x} = -1 = m \quad (۰/۲۵)$ <p>معادله ی خط مماس: $y - 1 = -1(x - 1) \rightarrow y = -x + 2$ (۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">(ص ۱۲۵ کتاب)</p>	۴
۱/۵	$f'_+(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{f(x) - f(\circ)}{x - \circ} = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{x^2 - \circ}{x - \circ} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} x = \circ \quad (۰/۲۵)$ $f'_-(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{f(x) - f(\circ)}{x - \circ} = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{x - \circ}{x - \circ} \quad (۰/۲۵) = 1 \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵) $f'_+(\circ) \neq f'_-(\circ)$ پس تابع مذکور در صفر مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">(ص ۱۳۳ کتاب)</p>	۵
ادامه در برگه دوم		

مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۶/۷	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$f(x) = x^6 + 3x^5 - x^2 - 3$ $f'(x) = 6x^5 + 15x^4 - 2x \quad (۰/۲۵)$ $f''(x) = 30x^4 + 60x^3 - 2 \quad (۰/۲۵)$ $f^{(3)}(x) = 120x^3 + 180x^2 \quad (۰/۲۵)$ $f^{(4)}(x) = 360x^2 + 360x \quad (۰/۲۵)$ $f^{(4)}(1) = 720 \quad (۰/۵)$	۶
۲/۵	<p>الف) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}(1 + \tan^2 \sqrt{x}) \times e^{\tan \sqrt{x}} \quad (۰/۷۵)$</p> <p>ب) $y' = \frac{4x^3}{x^4 + 1} \quad (۰/۵)$</p> <p>ج) $3y^2 y' - \sin(x+y) - y' \sin(x+y) - 3x^2 y^5 - 5y^4 y' x^3 = 0 \quad (۱/۲۵)$</p>	۷
۱	<p>الف) $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'(-1)} = \frac{1}{3} \quad (۰/۵)$</p> <p>ب) $(0, 0) \quad (۰/۵)$</p>	۸
۱/۵	<p>$D = [-1, 1] \quad (۰/۲۵)$ $f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$-2x = 0 \quad (۰/۲۵) \rightarrow x = 0$ قابل قبول $(۰/۲۵)$</p> <p>$2\sqrt{1-x^2} = 0 \quad (۰/۲۵) \rightarrow x = \pm 1$ غیر قابل قبول $(۰/۲۵)$</p>	۹
۱	<p>$v = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \times \frac{dr}{dt} \quad (۰/۲۵) \rightarrow 40 = 4\pi r^2 \times \frac{dr}{dt} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{1}{10\pi} \quad (۰/۲۵)$</p>	۱۰

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۶/۷	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۲	$f'(x) = \cos x - \sin x \quad (0/5)$ $y' = 0 \rightarrow \tan x = 1 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4} \quad (0/5)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{\pi}{4}$</td> <td>$\frac{\pi}{2}$</td> <td>$\frac{5\pi}{4}$</td> <td>2π</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$1 \nearrow$</td> <td>$\sqrt{2}$</td> <td>\searrow</td> <td>$1 \searrow$</td> <td>$-\sqrt{2} \nearrow$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(0/5)</p> <p style="text-align: center;">(0/5)</p> <p style="text-align: right;">(ص ۲۱۰ کتاب)</p>	x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{4}$	2π	y'	$+$	0	$-$	$-$	0	y	$1 \nearrow$	$\sqrt{2}$	\searrow	$1 \searrow$	$-\sqrt{2} \nearrow$	۱۱
x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{4}$	2π															
y'	$+$	0	$-$	$-$	0															
y	$1 \nearrow$	$\sqrt{2}$	\searrow	$1 \searrow$	$-\sqrt{2} \nearrow$															
۱/۵	<p style="text-align: center;">بازه $[0, 2]$ را به n بازه جزئی با طول مساوی تقسیم میکنیم</p> $x_0 = 0 \quad x_1 = \frac{2}{n} \quad x_2 = \frac{4}{n} \quad \dots \quad x_n = \frac{2n}{n} = 2 \quad (0/25)$ $\Delta x_i = \frac{2}{n} \quad f(x_i) = x_i + 3 = \frac{2i}{n} + 3 \quad (0/25)$ $S_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i}{n} + 3 \right) \times \frac{2}{n} = \frac{2}{n} \left[\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n i + \sum_{i=1}^n 3 \right] \quad (0/25) = \frac{2}{n} \left[\frac{2}{n} \times \frac{n(n+1)}{2} + 3n \right] = \frac{2}{n} (n+1) + 6 \quad (0/5)$ $A = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 8 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">(ص ۲۲۶ کتاب)</p>	۱۲																		
۱	$G'(x) = \underbrace{5x^4 \int_{-1}^{2x} e^{-t^2} dt}_{(0/5)} + \underbrace{x^5 \times 2e^{-9x^2}}_{(0/5)}$ <p style="text-align: right;">(ص ۲۴۶ کتاب)</p>	۱۳																		
۱/۵	$\int_{-1}^2 x dx = \underbrace{\int_{-1}^0 x dx}_{(0/25)} + \underbrace{\int_0^2 x dx}_{(0/5)} = \int_{-1}^0 -x dx + \int_0^2 x dx = \underbrace{\left. \frac{-x^2}{2} \right _{-1}^0}_{(0/5)} + \underbrace{\left. \frac{x^2}{2} \right _0^2}_{(0/5)} = \frac{5}{2} \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">(ص ۲۴۳ کتاب)</p>	۱۴																		
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																			

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تعداد صفحه: ۱	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۶/۶	دوره پیش دانشگاهی	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵		

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	در بازه متقارن $(2, 8)$ ، نقطه میانی و شعاع بازه را بیابید.	۱
۱	به روش ε ثابت کنید دنباله $\left\{ \frac{6n+1}{2n} \right\}_{n=1}$ به عدد ۳ همگراست.	۲
۱	با استفاده از قضیه بولزانو ثابت کنید معادله $-x^2 - 2x^3 + 1 = 0$ در بازه $[0, 1]$ جواب دارد.	۳
۱	مجانب مایل نمودار تابع $y = \frac{2x^2 - x + 4}{x+1}$ را در صورت وجود بیابید.	۴
۱	آهنگ تغییر حجم کره ای به شعاع r را نسبت به r وقتی که $r = 3$ است بیابید.	۵
۱	تابع f در نقطه a پیوسته است ثابت کنید تابع $g(x) = (x-a)f(x)$ در نقطه a مشتق پذیر است.	۶
۰/۷۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید: الف) اگر تابع f در a مشتق پذیر باشد آنگاه در a پیوسته است. ب) نقطه $x = 0$ یک نقطه گوشه برای تابع $f(x) = x $ است. ج) اگر تابع f زوج و مشتق پذیر باشد آنگاه تابع مشتقش نیز زوج است.	۷
۱/۵	از نقطه $A(4, 8)$ دو خط مماس بر منحنی $f(x) = x^2 - x$ رسم شده است. معادلات این دو خط مماس را بیابید.	۸
۱/۷۵	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $y = \ln \sin 2x $ ب) $x^3 + y^5 - 3x^2y = 0$	۹
۱	فرض کنید $f(x) = x^2 - 8$ ، مقدار $(f^{-1})'(0)$ را در صورت وجود، بیابید.	۱۰
۱/۵	مجموع دو عدد مثبت برابر ۲۰ است، بزرگترین مقدار ممکن برای حاصلضرب آن‌ها را پیدا کنید.	۱۱
۱/۵	در تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، a, b, c را طوری بیابید که نقطه $(1, -1)$ مینیمم نسبی آن باشد و منحنی تابع از نقطه $(2, 2)$ بگذرد.	۱۲
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $y = x^3 - 3x$ را رسم کنید.	۱۳
۱/۵	با استفاده از افرازهای مناسب، مساحت ناحیه ای را بیابید که تحت خط مستقیم به معادله $y = 3x + 1$ بوده و محدود به خطوط $x = 0$ و $x = 2$ می باشد.	۱۴
۱	بدون محاسبه انتگرال، کران بالا و پایینی برای $\int_0^2 (x^2 - 3x^2 + 1) dx$ بیابید.	۱۵
۱/۵	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int (e^{3x} + x^5) dx$ ب) $\int_0^{\pi} \cos x dx$	۱۶
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۶/۶	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵	
ردیف	راهنمای تصحیح	
نمره		

۱	$x_0 = \frac{8+2}{2} = 5 \quad (0/5)$	$\delta = \frac{8-2}{2} = 3 \quad (0/5)$	۱
۱	$\forall \varepsilon > 0 \exists M \in \mathbb{N} \forall n \geq M \left a_n - L \right < \varepsilon \rightarrow \left \frac{6n+1}{2n} - 3 \right < \varepsilon \quad (0/25)$ $\rightarrow \left \frac{1}{2n} \right < \varepsilon \rightarrow \frac{1}{2n} < \varepsilon \quad (0/25) \quad n > \frac{1}{2\varepsilon} \quad (0/25) \Rightarrow M = \left\lceil \frac{1}{2\varepsilon} \right\rceil + 1 \quad (0/25)$		۲
۱	<p>تابع $f(x) = -x^2 - 2x^2 + 1$ چندجمله ای است پس در هر نقطه از \mathbb{R} پیوسته است پس در بازه $[0, 1]$ نیز، پیوسته است. $(0/25)$ از طرفی $f(0) = 1, f(1) = -2$ پس داریم $f(0) \times f(1) < 0$ بنابراین طبق قضیه بولزانو دست کم عددی مانند c در بازه $(0, 1)$ وجود دارد به طوری که $f(c) = 0$ یعنی c ریشه ی معادله ی $-x^2 - 2x^2 + 1 = 0$ است. $(0/25)$</p>		۳
۱	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 4}{x + 1} = \pm\infty$ چون درجه صورت فقط یک واحد از درجه مخرج بزرگتر است پس این تابع گویادارای مجانب مایل است $(0/25)$ $\frac{2x^2 - x + 4}{x + 1} = \frac{-2x^2 - 2x}{-2x - 2} + \frac{3x + 3}{-2x - 2}$ <p>پس $y = 2x - 3$ معادله مجانب مایل این تابع گویاست. $(0/75)$</p>		۴
۱	$v = \frac{4}{3} \pi r^2 \quad (0/25)$	$v' = 4\pi r^2 \quad (0/25) \Rightarrow v'(3) = 36\pi \quad (0/5)$	۵
۱	$g'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)f(x) - 0}{x-a} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ چون f در a پیوسته است پس $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ و موجود است $(0/25)$ پس g در a مشتق پذیر است. $(0/25)$		۶
۰/۷۵	درست (الف) $(0/25)$	درست (ب) $(0/25)$	نادرست (ج) $(0/25)$

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۶/۶	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱/۵	<p>فرض کنیم $M(\alpha, \alpha^2 - \alpha)$ نقطه مطلوب باشد (۰/۲۵) ابتدا معادله خط مماس بر منحنی در نقطه M را به دست می آوریم:</p> $f'(x) = 2x - 1 \rightarrow m = f'(\alpha) = 2\alpha - 1 \quad (۰/۲۵)$ <p>خط مماس از نقطه $(4, 8)$ می گذرد بنابراین:</p> $8 - \alpha^2 + \alpha = (2\alpha - 1)(4 - \alpha) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha + 12 = 0$ $\rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \rightarrow y = 3x - 4 \quad (۰/۲۵) \\ \alpha = 6 \rightarrow y = 11x - 36 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ <p>معادلات خطوط مماس:</p>	۸
۱/۷۵	<p>الف) $y = \frac{2 \cos 2x}{\sin 2x} \quad (۰/۵)$ ب) $y' = -\frac{3x^2 - 6xy}{5y^2 - 3x^2} \quad (۱)$</p>	۹
۱	<p>$b = 0 \rightarrow x^2 - 8 = 0 \rightarrow x = 2 = a \quad (۰/۲۵)$ $f'(x) = 3x^2 \quad (۰/۲۵)$</p> $(f^{-1})'(b) = \frac{1}{f'(a)} \rightarrow (f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'(2)} \quad (۰/۲۵) = \frac{1}{12} \quad (۰/۲۵)$	۱۰
۱/۵	<p>$x + y = 20 \rightarrow y = 20 - x \quad (۰/۲۵)$ $p = x \times y = x(20 - x) = -x^2 + 20x \quad (۰/۲۵)$</p> $p' = -2x + 20 \quad (۰/۲۵) \quad -2x + 20 = 0 \rightarrow x = 10 \quad (۰/۲۵) \quad y = 20 - x \rightarrow y = 10 \quad (۰/۲۵)$ $p = x \times y \rightarrow p = 10 \times 10 = 100 \quad (۰/۲۵)$	۱۱
۱/۵	$\left. \begin{aligned} f(1) = -1 &\rightarrow a + b + c = -1 \quad (۰/۲۵) \\ f(2) = 2 &\rightarrow 4a + 2b + c = 2 \quad (۰/۲۵) \\ f'(x) = 2ax + b &\xrightarrow{f'(1)=0} 2a + b = 0 \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \rightarrow a = 3 \quad (۰/۲۵) \quad b = -6 \quad (۰/۲۵) \quad c = 2 \quad (۰/۲۵)$	۱۲
۲	<p>$D = \mathbb{R} \quad (۰/۲۵)$</p> $y' = 3x^2 - 3 \quad 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = 1 \quad (۰/۲۵), \quad x = -1 \quad (۰/۲۵)$ $y'' = 6x \quad 6x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow (0, 0) \quad (۰/۲۵)$ <p>نقطه عطف</p> <p>(ادامه جواب در صفحه بعد)</p>	۱۳

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵ / ۶ / ۶	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>\nearrow</td> <td>2</td> <td>\searrow</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	$+$	y	$-\infty$	\nearrow	2	\searrow	$-\infty$	<p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۱۳
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$														
y'	$+$	0	$-$	$+$														
y	$-\infty$	\nearrow	2	\searrow	$-\infty$													

<p>بازه ی $[0, 2]$ را به n بازه ی جزء با طول مساوی تقسیم می کنیم:</p> $x_0 = 0, x_1 = \frac{2}{n}, \dots, x_n = \frac{2n}{n} = 2 \rightarrow$ $x_i = \frac{2i}{n} \rightarrow f(x_i) = 3 \times \frac{2i}{n} + 1 \quad (۰/۲۵), \Delta x_i = \frac{2}{n} \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow S_n = \sum_{i=1}^n (3 \times \frac{2i}{n} + 1) \times \frac{2}{n} \quad (۰/۲۵) = \frac{12}{n^2} \times \sum_{i=1}^n i + \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n 1 = \frac{12}{n^2} \times \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2}{n} \times n \rightarrow$ $A = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 8 \quad (۰/۲۵)$	۱۴
--	----

<p>$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ $f'(x) = 3x^2 - 6x \xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2 - 6x = 0 \rightarrow x = 2$ طول نقطه بحرانی</p> <p>پس تابع f در بازه $[1, 3]$ دارای ماکسیمم مطلق $M = 1$ و مینیمم مطلق $m = -3$ است. (۰/۵)</p> <p>کران بالا $= M(b-a) = 1 \times (3-1) = 2 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>کران پایین $= m(b-a) = -3 \times (3-1) = -6 \quad (۰/۲۵)$</p>	۱۵
--	----

<p>الف) $\int e^{rx} dx + \int x^6 dx = \frac{1}{r} e^{rx} + \frac{x^7}{7} + c \quad (۰/۷۵)$</p> <p>ب) $\int_0^{\pi} \cos x dx = \sin x \Big _0^{\pi} = \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 \quad (۰/۲۵) = 1 - 0 = 1 \quad (۰/۲۵)$</p>	۱۶
--	----

۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر
----	--

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	تعداد صفحه : ۱	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۶/۶/۸	ساعت شروع : ۸ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	جواب نامعادله $x^2 - 7x + 10 < 0$ را به صورت بازه بنویسید سپس مرکز و شعاع بازه را مشخص کنید.	۱
۰/۷۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید : الف) اگر برای هر عدد حقیقی h مثبت داشته باشیم $0 \leq x - 2 < h$ مقدار x برابر با است ب) دنباله $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n} \right\}$ همگرا به عدد است . ج) کوچکترین عضو کران بالای بازه ی $[-2, 6]$ برابر با است	۲
۱/۲۵	دنباله ی $\left\{ (-1)^n \frac{n}{n+1} \right\}$ مفروض است یکنوایی و همگرایی این دنباله را بررسی کنید.	۳
۱/۵	با کمک حد دنباله ثابت کنید تابع $f(x) = \begin{cases} x+3 & x > 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ حد ندارد.	۴
۱/۵	به کمک قضیه بولزانو ثابت کنید معادله $\sin x - x^2 + x + 1 = 0$ حداقل یک ریشه در بازه $[0, \pi]$ دارد.	۵
۱	فرض کنید درآمد حاصل از تولید x واحد از محصولی $R(x) = 0.1x^2 - 3x$ ، درآمد نهایی را در سطح تولید ۱۸۰۰ واحد حساب کنید.	۶
۱/۵	به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = x x-1 $ را در $x = 1$ بررسی کنید.	۷
۱/۵	نقاطی از منحنی $y = \tan x$ را در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ چنان تعیین کنید که مماس بر منحنی با خط $y = 2x$ موازی باشد.	۸
۱	معادله خط مماس بر منحنی $x^2 - xy + y^2 - 1 = 0$ را در نقطه $A(1, 1)$ واقع بر منحنی را بدست آورید.	۹
۱	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = \ln(x^2 + 4x)$ ب) $y = \sqrt{x} e^{3x}$	۱۰
۱	نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{3}x + 2\cos x$ را روی بازه $(0, 2\pi)$ بدست آورید.	۱۱
۱/۵	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2$ را در بازه $[-2, 1]$ بدست آورید.	۱۲
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ را رسم کنید.	۱۳
۱/۵	الف) جمع $\sum_{j=1}^n \frac{j^2}{n^3}$ را بسط دهید. ب) جمع روبرو را با استفاده از نماد \sum بنویسید. $A = x^2 + 2x^3 + 3x^4 + \dots + 100x^{101}$	۱۴
۱/۲۵	مقدار میانگین $f(x) = 2x + \sqrt{x}$ را بر بازه $[0, 9]$ بدست آورید.	۱۵
۰/۷۵	حاصل انتگرال نامعین $\int (\sin 2x + \frac{1}{x} + e^{5x}) dx$ را بیابید.	۱۶
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

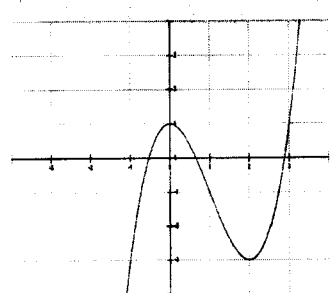
مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۶	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$x^2 - 7x + 10 < 0 \rightarrow (x-2)(x-5) < 0 \xrightarrow{(. / 25)} x \in (2, 5) \quad (. / 25)$ $a = \frac{5+2}{2} = \frac{7}{2} \quad (. / 25) \quad r = \frac{5-2}{2} = \frac{3}{2} \quad (. / 25)$	۱
۰/۷۵	الف) ۲ (۰/۲۵) ب) همگرابه e^x (۰/۲۵) ج) ۶ (۰/۲۵)	۲
۱/۲۵	$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots \rightarrow$ یکنوا نیست (۰/۵) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{n}{n+1} = \begin{cases} 1 & n=2k \\ -1 & n=2k+1 \end{cases} \Rightarrow$ واگراست (۰/۷۵)	۳
۱/۵	$a_n = 1 + \frac{1}{n} \quad b_n = 1 - \frac{1}{n}$ $\xrightarrow{(. / 5)} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1 \xrightarrow{(. / 25)} \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = 4 \quad (. / 25) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n) = 2 \quad (. / 25) \end{cases}$ پس تابع در $x=1$ حد ندارد (۰/۲۵)	۴
۱/۵	تابع $f(x) = \sin x - x^2 + x + 1$ در بازه $[0, \pi]$ پیوسته است. (۰/۵) $f(0) = 1 \quad f(\pi) = -\pi^2 + \pi + 1 < 0 \xrightarrow{(. / 5)} f(0)f(\pi) < 0 \quad (. / 25)$ پس بنا بر قضیه بولزانو معادله $\sin x - x^2 + x + 1 = 0$ در بازه $[0, \pi]$ حداقل یک ریشه دارد. (۰/۲۵)	۵
۱	$R'(x) = 0/2x - 3 \xrightarrow{(. / 5)} R'(1800) = 357 \quad (. / 5)$	۶
۱/۵	تابع f در $x=1$ پیوسته است. (۰/۲۵) $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x x-1 - 0}{x-1} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(1) = 1 \quad (. / 25) \\ f'_-(1) = -1 \quad (. / 25) \end{cases}$ پس تابع f در $x=1$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)	۷
۱/۵	$y' = 1 + \tan^2 x \quad m=2 \xrightarrow{(. / 5)} 1 + \tan^2 x = 2 \xrightarrow{(. / 25)} \tan x = \pm 1 \xrightarrow{(. / 25)} x = \pm \frac{\pi}{4} \xrightarrow{(. / 25)} A\left(\frac{\pi}{4}, 1\right), B\left(\frac{-\pi}{4}, -1\right) \quad (. / 25)$	۸
۱	$y'_x = \frac{f'_x}{f'_y} = \frac{2x-y}{-x+2y} \xrightarrow{(1,1)} m = -1 \quad (. / 25) \rightarrow y = -x + 2 \quad (. / 25)$	۹
۱	الف) $y' = \frac{2x+4}{x^2+4x} \quad (. / 5)$ ب) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{2x} + 2e^{2x} \sqrt{x} \quad (. / 5)$	۱۰

ادامه در برگه دوم

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱	$f'(x) = \sqrt{3} - 2\sin x \xrightarrow{f'(x)=0} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (./25) \rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \quad (./5)$	۱۱																								
۱/۵	$f'(x) = 4x^2 - 6x^2 = 0 \xrightarrow{./25} x = 0 \quad (./25) \quad \text{غ ق ق} \quad x = \frac{3}{2} \quad (./25)$ $f(0) = 2 \quad (./25) \quad f(1) = 1 \quad (./25) \quad \text{مینیمم مطلق}$ $f(-2) = 24 \quad (./25) \quad \text{ماکسیمم مطلق}$	۱۲																								
۲	$D_f = R, f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \xrightarrow{./25} x = 0, 2 \quad (./25)$ $f''(x) = 6x - 6 = 0 \xrightarrow{./25} x = 1 \quad (./25)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-∞</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>+∞</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>-∞ ↗</td> <td>1 ↘</td> <td>-1 ↘</td> <td>-2 ↗</td> <td>+∞ ↗</td> </tr> </table>  <p style="text-align: center;">(۰/۵ نمره)</p>	x	-∞	0	1	2	+∞	f'	+	+	-	-	+	f''	-	-	+	+	+	f	-∞ ↗	1 ↘	-1 ↘	-2 ↗	+∞ ↗	۱۳
x	-∞	0	1	2	+∞																					
f'	+	+	-	-	+																					
f''	-	-	+	+	+																					
f	-∞ ↗	1 ↘	-1 ↘	-2 ↗	+∞ ↗																					
۱/۵	$\sum_{j=1}^n \frac{j^2}{n^2} = \frac{1^2}{n^2} + \frac{2^2}{n^2} + \frac{3^2}{n^2} + \dots + \frac{n^2}{n^2} \quad (0/75)$ $A = \sum_{n=1}^{\infty} nx^{n+1} \quad (./75)$	۱۴ الف) ب)																								
۱/۲۵	$\text{مقدار میانگین} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx = \frac{1}{9-0} \int_0^9 (2x + \sqrt{x}) dx = \frac{1}{9} \left(x^2 + \frac{2}{3} x\sqrt{x} \right) \Big _0^9 = \frac{81+18}{9} = 11 \quad (./25)$	۱۵																								
۰/۷۵	$F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + \ln x + \frac{1}{\delta} e^{\delta x} + c \quad (./75)$	۱۶																								
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق میبرد. با تشکر																									



موسسه ایران دانش نوین

رویای خودت شو...



@IranDaneshNovin



@Iran_Danesh_Novin

برای دانلود بقیه ی جزوات با کلیک روی لینک های زیر به سایت
یا کانال های ما در تلگرام و سروش سر بزنید:

www.IDNovin.com

<https://telegram.me/irandaneshnovin>

http://sapp.ir/iran_danesh_novin

باسمه تعالی

سوال‌ات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال		رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان: ۹ / ۱۰ / ۱۳۹۱		
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
ردیف	سوال‌ات (پاسخنامه دارد)			نمره
۱	فرض کنیم برای هر عدد مثبت $h, 0 \leq a < h$. ثابت کنید $a = 0$.			
۲	به کمک قضیه‌ی فشرده‌گی، همگرایی دنباله‌ی $\left\{ \frac{\cos n}{n} \right\}$ را نشان دهید.			
۳	مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع زیر در نقطه‌ی صفر پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} a + [x] & x < 0 \\ b & x = 0 \\ 3 - x^2 & x > 0 \end{cases}$			
۴	کلیده‌ی مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$ را در صورت وجود بیابید.			
۵	بادکنکی کروی شکل مملو از هوا، شعاعی برابر 10 سانتی متر دارد. اگر 1 سانتی متر دیگر به شعاع آن افزوده شود، آهنگ تغییر حجم آن چقدر است؟			
۶	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sin x $ را در نقطه‌ی $x = 0$ بررسی کنید.			
۷	ضابطه‌ی تابع درجه‌ی دوم f را چنان بیابید که $f(-1) = -6, f'(-1) = 4$ و $f''(-1) = -2$ باشد.			
۸	شیب خط مماس بر منحنی $x^3 + 4x^2 y - 3y^3 = 0$ را در نقطه‌ی $(-1, 1)$ بنویسید.			
۹	تابع $f(x) = 1 + e^{2x}$ را در نظر بگیرید. مقدار $(f^{-1})'(2)$ را در صورت وجود بیابید.			
۱۰	مشتق تابع $g(x) = \ln(x + \sqrt{x})$ را به دست آورید.			
۱۱	الف) نقطه‌ی بحرانی را تعریف کنید. ب) نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ را در صورت وجود تعیین کنید.			
۱۲	با اعمال آزمون مشتق دوم، مقادیر اکسترمم‌های موضعی تابع $f(x) = x^4 - 4x + 1$ را در صورت وجود بیابید.			
۱۳	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را رسم کنید.			
۱۴	مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار $y = 2x + 1$ و خطوط $y = 0, x = 0$ و $x = 2$ را محاسبه کنید.			
۱۵	ثابت کنید هر گاه f بر $[a, b]$ تابعی پیوسته باشد، نقطه‌ای مانند c از این بازه هست به قسمی که: $\int_a^b f(x) dx = (b - a) f(c)$			
۱۶	انتگرال $\int_0^2 (x - [x]) dx$ را محاسبه کنید.			
۲۰	جمع نمره موفق باشید.			

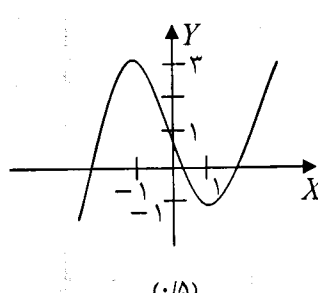
باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۰/۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۲-۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱	فرض خلف: فرض کنیم $a \neq 0$ ($0/25$). پس طبق فرض $0 < a < h$ ($0/25$). حال قرار می دهیم $h = \frac{a}{2}$ ($0/25$) که در این صورت داریم $0 < a < \frac{a}{2}$ و این تناقض است. ($0/25$)	۱
۱	$-1 \leq \cos n \leq 1$ ($0/25$) $\Rightarrow -\frac{1}{n} \leq \frac{\cos n}{n} \leq \frac{1}{n}$ ($0/25$) , $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} -\frac{1}{n} = 0$ ($0/25$) $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n} = 0$ ($0/25$)	۲
۱/۲۵	$f(0) = b$ ($0/25$) , $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} a + [x] = a - 1 = 2$ ($0/25$) $\Rightarrow a = 3$ ($0/25$) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 3 - x^2 = 3$ ($0/25$) $\Rightarrow b = 3$ ($0/25$)	۳
۰/۷۵	مجانب قائم $x = 2$ ($0/25$). چون $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-2}$ ($0/25$). بنابراین $y = x - 1$ مجانب مایل است ($0/25$).	۴
۱	$V(r) = \frac{4}{3} \pi r^3$ ($0/25$) $\Rightarrow \frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$ ($0/25$) $\xrightarrow{r=10} \frac{dV}{dr}(10) = 400\pi$ ($0/5$)	۵
۱/۵	$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ \sin x }{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$ ($0/25$) مشتق پذیر نیست ($0/25$) $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sin x}{x} = -1$ ($0/25$)	۶
۱/۵	$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 2ax + b$ ($0/25$) , $f''(x) = 2a$ ($0/25$) $\Rightarrow f''(-1) = -2 \Rightarrow a = -1$ ($0/25$) $f'(-1) = 4 \Rightarrow b = 2$ ($0/25$) , $f(-1) = -6 \Rightarrow c = -3$ ($0/25$) $\Rightarrow f(x) = -x^2 + 2x - 3$ ($0/25$)	۷
۱/۲۵	$3x^2 + 8xy + 4x^2y' - 9y^2y' = 0 \xrightarrow{x=-1, y=1} y' = -1$ ($0/25$) ($0/25$) ($0/25$) ($0/25$) ($0/25$)	۸
۱	$b = 2 \Rightarrow 1 + e^{2x} = 2 \Rightarrow x = 0$ ($0/25$) , $f'(x) = 2e^{2x}$ ($0/25$) $\Rightarrow (f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(0)} = \frac{1}{2}$ ($0/25$)	۹
۰/۷۵	$g'(x) = \frac{(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}})}{(x + \sqrt{x})}$ ($0/5$) ($0/25$)	۱۰
۱/۵	الف) نقطه ی درونی c ($0/25$) را نقطه ی بحرانی نامیم هرگاه $f'(c) = 0$ یا $f'(c)$ موجود نباشد. ($0/5$) ب) در نتیجه $x = 0$ بحرانی است. ($0/25$) $D_f = [-2, 2]$ ($0/25$) , $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$ ($0/25$) $\Rightarrow f'(0) = 0$ ($0/25$)	۱۱

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۰/۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۲-۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱/۵	$f'(x) = 4x^2 - 4(0/25) = 4(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 1 (0/25), f''(x) = 12x(0/25)$ $f''(1) = 12 > 0 (0/25) \Rightarrow x = 1$ مینیمم موضعی مقدار مینیمم موضعی $f(1) = -2 (0/25)$	۱۲																								
۲	$f'(x) = 3x^2 - 3 (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} x = 1, -1 (0/25)$ $f''(x) = 6x (0/25) = 0 \xrightarrow{f''(x)=0} x = 0 (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\nearrow 2$</td> <td>$\searrow 1$</td> <td>$\searrow -1$</td> <td>$\nearrow +\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۱۵)</p> 	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	f'	$+$	0	$-$	0	$+$	f''	$-$	$-$	0	$+$	$+$	f	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow 1$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$	۱۳
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																					
f'	$+$	0	$-$	0	$+$																					
f''	$-$	$-$	0	$+$	$+$																					
f	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow 1$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$																					
۱/۵	$\Delta x = \frac{2}{n} (0/25), x_i = \frac{2i}{n} (0/25), f(x_i) = 2x_i + 1 = \frac{4i}{n} + 1 (0/25)$ $S_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{4i}{n} + 1\right) \frac{2}{n} = \frac{2}{n} \left(\frac{4}{n} \sum_{i=1}^n i + \sum_{i=1}^n 1\right) = \frac{2}{n} \left(\frac{4}{n} \times \frac{n(n+1)}{2} + n\right) = \frac{4(n+1)}{n} + 2 (0/25)$ $A = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4(n+1)}{n} + 2\right) = 6 (0/25)$	۱۴																								
۱	می دانیم $m < \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx < M$ که در آن M, m به ترتیب مقادیر مینیمم و ماکسیمم مطلق تابع f بر بازه $[a, b]$ هستند (۰/۲۵). چون f پیوسته است (۰/۲۵) بنابر قضیه مقدار میانی (۰/۲۵) هر مقدار بین ماکسیمم و مینیمم خود را در نقطه ای مانند $c \in [a, b]$ می گیرد. لذا (۰/۲۵) $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx = f(c)$ یا $\int_a^b f(x) dx = (b-a)f(c)$	۱۵																								
۱/۵	$\int_0^2 (x - [x]) dx = \int_0^1 (x - [x]) dx + \int_1^2 (x - [x]) dx = \int_0^1 x dx + \int_1^2 (x-1) dx = \frac{1}{2} x^2 \Big _0^1 + \left(\frac{1}{2} x^2 - x\right) \Big _1^2 = 1 (0/25)$	۱۶																								
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																									

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح	رشته: علوم ریاضی	سوالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۶ / ۱۲ / ۱۳۹۰	پیش دانشگاهی		
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه ۱۳۹۰)		
ردیف	سوالات		نمره

۱	ثابت کنید معکوس یک عدد منفی، عددی منفی است.	۱
۱	بازه ی $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$ را به صورت یک همسایگی محذوف متقارن به مرکز a و شعاع ε بنویسید.	۲
۲	ثابت کنید اگر دنباله ی $\{a_n\}$ همگرا باشد، آن گاه حد آن یکتا است.	۳
۱/۲۵	یکنوایی دنباله ی $\{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\}$ را بررسی کنید.	۴
۱/۵	نشان دهید سری $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!}$ همگرا است.	۵
۰/۷۵	آیا سری $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{3^k - 1}{3^k}$ همگراست؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.	۶
۱/۲۵	با استفاده از تعریف حد، ثابت کنید: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(-1)^{[x]}(x^2 - 1)}{x - 1} = 0$	۷
۱/۲۵	با استفاده از دنباله ها، ثابت کنید تابع $f(x) = \frac{ x }{x}$ در نقطه ی $x = 0$ حد ندارد.	۸
۲/۷۵	حدود توابع زیر را بدون استفاده از هم ارزی و قاعده ی هویتال محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left[\frac{1}{x^2} \right]$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{1+x} \times \text{Arc tan } x$	۹
۱	نشان دهید حداقل یکی از ریشه های معادله ی $x^3 - 3x + 1 = 0$ در بازه ی $[0, 1]$ قرار دارد.	۱۰
۱/۲۵	معادله ی کلیه ی مجانب های تابع $y = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 2x}$ را بنویسید.	۱۱
۱	نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \frac{3 - \sqrt{x+9}}{x+9}$ را در دامنه اش تعیین کنید.	۱۲
۱/۲۵	معادله ی خط مماس بر منحنی تابع $y = x^2 - 5x$ را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر منحنی به دست آورید.	۱۳
۱/۵	اگر $g(x) = x^2 - 1$ و $f'(x) = \sqrt{3x+16}$ باشد، مقدار عددی $(f \circ g)'(1)$ را محاسبه کنید.	۱۴
۱/۲۵	ثابت کنید اگر تابع g در نقطه ی a مشتق پذیر باشد، آن گاه تابع $\frac{1}{g}$ نیز در نقطه ی a مشتق پذیر است و $\left(\frac{1}{g}\right)'(a) = \frac{-g'(a)}{g^2(a)}$	۱۵
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۱۲/۶	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه ۱۳۹۰)	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$a < 0 \xrightarrow[(-/25)]{\times \frac{1}{a^2} > 0} \frac{1}{a^2} \times a < \frac{1}{a^2} \times 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < 0 \quad (0/25)$	۱
۱	$a = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4 \quad (0/25), \quad \varepsilon = \frac{5-3}{2} = 1 \quad (0/25) \Rightarrow \{x \in R \mid 0 < x-4 < \frac{1}{2}\} \quad (0/5)$	۲
۲	<p>برهان خلف: فرض کنیم دنباله دارای دو حد متمایز مانند l_1, l_2 باشد، داریم: $(0/25)$</p> $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = l_1 \Rightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists M_1 \in N \ni n \geq M_1 \Rightarrow a_n - l_1 < \frac{\varepsilon}{2} \quad (0/25)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = l_2 \Rightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists M_2 \in N \ni n \geq M_2 \Rightarrow a_n - l_2 < \frac{\varepsilon}{2} \quad (0/25)$ <p>فرض می کنیم $M = \max\{M_1, M_2\}$ پس برای هر $n \geq M$ داریم: $(0/25)$</p> $0 \leq l_1 - l_2 = l_1 - a_n + a_n - l_2 \leq a_n - l_1 + a_n - l_2 < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon \quad (0/5) \Rightarrow 0 \leq l_1 - l_2 < \varepsilon \Rightarrow l_1 = l_2 \quad (0/25)$ <p>پس فرض خلف باطل و دنباله ی همگرا تنها یک حد دارد. $(0/25)$</p>	۳
۱/۲۵	<p>روش اول: $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} \times \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \quad (0/25) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2+1}}, \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{2}}}, \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{3}}}, \dots \quad (0/5)$</p> <p>دنباله نزولی است. $(0/25)$</p> <p>روش دوم: $a_n > a_{n+1} \Leftrightarrow \sqrt{n+1} - \sqrt{n} > \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1} \Leftrightarrow 2\sqrt{n+1} > \sqrt{n+2} + \sqrt{n} \quad (0/25)$ $\Leftrightarrow 4(n+1) > 2n+2 + 2\sqrt{n^2+2n} \Leftrightarrow n+1 > \sqrt{n^2+2n} \Leftrightarrow n^2+2n+1 > n^2+2n \Leftrightarrow 1 > 0 \quad (0/25)$ </p>	۴
۱/۵	$S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} = 1 + 1 + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \dots + \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n} < 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \quad (0/25)$ <p>عبارت $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$ یک مجموع هندسی است. $(0/25)$ بنابراین $(0/5)$ $1 + \frac{1}{1-\frac{1}{2}} < 1 + \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 3$ پس سری صعودی و کراندار است در نتیجه همگراست. $(0/25)$</p>	۵
۰/۷۵	<p>خیر. واگراست. $(0/25)$. زیرا $\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{3k-1}{3k} = 1 \neq 0 \quad (0/25)$</p>	۶
۱/۲۵	<p>$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \ni 0 < x+1 < \delta \Rightarrow \left \frac{(-1)^{[x]}(x^2-1)}{x-1} - 0 \right < \varepsilon \quad (0/5)$</p> $\left \frac{(-1)^{[x]}(x^2-1)}{x-1} \right = \underbrace{ (-1)^{[x]} }_{(0/25)} \times \underbrace{\left \frac{x^2-1}{x-1} \right }_{(0/25)} = x+1 < \varepsilon \Rightarrow \delta \leq \varepsilon \quad (0/25)$	۷

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۶ / ۱۲ / ۱۳۹۰	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه ۱۳۹۰)	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۲۵	<p>چون $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n)$، لذا $f(x)$ در صفر حد ندارد. (۰/۲۵)</p> $\begin{cases} a_n = \frac{1}{n} \quad (0/25) \\ b_n = -\frac{1}{n} \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0 \quad (0/25) \\ f(a_n) = 1, \quad f(b_n) = -1 \quad (0/25) \end{cases}$	۸
۲/۷۵	<p>الف) $\frac{1}{x^2} - 1 < [\frac{1}{x^2}] \leq \frac{1}{x^2} \quad (0/25) \xrightarrow{\times x^2} 1 - x^2 < x^2 [\frac{1}{x^2}] \leq 1 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x^2) = \lim_{x \rightarrow 0} (1) = 1 \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2} \times \sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2} \times \sqrt{x-2}} \quad (0/25) = \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (0/25)$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{1+x} \times \text{Arc tan } x = \frac{2}{1} \times \frac{\pi}{2} = \pi \quad (0/25)$</p>	۹
۱	<p>تابع $f = x^3 - 3x + 1$ در بازه ی $[0, 1]$ پیوسته است (۰/۲۵) و $f(0) \times f(1) = -1 < 0$ (۰/۵). طبق نتیجه ی قضیه ی مقدار میانی، معادله حداقل دارای یک ریشه است. (۰/۲۵)</p>	۱۰
۱/۲۵	<p>مجانب های قائم $\begin{cases} x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = 0 \quad (0/25), \begin{cases} x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow x = 2 \quad (0/25)$ $x^2 - 2x = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x^2 + 3 = (x^2 - 2x)(x+2) + (4x+3) \Rightarrow (0/25) \Rightarrow$ مجانب مایل $y = x + 2 \quad (0/25)$</p>	۱۱
۱	<p>$x + 9 \geq 0 \Rightarrow x \geq -9 \quad (0/25)$ $x + 9 \neq 0 \Rightarrow x \neq -9 \quad (0/25)$ $\Rightarrow D_f = (-9, +\infty) \quad (0/25)$ نقاط ناپیوستگی برابر است با $(-\infty, -9)$. (۰/۲۵)</p>	۱۲
۱/۲۵	<p>$f(2) = -6 \quad (0/25), \quad y' = 2x - 5 \quad (0/25) \Rightarrow m = -1 \quad (0/25)$ $y - (-6) = (-1)(x - 2) \quad (0/25) \Rightarrow y = -x - 4 \quad (0/25)$</p>	۱۳
۱/۵	<p>$g'(x) = 3x^2 \quad (0/25) \Rightarrow g'(1) = 3 \quad (0/25)$ $(f \circ g)'(1) = \underbrace{g'(1)}_{(0/25)} \times \underbrace{f'(g(1))}_{(0/25)} = 3 \times \underbrace{f'(0)}_{(0/25)} = 3 \times 4 = 12 \quad (0/25)$</p>	۱۴
۱/۲۵	<p>$(\frac{1}{g})'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{g(a+h)} - \frac{1}{g(a)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a) - g(a+h)}{h(g(a+h)g(a))} \quad (0/25)$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{g(a+h)g(a)} \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} = \frac{-1}{g^2(a)} \times g'(a) = -\frac{g'(a)}{g^2(a)} \quad (0/25)$</p>	۱۵
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح	رشته: علوم ریاضی	سوالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۱۲/۱۰	پیش دانشگاهی		
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه ۱۳۹۰)		
نمره	سوالات		

۱/۵	تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ را در نظر بگیرید. معادله ی خط مماس در نقطه ی A' به طول ۳ واقع بر f^{-1} را بنویسید.	۱
۱	نقطه ی M روی مسیر $3x^2 - y^2 + 2xy = 3$ در حرکت است. هنگامی که M در نقطه ی $(1, 2)$ قرار دارد، اگر x با سرعت ۲ متر بر ثانیه کاهش یابد، y با چه سرعتی تغییر می کند؟	۲
۱/۵	مشتق پذیری تابع $f(x) = x x $ و مشتق دوم آن را در نقطه ی $x = 0$ بررسی کنید.	۳
۱/۷۵	نقاط ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $y = x + \frac{4}{x}$ را در بازه ی $[-3, -1]$ تعیین کنید.	۴
۱/۵	با استفاده از قضیه ی رول ثابت کنید معادله ی $x^3 + x + 1 = 0$ فقط یک ریشه دارد.	۵
۲/۲۵	بازه هایی که تابع $y = x\sqrt{4 - x^2}$ بر آن ها صعودی یا نزولی است را تعیین کنید.	۶
۱/۵	در تابع $f(x) = x^3 + 9x^2 + 1$ جهت تقعر و نقطه ی عطف را در صورت وجود پیدا کنید.	۷
۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{\cos x}{1 + \cos x}$ را در بازه ی $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۸
۱	با استفاده از قاعده ی هوییتال حد زیر را محاسبه کنید.	۹
	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \cos x - 1}{1 - \tan^2 x}$	
۱/۲۵	مجموع بالای ریمان را برای تابع $f(x) = x^2 + 1$ روی بازه ی $[0, 1]$ بیابید.	۱۰
۱	ثابت کنید اگر f در بازه ی $[a, b]$ پیوسته باشد، آن گاه عدد حقیقی c ، $a \leq c \leq b$ وجود دارد که $\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a)$	۱۱
۱	اگر f تابعی انتگرال پذیر و فرد باشد و بدانیم $\int_2^5 f(x) dx = 4$ ، مطلوبست $\int_{-3}^5 (f(x) + 1) dx$.	۱۲
۱/۲۵	اگر مقدار متوسط تابع $f(x) = 2x + 1$ در بازه ی $[a, 2]$ برابر ۳ باشد، مقدار a را به دست آورید.	۱۳
۱/۵	انتگرال زیر را محاسبه کنید.	۱۴
	$\int_0^2 (x^{\lfloor x \rfloor} + 1) dx$	
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۱۲/۱۰	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه ۱۳۹۰)	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱/۵	$(3, a) \in f^{-1} \Rightarrow (a, 3) \in f \Rightarrow \sqrt{a^2 + 1} = 3 \Rightarrow a = 2 \text{ (۰/۲۵)}$ $f'(x) = \frac{2x^2 \text{ (۰/۲۵)}}{2\sqrt{x^2 + 1} \text{ (۰/۲۵)}} \Rightarrow f'(2) = 2 \text{ (۰/۲۵)}$ $(f^{-1})'(3) = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{2} \text{ (۰/۲۵)}$ $y - 2 = \frac{1}{2}(x - 3) \text{ (۰/۲۵)}$	۱																										
۱	$6x \frac{dx}{dt} - 2y \frac{dy}{dt} + 2y \frac{dx}{dt} + 2x \frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow (6x + 2y) \frac{dx}{dt} + (2x - 2y) \frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow (10x - 2y) \frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dt} = -10 \text{ (۰/۲۵)}$	۲																										
۱/۵	$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$ $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = 0 \text{ (۰/۲۵)}$ $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x^2 - 0}{x - 0} = 0 \text{ (۰/۲۵)}$ $f''_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x - 0}{x - 0} = 2 \text{ (۰/۲۵)}$ $f''_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x - 0}{x - 0} = -2 \text{ (۰/۲۵)}$ <p>مشتق دوم در نقطه ی صفر وجود ندارد (۰/۲۵)</p>	۳																										
۱/۷۵	$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \text{ (۰/۲۵)}$ $\Rightarrow \begin{cases} f(-2) = -\frac{12}{3} \text{ (۰/۲۵)} \\ f(-2) = -4 \text{ (۰/۲۵)} \\ f(-1) = -5 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$ <p>تابع در $x = -2$ ماکسیمم مطلق (۰/۲۵) و در $x = -1$ مینیمم مطلق دارد. (۰/۲۵)</p>	۴																										
۱/۵	<p>$f(x) = x^3 + x + 1$ تابعی یبوسته است (۰/۲۵). چون $f(0) = 1$, $f(-1) = -1$، طبق قضیه ی مقدار میانی حداقل یک ریشه در بازه ی $(-1, 0)$ دارد (۰/۲۵). اگر f دو ریشه مانند x_1 و x_2 داشته باشد که $x_2 > x_1$ و $f(x_2) = f(x_1) = 0$، طبق قضیه ی رول $\exists c \in (x_1, x_2) \ni f'(c) = 0$ (۰/۲۵). از طرفی $f'(x) = 3x^2 + 1 \neq 0$ (۰/۲۵). پس فرض خلف باطل و معادله فقط یک ریشه دارد. (۰/۲۵)</p>	۵																										
۲/۲۵	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>$-\sqrt{2}$</td> <td>$\sqrt{2}$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>↘</td> <td>-2</td> <td>↗</td> <td>2</td> <td>↘</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p> $D_f = [-2, 2] \text{ (۰/۲۵)}$ $f'(x) = \sqrt{4 - x^2} + x \times \frac{-2x}{2\sqrt{4 - x^2}} = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \text{ (۰/۲۵)}$ <p>تابع در بازه ی $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ صعودی (۰/۲۵) و در بازه های $[-2, -\sqrt{2}]$، $[\sqrt{2}, 2]$ نزولی (۰/۵) است.</p>	x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$	y'			-	0	+	0	-		y			0	↘	-2	↗	2	↘	0	۶
x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$																						
y'			-	0	+	0	-																					
y			0	↘	-2	↗	2	↘	0																			

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۲ / ۱۰	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در جبرانی اول (اسفند ماه ۱۳۹۰)	
نمره	راهنمای تصحیح	
	ردیف	

۱/۵	$y' = 3x^2 + 18x \quad (۰/۲۵)$ $y'' = 6x + 18 = 0 \Rightarrow x = -3 \quad (۰/۲۵)$ <p>نقطه ی عطف $(-3, 55) \quad (۰/۲۵)$</p>	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td></td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td>∩</td> <td>∪</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	-3	$+\infty$	y''		-	+	y		∩	∪	۷
x	$-\infty$	-3	$+\infty$												
y''		-	+												
y		∩	∪												
۲	$1 + \cos x = 0 \Rightarrow x = \pi \quad (۰/۲۵)$ $y' = \frac{-\sin x}{(1 + \cos x)^2} = 0 \quad (۰/۵) \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi \quad (۰/۲۵)$ <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>π</td> <td>2π</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p>	x	0	π	2π	y'	0	-	+	y	$\frac{1}{2}$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	<p>(۰/۵)</p>	۸
x	0	π	2π												
y'	0	-	+												
y	$\frac{1}{2}$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$												
۱	$H: \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(-\sqrt{2} \sin x) \cdot (۰/۲۵)}{-2 \tan x (1 + \tan^2 x) \cdot (۰/۵)} = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$		۹												
۱/۲۵	$\Delta x = \frac{1}{n} \quad (۰/۲۵), \quad x_i = \frac{i}{n} \quad (۰/۲۵)$ $U_n(f) = \frac{1}{n} \left(\left(\frac{1}{n}\right)^2 + 1 + \left(\frac{2}{n}\right)^2 + 1 + \dots + \left(\frac{n}{n}\right)^2 + 1 \right) = \frac{1}{n} \left(\frac{1+4+\dots+n^2}{n^2} + n \right) = \frac{1}{n} \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6n^2} + n \right) = \frac{\lambda n^2 + 3n + 1}{6n^2} \quad (۰/۲۵)$		۱۰												
۱	<p>چون $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ بین دو مقدار ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع است (۰/۲۵)، بنابراین قضیه ی مقدار میانی $\exists c \in [a, b]$ که (۰/۲۵)</p> $f'(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \quad (۰/۵)$		۱۱												
۱	$\int_{-3}^5 (f(x) + 1) dx = \int_{-3}^5 f(x) dx + \int_{-3}^5 1 dx = \int_{-3}^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx + 8 = \frac{12}{3} \quad (۰/۲۵)$ <p>چون f فرد است، $\int_{-3}^3 f(x) dx = 0$، لذا $\int_{-3}^5 f(x) dx = 8$ (۰/۲۵)</p>		۱۲												
۱/۲۵	$3 = \frac{1}{2-a} \int_a^2 (2x+1) dx \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 6-3a = x^2 + x \Big _a^2 = 6 - (a^2 + a) \quad (۰/۲۵)$ $a^2 - 2a = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a = 2 \quad (۰/۲۵), \quad a = 0 \quad (۰/۲۵)$		۱۳												
۱/۵	$\int_0^1 (x^{\lfloor x \rfloor} + 1) dx + \int_1^2 (x^{\lfloor x \rfloor} + 1) dx = \int_0^1 2 dx + \int_1^2 (x^2 + 1) dx = 2 + \left(\frac{1}{3} x^3 + x \right) \Big _1^2 = \frac{16}{3} \quad (۰/۲۵)$		۱۴												
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر														

باسمه تعالی

سوات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی			
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://ace.medu.ir	
ردیف	سوالات		
نمره			

۱	اگر برای هر عدد حقیقی $\varepsilon > 0$ داشته باشیم $0 \leq x < \varepsilon$ ، ثابت کنید که $x = 0$	۱
۱	اگر مجموعه $A = \{x \mid y - 2x < 2\}$ یک همسایگی متقارن به مرکز a و شعاع r باشد، مقدار $a + r$ را تعیین کنید.	۲
۱/۵	در دنباله $\left\{ \frac{4n+1}{2n-5} \right\}$ برای چه مقادیر n ، $\frac{4n+1}{2n-5} < \frac{1}{99}$ می باشد؟	۳
۱/۵	ثابت کنید دنباله $\left\{ 2 + \frac{(-1)^n}{n} \right\}$ غیر یکتوا و همگراست.	۴
۲/۵	همگرایی یا واگرایی سری های زیر را بررسی نمایید و در صورت همگرایی، مجموع سری را محاسبه کنید. الف) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2k+1}{(k^2+1)(k^2+2k+2)}$ ب) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2k-1}{2k}$ ج) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2^{k+1}}{6^k}$	۵
۱/۵	با استفاده از تعریف حد، ثابت کنید: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-3}{x-1} = 6$	۶
۱/۵	ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ در نقطه $x = 0$ حد ندارد.	۷
۲/۲۵	حدود توابع زیر را بدون هم ارزی و قاعده ی هوییتال محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2-9) \cos \frac{1}{x-2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]-2}{x-2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{9x^2 - 4x + 1}}{6x - 1}$	۸
۱/۵	حدود m را طوری تعیین کنید که یکی از ریشه های معادله $0 = mx^2 - 4x - 2m + 3$ در بازه $[-1, 1]$ باشد.	۹
۰/۷۵	نقاط ناپوستگی تابع زیر را تعیین کنید. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x-6} & x < 5 \\ \sqrt{x-5} & x \geq 5 \end{cases}$	۱۰
۱	معادله ی کلیه ی مجانب های منحنی $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ را بنویسید.	۱۱
۱/۵	قضیه: اگر دو تابع f و g در نقطه ی a مشتق پذیر باشند، ثابت کنید: $(f \cdot g)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$	۱۲
۱/۲۵	مشتق پذیری تابع رو به رو را در $x = 1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$	۱۳
۱/۲۵	اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ ، $g'(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $F = g \circ f$ باشند، حاصل $F'(4)$ را تعیین کنید.	۱۴
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۱۰/۱۰	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱	اگر $x = 0$ که حکم برقرار است (۰/۲۵). حال فرض کنیم چنین نباشد (فرض خلف) یعنی $x \neq 0$. لذا $x > 0$ چون عبارت برای هر $\varepsilon > 0$ برقرار است، قرار می دهیم $\varepsilon = x$ (۰/۲۵). در نتیجه $0 < x < x = \varepsilon$ (۰/۲۵). که این تناقض است پس فرض خلف باطل است، یعنی $x = 0$ (۰/۲۵).	۱
۱	$ 7-3x < 2 \Rightarrow 2 < x - \frac{7}{3} < 2 \quad (0/25) \quad a = \frac{7}{3} \quad (0/25), \quad r = \frac{2}{3} \quad (0/25) \Rightarrow a+r=3 \quad (0/25)$	۲
۱/۵	$\frac{1}{199} - 2 < \frac{2n+1}{2n-5} - 2 < 2/01 - 2 \quad (0/25) \Rightarrow -0/01 < \frac{11}{2n-5} < 0/01 \quad (0/25) \Rightarrow \left \frac{11}{2n-5} \right < 0/01 \quad (0/25)$ $\Rightarrow 2n-5 > 1100 \quad (0/25) \Rightarrow n > \frac{1105}{2} \quad (0/25) \Rightarrow n \geq 553 \quad (0/25)$	۳
۱/۵	$\frac{-1}{n} \leq \frac{(-1)^n}{n} \leq \frac{1}{n} \quad (0/25) \Rightarrow 2 - \frac{1}{n} \leq 2 + \frac{(-1)^n}{n} \leq 2 + \frac{1}{n} \quad (0/25)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 - \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2 + \frac{1}{n} = 2 \quad (0/25) \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} 2 + \frac{(-1)^n}{n} = 2 \quad (0/25)$ دنباله همگراست $a_n: 1, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{9}{4}, \dots \quad (0/25) \Rightarrow$ دنباله غیر یکنواست (۰/۲۵)	۴
۲/۵	الف) $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{2k+1}{(k^2+1)((k+1)^2+1)} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k^2+1} - \frac{1}{(k+1)^2+1} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)^2-1} \quad (0/25)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \frac{1}{2} \Rightarrow$ سری همگرا به $\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n-1}{3n} = 1 \quad (0/25) \Rightarrow$ سری واگراست. (۰/۲۵) ج) سری به ۱ همگراست (۰/۲۵) $ q < 1 \Rightarrow S = \frac{a}{1-q} = 1 \quad (0/25)$ $a = \frac{2}{3} \quad (0/25), \quad q = \frac{1}{3} \quad (0/25)$ (سری هندسی)	۵
۱/۵	$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \exists 0 < x-1 < \delta \Rightarrow \left \frac{3x^2-3}{x-1} - 6 \right < \varepsilon \quad (0/5)$ $\left \frac{3x^2-3}{x-1} - 6 \right < \varepsilon \Rightarrow \left \frac{3x^2-6x+3}{x-1} \right < \varepsilon \quad (0/25) \Rightarrow 3 x-1 < \varepsilon \quad (0/25) \Rightarrow x-1 < \frac{\varepsilon}{3} \quad (0/25)$ کافیست $\delta \leq \frac{\varepsilon}{3}$ باشد. (۰/۲۵)	۶
۱/۵	$\begin{cases} a_n = \frac{1}{2n\pi} \\ b_n = \frac{1}{2n\pi + \pi} \end{cases} \quad (0/5) \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0, \forall n \in \mathbb{N} a_n, b_n \neq 0 \quad (0/25)$ $f(a_n) = \sin(2n\pi) = 0, \quad f(b_n) = \sin(2n\pi + \frac{\pi}{2}) = 1 \quad (0/25)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = 0 \quad (0/25)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = 1 \quad (0/25)$ چون دو دنباله $\{f(a_n)\}, \{f(b_n)\}$ به دو عدد نابرابر همگرایند، لذا $f(x)$ در صفر حد ندارد. (۰/۲۵)	۷

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۰	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰	
نمره	راهنمای تصحیح	

۳/۲۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 9) = 0$ (۰/۲۵), $ \cos \frac{1}{x-3} \leq 1$ (۰/۲۵) کراندار $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 9) \cos \frac{1}{x-3} = 0$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 2}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2 - 2}{x - 3} = 0$ (۰/۲۵) ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x \sqrt{9 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(6 - \frac{1}{x})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3x}{6x} = \frac{5}{6}$ (۰/۲۵)	۸
۱/۵	تابع f در بازه $[-1, 1]$ پیوسته است (۰/۲۵) و $f(-1) = -m + 7$ (۰/۲۵) و $f(1) = -m - 1$ (۰/۲۵). طبق قضیه ی مقدار میانی داریم: $f(-1) \times f(1) < 0 \Rightarrow (-m + 7)(-m - 1) < 0 \Rightarrow -1 < m < 7$ (۰/۲۵)	۹
۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x^2}{x - 6} = -25$ (۰/۲۵), $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} \sqrt{x - 5} = 0$ (۰/۲۵) \Rightarrow تابع در نقطه ی 5 ناپیوسته است. (۰/۲۵)	۱۰
۱	مجاذب افقی ندارد. (۰/۲۵)	۱۱
۱	$x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow$ مجانب قائم $x = 1$ (۰/۲۵) $x^2 - x + 1 = x(x - 1) + 1 \Rightarrow$ مجانب مایل $y = x$ (۰/۲۵)	۱
۱/۵	چون f و g در a مشتق پذیرند داریم: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$ (۰/۲۵), $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} = g'(a)$ (۰/۲۵) $(f \cdot g)'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f \cdot g)(a+h) - (f \cdot g)(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a)g(a+h) + f(a)g(a+h) - f(a)g(a)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(a+h) - f(a)}{h} \times g(a+h) + f(a) \times \frac{g(a+h) - g(a)}{h} \right) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$ (۰/۲۵)	۱۲
۱/۲۵	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x + 1}{(x - 1)^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - 1)^2}{(x - 1)^2} = 1$ (۰/۲۵) تابع در $x = 1$ مشتق پذیر است. (۰/۲۵)	۱۳
۱/۲۵	$f'(x) = \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x}}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f'(4) = \frac{5}{4}$ (۰/۲۵), $g'(f(4)) = g'(2) = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow F'(4) = f'(4) \times g'(f(4)) = \frac{25}{4}$ (۰/۲۵)	۱۴
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	

باسمه تعالی

سوالیات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲) رشته: علوم ریاضی ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سوالیات
نمره	

۱/۵	معادله ی خط قائم بر نمودار منحنی $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3$ را در نقطه ی $A(4,1)$ واقع بر منحنی بنویسید.	۱
۱/۲۵	تابع f با ضابطه ی $f(x) = \frac{x-1}{x+5}$ را در نظر بگیرید. مقدار $(f^{-1})'(-1)$ را محاسبه کنید.	۲
۱/۲۵	فرض کنید بادکنکی کروی مملو از هوا شعاعی برابر ۱۰ سانتی متر دارد. اگر ۱ سانتی متر دیگر به شعاع آن افزوده شود، (الف) آهنگ تغییر حجم چقدر است؟ (ب) میزان واقعی تغییر حجم را حساب کنید.	۳
۱/۷۵	جدول رفتار تابع $y = \frac{1}{1+x^2}$ را رسم نمایید و بازه هایی که تابع در آن صعودی یا نزولی است را تعیین کنید.	۴
۱	ثابت کنید اگر تابع f روی بازه ی I مشتق پذیر بوده و f' روی I برابر مقدار ثابت صفر باشد، آنگاه f روی I ثابت است.	۵
۱/۷۵	به کمک آزمون مشتق دوم، ماکسیمم و مینیمم نسبی تابع $g(x) = x + \frac{1}{x}$ را بیابید.	۶
۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x^2 + x + 2}{x-1}$ را رسم کنید.	۷
۱/۲۵	با استفاده از قاعده ی هوییتال حد زیر را محاسبه کنید.	۸
	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{3x^2}$	
۱/۲۵	به کمک دیفرانسیل، مقدار تقریبی $(0/9)^5$ را به دست آورید.	۹
۱	اگر بخواهیم ریشه ی مثبت معادله ی $2x^2 - 3 = 0$ را با روش نیوتن و تقریب اولیه ی $x_1 = 1$ بیابیم، مقدار x_2 را محاسبه کنید.	۱۰
۱/۵	مقدار تقریب اضافی مساحت زیر منحنی $f(x) = x^2 - 1$ را در بازه ی $[2,4]$ برای $n = 4$ به دست آورید.	۱۱
۱/۵	نامساوی $\frac{7}{6} \leq \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{2}{3}} \frac{1}{1-x^2} dx \leq \frac{21}{10}$ را ثابت کنید.	۱۲
	انتگرال های زیر را محاسبه کنید.	
۲	الف) $\int \frac{x^2 + 2}{\sqrt{x}} dx$ ب) $\int_{-1}^1 x^2 [x] dx$	۱۳
۱	بدون محاسبه ی انتگرال، مشتق زیر را به دست آورید.	۱۴
	$\frac{d}{dt} \int_{\sin x}^{\cos x} \frac{1}{4 + x^2} dx$	
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۱۰/۲۵	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰	
ردیف	نمره	راهنمای تصحیح

۱/۵	$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{2\sqrt{y}}} \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \Rightarrow m' = 2 \quad y-1 = 2(x-4) \Rightarrow y = 2x-7$	۱																			
۱/۲۵	$\frac{a-1}{a+5} = -1 \Rightarrow a = -2 \quad f'(x) = \frac{6}{(x+5)^2} \Rightarrow (f^{-1})'(-1) = \frac{1}{f'(-2)} = \frac{3}{2}$	۲																			
۱/۵	<p>الف) $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow V'(r) = 4\pi r^2 \Rightarrow V'(10) = 400\pi$</p> <p>ب) $V(11) - V(10) = \frac{4}{3}\pi(11)^3 - \frac{4}{3}\pi(10)^3 = \frac{4}{3}\pi(1331 - 1000)$</p>	۳																			
۱/۵	$f'(x) = \frac{-2x}{(1+x^2)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ <p>تابع در بازه ی $(-\infty, 0)$ صعودی</p> <p>تابع در بازه ی $(0, +\infty)$ نزولی</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>↗ 1 ↘</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y'	+	0	-	y	0	↗ 1 ↘	0	۴							
x	$-\infty$	0	$+\infty$																		
y'	+	0	-																		
y	0	↗ 1 ↘	0																		
۱	<p>نقطه ی دلخواه $a \in I$ را اختیار می کنیم. نشان می دهیم که برای هر $x \in I$ برابر $f(x)$ برابر $f(a)$ و در نتیجه ثابت است. فرض کنیم $x > a$. تابع f روی بازه ی $[a, x]$ در شرایط قضیه ی مقدار میانگین صدق می کند. پس $\exists c \in (a, x) \ni f(x) - f(a) = f'(c)(x-a)$ و $f'(c) = 0$ لذا $f(x) = f(a)$.</p>	۵																			
۱/۷۵	$g'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \xrightarrow{g'(x)=0} x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ <p>چون $g''(1) = 2 > 0$ تابع در $x = 1$ مینیمم دارد و $g''(-1) = -2 < 0$ تابع در $x = -1$ ماکسیمم دارد.</p>	۶																			
۲	<p>مجانِب مایل $y = x + 2 + \frac{4}{x-1}$ و $x = 1$ مجانب قائم</p> $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow x = 3, -1$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗ -1 ↘</td> <td>↘ -∞ ↗</td> <td>↘ 7 ↗</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	y'	+	0	-	-	0	+	y	$-\infty$	↗ -1 ↘	↘ -∞ ↗	↘ 7 ↗	$+\infty$	۷
x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$																
y'	+	0	-	-	0	+															
y	$-\infty$	↗ -1 ↘	↘ -∞ ↗	↘ 7 ↗	$+\infty$																

ادامه در برگه ی دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)		رشته: علوم ریاضی	مدت امتحان : ۲۰ دقیقه	
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان : ۲۵ / ۱۰ / ۱۳۹۰		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			
نمره				
۱/۲۵	$H: \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \cdot (\cdot/۲۵)}{6x \cdot (\cdot/۲۵)} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot (\cdot/۲۵)}{6 \cdot (\cdot/۲۵)} = 0 \cdot (\cdot/۲۵)$			۸
۱/۲۵	$f(x) = x^5, x=1, \Delta x = -0/1 \cdot (\cdot/۲۵), f'(x) = 5x^4 \cdot (\cdot/۲۵) \Rightarrow f(0/۹) = f(1) + (-0/1) f'(1) \cdot (\cdot/۲۵)$ $(0/۹)^5 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \cdot (\cdot/۲۵)$			۹
۱	$f'(x) = 4x \cdot (\cdot/۲۵), x_T = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \Rightarrow x_T = 1 - \frac{(-1) \cdot (\cdot/۲۵)}{4 \cdot (\cdot/۲۵)} = 1/۲۵ \cdot (\cdot/۲۵)$			۱۰
۱/۵	$\Delta x = \frac{1}{4} \cdot (\cdot/۲۵), \sum_{n=1}^4 f(u_i) \Delta x = \frac{1}{4} (f(\frac{5}{4}) + f(\frac{3}{2}) + f(\frac{7}{4}) + f(2)) = \frac{1}{4} (\frac{21}{4} + 8 + \frac{45}{4} + 16) = \frac{25}{4} \cdot (\cdot/۲۵)$ <p>(در صورتی که به جای (*) جدول محاسبات نیز آورده شد نیز بایم مورد نظر داده شود.)</p>			۱۱
۱/۵	$f'(x) = \frac{2x}{(1-x^2)^2} = 0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 1 \cdot (\cdot/۲۵) & \text{مینیمم مقدار} \\ f(-\frac{1}{2}) = \frac{4}{3} \cdot (\cdot/۲۵) \\ f(\frac{2}{3}) = \frac{9}{5} \cdot (\cdot/۲۵) & \text{ماکزیمم مقدار} \end{cases}$ $1 \leq \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}} \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2}{3}} \frac{1}{1-x^2} dx \leq \frac{9}{5} \cdot (\cdot/۲۵) \Rightarrow \frac{5}{6} \leq \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2}{3}} \frac{1}{1-x^2} dx \leq \frac{21}{10} \cdot (\cdot/۲۵)$			۱۲
۲	<p>الف) $\int (x^{\frac{3}{2}} + 2x^{-\frac{1}{2}}) dx = \frac{1}{1+\frac{3}{2}} x^{1+\frac{3}{2}} + 2x \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} x^{-\frac{1}{2}} + c = \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + 4\sqrt{x} + c \cdot (\cdot/۲۵)$</p> <p>ب) $\int_{-1}^0 x^{\frac{3}{2}} [x] dx + \int_0^1 x^{\frac{3}{2}} [x] dx = \int_{-1}^0 -x^{\frac{3}{2}} dx + \int_0^1 \frac{1}{2} x^{\frac{3}{2}} dx = -\frac{1}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big _{-1}^0 = -\frac{1}{3} \cdot (\cdot/۲۵)$</p>			۱۳
۱	$\frac{d}{dt} \int_{\sin x}^{\cos x} \frac{dx}{4+x^2} = \frac{(-\sin t)}{(\cdot/۲۵)} \times \frac{1}{4+\cos^2 t} - \frac{\cos t}{(\cdot/۲۵)} \times \frac{1}{4+\sin^2 t}$			۱۴
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر			

باسمه تعالی

سوالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال		رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان: ۹ / ۱۰ / ۱۳۹۱		
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات (پاسخنامه دارد)			نمره
۱	فرض کنیم برای هر عدد مثبت $h, 0 \leq a < h$. ثابت کنید $a = 0$.			
۲	به کمک قضیه‌ی فشرده‌گی، همگرایی دنباله‌ی $\left\{ \frac{\cos n}{n} \right\}$ را نشان دهید.			
۳	مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع زیر در نقطه‌ی صفر پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} a + [x] & x < 0 \\ b & x = 0 \\ 3 - x^2 & x > 0 \end{cases}$			
۴	کلیدهای مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$ را در صورت وجود بیابید.			
۵	بادکنکی کروی شکل مملو از هوا، شعاعی برابر 10 سانتی متر دارد. اگر 1 سانتی متر دیگر به شعاع آن افزوده شود، آهنگ تغییر حجم آن چقدر است؟			
۶	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sin x $ را در نقطه‌ی $x = 0$ بررسی کنید.			
۷	ضابطه‌ی تابع درجه‌ی دوم f را چنان بیابید که $f(-1) = -6, f'(-1) = 4$ و $f''(-1) = -2$ باشد.			
۸	شیب خط مماس بر منحنی $x^3 + 4x^2 y - 3y^3 = 0$ را در نقطه‌ی $(-1, 1)$ بنویسید.			
۹	تابع $f(x) = 1 + e^{2x}$ را در نظر بگیرید. مقدار $(f^{-1})'(2)$ را در صورت وجود بیابید.			
۱۰	مشتق تابع $g(x) = \ln(x + \sqrt{x})$ را به دست آورید.			
۱۱	الف) نقطه‌ی بحرانی را تعریف کنید. ب) نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ را در صورت وجود تعیین کنید.			
۱۲	با اعمال آزمون مشتق دوم، مقادیر اکسترمم‌های موضعی تابع $f(x) = x^4 - 4x + 1$ را در صورت وجود بیابید.			
۱۳	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را رسم کنید.			
۱۴	مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار $y = 2x + 1$ و خطوط $y = 0, x = 0$ و $x = 2$ را محاسبه کنید.			
۱۵	ثابت کنید هر گاه f بر $[a, b]$ تابعی پیوسته باشد، نقطه‌ای مانند c از این بازه هست به قسمی که: $\int_a^b f(x) dx = (b - a) f(c)$			
۱۶	انتگرال $\int_0^2 (x - [x]) dx$ را محاسبه کنید.			
۲۰	جمع نمره موفق باشید.			

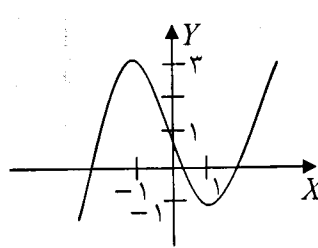
باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۰/۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۲-۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱	فرض خلف: فرض کنیم $a \neq 0$ ($0/25$). پس طبق فرض $0 < a < h$ ($0/25$). حال قرار می دهیم $h = \frac{a}{2}$ ($0/25$) که در این صورت داریم $0 < a < \frac{a}{2}$ و این تناقض است. ($0/25$)	۱
۱	$-1 \leq \cos n \leq 1$ ($0/25$) $\Rightarrow -\frac{1}{n} \leq \frac{\cos n}{n} \leq \frac{1}{n}$ ($0/25$) , $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} -\frac{1}{n} = 0$ ($0/25$) $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n} = 0$ ($0/25$)	۲
۱/۲۵	$f(0) = b$ ($0/25$) , $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} a + [x] = a - 1 = 2$ ($0/25$) $\Rightarrow a = 4$ ($0/25$) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 3 - x^2 = 3$ ($0/25$) $\Rightarrow b = 3$ ($0/25$)	۳
۰/۷۵	مجانب قائم $x = 2$ ($0/25$). چون $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-2}$ ($0/25$). بنابراین $y = x - 1$ مجانب مایل است ($0/25$).	۴
۱	$V(r) = \frac{4}{3} \pi r^3$ ($0/25$) $\Rightarrow \frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$ ($0/25$) $\xrightarrow{r=10} \frac{dV}{dr}(10) = 400\pi$ ($0/5$)	۵
۱/۵	$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ \sin x }{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$ ($0/25$) مشتق پذیر نیست ($0/25$) $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sin x}{x} = -1$ ($0/25$)	۶
۱/۵	$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 2ax + b$ ($0/25$) , $f''(x) = 2a$ ($0/25$) $\Rightarrow f''(-1) = -2 \Rightarrow a = -1$ ($0/25$) $f'(-1) = 4 \Rightarrow b = 2$ ($0/25$) , $f(-1) = -6 \Rightarrow c = -3$ ($0/25$) $\Rightarrow f(x) = -x^2 + 2x - 3$ ($0/25$)	۷
۱/۲۵	$3x^2 + 8xy + 4x^2y' - 9y^2y' = 0$ $\xrightarrow{x=-1, y=1} y' = -1$ ($0/25$) ($0/25$) ($0/25$) ($0/25$) ($0/25$)	۸
۱	$b = 2 \Rightarrow 1 + e^{2x} = 2 \Rightarrow x = 0$ ($0/25$) , $f'(x) = 2e^{2x}$ ($0/25$) $\Rightarrow (f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(0)} = \frac{1}{2}$ ($0/25$)	۹
۰/۷۵	$g'(x) = \frac{(1 + \frac{1}{\sqrt{x}})}{2\sqrt{x}}$ ($0/5$) $(x + \sqrt{x})$ ($0/25$)	۱۰
۱/۵	الف) نقطه ی درونی c ($0/25$) را نقطه ی بحرانی نامیم هرگاه $f'(c) = 0$ یا $f'(c)$ موجود نباشد. ($0/5$) ب) در نتیجه $x = 0$ بحرانی است. ($0/25$) $D_f = [-2, 2]$ ($0/25$) , $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$ ($0/25$) $\Rightarrow f'(0) = 0$ ($0/25$)	۱۱

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۰/۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۲-۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$f'(x) = 4x^2 - 4(0/25) = 4(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 1 (0/25), f''(x) = 12x(0/25)$ $f''(1) = 12 > 0 (0/25) \Rightarrow x = 1$ مینیمم موضعی مقدار مینیمم موضعی $f(1) = -2 (0/25)$	۱۲																								
۲	$f'(x) = 3x^2 - 3 (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} x = 1, -1 (0/25)$ $f''(x) = 6x (0/25) = 0 \xrightarrow{f''(x)=0} x = 0 (0/25)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗ ۲</td> <td>↘ ۱</td> <td>↘ -۱</td> <td>↗ $+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۱۵)</p>  <p style="text-align: center;">(۰/۱۵)</p>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	f'	+	0	-	0	+	f''	-	-	0	+	+	f	$-\infty$	↗ ۲	↘ ۱	↘ -۱	↗ $+\infty$	۱۳
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																					
f'	+	0	-	0	+																					
f''	-	-	0	+	+																					
f	$-\infty$	↗ ۲	↘ ۱	↘ -۱	↗ $+\infty$																					
۱/۵	$\Delta x = \frac{2}{n} (0/25), x_i = \frac{2i}{n} (0/25), f(x_i) = 2x_i + 1 = \frac{4i}{n} + 1 (0/25)$ $S_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{4i}{n} + 1\right) \frac{2}{n} = \frac{2}{n} \left(\frac{4}{n} \sum_{i=1}^n i + \sum_{i=1}^n 1\right) = \frac{2}{n} \left(\frac{4}{n} \times \frac{n(n+1)}{2} + n\right) = \frac{4(n+1)}{n} + 2 (0/25)$ $A = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4(n+1)}{n} + 2\right) = 6 (0/25)$	۱۴																								
۱	می دانیم $M < \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx < M$ که در آن m, M به ترتیب مقادیر مینیمم و ماکسیمم مطلق تابع f بر بازه $[a, b]$ هستند (۰/۲۵). چون f پیوسته است (۰/۲۵) بنابر قضیه مقدار میانی (۰/۲۵) هر مقدار بین ماکسیمم و مینیمم خود را در نقطه ای مانند $c \in [a, b]$ می گیرد. لذا (۰/۲۵) $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx = f(c)$ یا $\int_a^b f(x) dx = (b-a)f(c)$	۱۵																								
۱/۵	$\int_0^2 (x - [x]) dx = \int_0^1 (x - [x]) dx + \int_1^2 (x - [x]) dx = \int_0^1 x dx + \int_1^2 (x-1) dx = \frac{1}{2} x^2 \Big _0^1 + \left(\frac{1}{2} x^2 - x\right) \Big _1^2 = 1 (0/25)$	۱۶																								
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																									

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	ساعات شروع: ۱۰ صبح	سوالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تعداد صفحات: ۱ صفحه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۲/۱۰/۱۴		پیش دانشگاهی
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲		
ردیف	سوالات (پاسخنامه دارد)		نمره

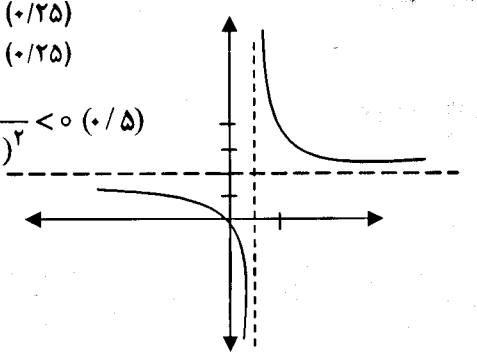
۱	نامساوی $ x - 2 \leq 2$ یک بازه را مشخص می کند. این بازه را بنویسید.	۱
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را فقط مشخص کنید: الف) هر دنباله صعودی و کراندار همگراست. ب) اینفیموم مجموعه $[-2, 3]$ برابر با -2 است. ج) دنباله $\{1 + (-1)^n\}$ همگرا می باشد. د) حد دنباله $a_n = (1 + \frac{1}{n})^{3n}$ برابر با e است.	۲
۱/۲۵	به کمک تعریف دنباله ای حد، ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ در نقطه $x = 0$ حد ندارد.	۳
۰/۷۵	مجاانب افقی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ را در صورت وجود، بیابید.	۴
۱	آهنگ تغییر مساحت دایره را نسبت به قطر آن بیابید.	۵
۱/۵	به کمک تعریف، مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 1 $ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۶
۱/۵	معادله ی خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{\cos x}{2 + \sin x}$ را در نقطه $(\frac{1}{4}, 0)$ بنویسید.	۷
۲	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $x^3 + y^3 - 4xy = 0$ ب) $y = \sqrt{x} e^{5x}$	۸
۱	فرض کنید $f(x) = x^3 + 1$ باشد مقدار $(f^{-1})'(9)$ را در صورت وجود، بیابید.	۹
۱	مجموع دو عدد مثبت برابر ۸ است. بزرگترین مقدار ممکن برای حاصلضرب آنها را پیدا کنید.	۱۰
۲	جهت تقعر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = x^4 - 4x^3$ را در دامنه اش بررسی نموده و نقاط عطف آن را بیابید.	۱۱
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را رسم کنید.	۱۲
۱/۵	مساحت ناحیه ای را بیابید که تحت خط مستقیم $y = x + 1$ و محدود به خطوط $x = 0$ تا $x = 2$ باشد.	۱۳
۰/۷۵	مشتق تابع $F(x) = \int_x^2 e^{t+1} dt$ را به دست آورید.	۱۴
۱/۷۵	انتگرالهای معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int_1^3 [x] dx$ ب) $\int (\sin 2x + \tan x) dx$	۱۵
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۴ / ۱۰ / ۱۳۹۲	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$ x-2 \leq 2 \rightarrow -2 \leq x-2 \leq 2 \text{ (} \circ/\text{۲۵)} \rightarrow 0 \leq x \leq 4 \text{ (} \circ/\text{۲۵)} \rightarrow [0, 4] \text{ (} \circ/\text{۲۵)}$	۱	
۱	(الف) درست (۰/۲۵) (ب) درست (۰/۲۵) (ج) نادرست (۰/۲۵) (د) نادرست (۰/۲۵)	۲	
۱/۲۵	$a_n = \frac{1}{2n\pi}, \forall n, a_n \neq 0, \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \text{ (} \circ/\text{۲۵)} \rightarrow f(a_n) = \sin 2n\pi = 0 \rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = 0 \text{ (} \circ/\text{۲۵)}$ $b_n = \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}}, \forall n, b_n \neq 0, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0 \text{ (} \circ/\text{۲۵)} \rightarrow f(b_n) = \sin(2n\pi + \frac{\pi}{2}) = 1 \rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = 1 \text{ (} \circ/\text{۲۵)}$	$\rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n)$ <p>پس تابع در $x=0$ حد ندارد. (۰/۲۵)</p>	۳
۰/۲۵	$D = (0, +\infty) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \text{ (} \circ/\text{۵)} \rightarrow y = 0$	مجانب افقی (۰/۲۵)	۴
۱	$s = \pi r^2 \text{ (} \circ/\text{۲۵)} \rightarrow s = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \text{ (} \circ/\text{۲۵)} \rightarrow s' = \pi \times 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{d}{2} = \frac{1}{2} d\pi \text{ (} \circ/\text{۵)}$	d: قطر دایره	۵
۱/۵	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x^2 - 1 }{x - 1} \text{ (} \circ/\text{۲۵)} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \text{ (} \circ/\text{۲۵)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2 \text{ (} \circ/\text{۲۵)} \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 - 1)}{x - 1} \text{ (} \circ/\text{۲۵)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x + 1) = -2 \text{ (} \circ/\text{۲۵)} \end{cases}$	چون این حد وجود ندارد بنابراین $f(x)$ در $x=1$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)	۶
۱/۵	$y' = \frac{-\sin x (2 + \sin x) - \cos x (\cos x)}{(2 + \sin x)^2} \text{ (} \circ/\text{۵)} = \frac{-2 \sin x - 1}{(2 + \sin x)^2} \rightarrow m = -\frac{1}{4} \text{ (} \circ/\text{۲۵)}$ <p>معادله ی خط مماس: $y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(x - 0) \text{ (} \circ/\text{۵)}$</p>		۷
۲	<p>الف) $\underbrace{2x^2}_{\text{(} \circ/\text{۲۵)}} + \underbrace{3y^2 y'}_{\text{(} \circ/\text{۲۵)}} - \underbrace{4y}_{\text{(} \circ/\text{۲۵)}} - \underbrace{4xy'}_{\text{(} \circ/\text{۲۵)}} = 0$</p> <p>ب) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \times e^{\delta x} + \delta e^{\delta x} \times \sqrt{x} \text{ (} \circ/\text{۵)}$</p>		۸
۱	<p>f در همه جا مشتق پذیر است $f'(x) = 3x^2 \text{ (} \circ/\text{۲۵)}$</p> <p>$x^3 + 1 = 9 \rightarrow x = 2 \text{ (} \circ/\text{۲۵)}$</p> <p>$(f^{-1})'(9) = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{12} \text{ (} \circ/\text{۵)}$</p>		۹

ادامه در صفحه ی دوم

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۴ / ۱۰ / ۱۳۹۲	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$x + y = 8 \rightarrow y = 8 - x$ $p = x \times y = x(8 - x) = -x^2 + 8x \quad (0/25)$ $p' = -2x + 8 \rightarrow -2x + 8 = 0 \rightarrow x = 4 \quad (0/25) \quad y = 8 - 4 = 4 \quad (0/25) \rightarrow p_{\max} = 4 \times 4 = 16 \quad (0/25)$	۱۰																		
۲	$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 \quad (0/25) \quad f''(x) = 12x^2 - 24x \quad (0/25) = 12x(x - 2)$ $12x(x - 2) = 0 \rightarrow x = 0 \quad (0/25), \quad x = 2 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>\cup</td> <td>\circ</td> <td>\cap</td> <td>\cup</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">عطف عطف</p> <p style="text-align: center;">نقاط عطف: $(2, -16)$, $(0, 0)$ (۰/۵)</p>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	f''	$+$	0	$-$	$+$	f	\cup	\circ	\cap	\cup	۱۱			
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																
f''	$+$	0	$-$	$+$																
f	\cup	\circ	\cap	\cup																
۲	$D = \mathbb{R} - \{1\}$ $y = 2$ مجانب افقی (۰/۲۵) $x = 1$ مجانب قائم (۰/۲۵) $y' = \frac{2(x-1) - (2x)}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0 \quad (0/5)$  <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>$-$</td> <td></td> <td></td> <td>$-$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>2</td> <td>\nearrow</td> <td>$+\infty$</td> <td>\searrow</td> <td>2</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	f'	$-$			$-$		f	2	\nearrow	$+\infty$	\searrow	2	۱۲
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$															
f'	$-$			$-$																
f	2	\nearrow	$+\infty$	\searrow	2															
۱/۵	<p style="text-align: right;">بازه ی $[0, 2]$ را به n بازه جزء با طول مساوی تقسیم می کنیم:</p> $x_i = \frac{2i}{n} \quad (0/25) \rightarrow f(x_i) = x_i + 1 = \frac{2i}{n} + 1 \quad (0/25)$ $\Delta x_i = \frac{2}{n} \quad (0/25)$ $s_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i}{n} + 1\right) \frac{2}{n} = \frac{2}{n} \left(\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n i + \sum_{i=1}^n 1\right) = \frac{2}{n} \left(\frac{2}{n} \times \frac{n(n+1)}{2} + n\right) = 2 \times \frac{n+1}{n} + 2 \quad (0/5)$ $A = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 \times \frac{n+1}{n} + 2\right) = 4 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">واحد سطح</p>	۱۳																		
ادامه در صفحه ی سوم																				

مدت امتحان : ۱۲۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان : ۱۴ / ۱۰ / ۱۳۹۲	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۰/۷۵	$F(x) = - \underbrace{\int_2^x e^{yt+1} dt}_{(۰/۲۵)} \rightarrow F'(x) = -e^{yx+1} \quad (۰/۵)$	۱۴
۱/۷۵	<p>الف) $\int_1^3 [x] dx = \int_1^2 [x] dx + \int_2^3 [x] dx = \int_1^2 dx + \int_2^3 2 dx \quad (۰/۵) = x _1^2 + 2x _2^3$ $= (2-1) + (6-4) = 3 \quad (۰/۵)$</p> <p>ب) $-\frac{1}{2} \cos 2x - \ln \cos x + k \quad (۰/۷۵)$</p>	۱۵
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : علوم ریاضی	ساعت شروع : ۱۰ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۳/۱۰/۱۳	تعداد صفحه : ۱
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	نشان دهید برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم : $ a - b \leq a - b $	۱
۱	به کمک تعریف ، ثابت کنید دنباله $\{n^2\}$ واگرا به $+\infty$ است.	۲
۱	حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x+5}-3}$ را بدون استفاده از هم ارزی و هوییتال محاسبه کنید.	۳
۱	معادلهٔ مجانب مایل تابع زیر را در صورت وجود، به دست آورید. $y = \frac{x^3 + 2x + 5}{x^2 + 1}$	۴
۱	به کمک تعریف مشتق ، شیب خط مماس بر منحنی تابع $y = x^2 + 2$ را در نقطه ای به طول ۱ واقع بر منحنی بیابید.	۵
۱/۵	معادلهٔ حرکت ذره ای به صورت $s = t^3 - 4t^2 + 2t + 3$ است. (s بر حسب سانتی متر و t بر حسب ثانیه است) شتاب این ذره را به عنوان تابعی از زمان پیدا کنید. پس از گذشت ۳ ثانیه شتاب چقدر است؟	۶
۱/۵	به ازای چه مقادیری از a و b و c تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 & x < 1 \\ ax^2 + bx + c & x \geq 1 \end{cases}$ در نقطهٔ $x = 1$ مشتق مرتبهٔ دوم دارد؟	۷
۲	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $x^2 + y^4 = xy^3 + 8$ ب) $y = \ln x^2$ ج) $y = e^{\tan x}$	۸
۱	ثابت کنید اگر تابع f زوج و مشتق پذیر باشد آنگاه تابع مشتقش فرد است.	۹
۱/۵	نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x}$ را پیدا کنید.	۱۰
۱/۵	مخزنی استوانه ای به شعاع ۳ متر را با آهنگ ۲ متر مکعب بر دقیقه از آب پر میکنند. ارتفاع آب با چه آهنگی بالا می آید؟	۱۱
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^4 + 3$ را رسم کنید.	۱۲
۱/۵	الف) جمع $\sum_{i=1}^n 3i$ را بسط دهید. ب) جمع رو به رو را با استفاده از نماد Σ بنویسید. $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + 100x^{99}$	۱۳
۲/۵	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int (e^{3x} + \sqrt{x} + \frac{1}{x}) dx$ ب) $\int_0^2 [x] x-1 dx$	۱۴
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۱۳	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	<p>طبق نامساوی مثلثی (۰/۵)</p> $ a = a - b + b \leq a - b + b \quad (۰/۵)$ $\rightarrow a - b \leq a - b \quad (۰/۲۵)$ <p>(مثال صفحه ۱۶)</p>	۱
۱	<p>فرض کنیم $K > 0$ عدد مثبت دلخواهی باشد (۰/۲۵) باید نشان دهیم از شماره ای به بعد $n^2 > K$ پس شماره ای مانند M است که هر گاه $n \geq M$، $n^2 > K$ در اینجا K معلوم مساله است. اما نامساوی $n^2 > K$ معادل $n > \sqrt{K}$ می باشد. (۰/۲۵) می توانیم شماره M مجهول را $M = \lfloor \sqrt{K} \rfloor + 1$ اختیار کنیم. (۰/۵)</p> <p>(تمرین در کلاس صفحه ۳۹)</p>	۲
۱	<p>$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x+5}-3} = \frac{0}{0}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x+5}-3} \times \frac{\sqrt{x+5}+3}{\sqrt{x+5}+3} \quad (۰/۵) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(\sqrt{x+5}+3)}{x-4} = 6 \quad (۰/۵)$</p> <p>(مبحث روش های محاسبه ی بعضی از حدود، صفحه ۸۳)</p>	۳
۱	<p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 + 2x + 5}{x^2 + 1} = \pm\infty$</p> <p>چون درجه ی صورت فقط یک واحد از درجه ی مخرج بزرگتر است پس این تابع گویا دارای مجانب مایل است. (۰/۲۵)</p> <p>$x^3 + 2x + 5 \Big \frac{x^2 + 1}{x}$</p> <p>$\frac{-x^3 - x}{x + 5}$</p> <p>پس $y = x$ معادله ی مجانب مایل این تابع گویاست. (۰/۷۵)</p> <p>(مبحث مجانب مایل صفحه ۱۱۷)</p>	۴
۱	<p>$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \rightarrow f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2 - 3}{x - 1} \quad (۰/۵) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2 \quad (۰/۵)$</p> <p>(مبحث مشتق تابع صفحه ۱۲۴)</p>	۵
۱/۵	<p>$v(t) = \frac{ds}{dt} = 3t^2 - 8t + 2 \quad (۰/۵)$</p> <p>$a(t) = \frac{dv}{dt} = 6t - 8 \quad (۰/۵)$</p> <p>$a(3) = 6(3) - 8 = 10 \text{ cm/s}^2 \quad (۰/۵)$</p> <p>(مثال صفحه ۱۳۸)</p>	۶

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۱۳	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$f(l) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a + b + c$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 = 1 \quad \rightarrow a + b + c = 1 \quad (./25)$ $f'(x) = \begin{cases} 2x^2 & x < 1 \\ 2ax + b & x \geq 1 \end{cases} \quad f'_-(1) = 2, f'_+(1) = 2a + b \Rightarrow 2a + b = 2 \quad (./25)$ $f''(x) = \begin{cases} 4x & x < 1 \\ 2a & x \geq 1 \end{cases} \quad f''_-(1) = 4, f''_+(1) = 2a \Rightarrow 2a = 4 \quad (./25)$ $\rightarrow a = 2 \quad (./25) \quad b = -2 \quad (./25) \quad c = 1 \quad (./25)$ <p style="text-align: right;">(مساله ی ۱۳ صفحه ۱۵۱)</p>	۷
۲	<p>الف) $2x + 4y^3 y' = y^3 + 3y^2 y' x \quad (1)$</p> <p>ب) $y' = \frac{2x}{x^2} \quad (./5)$</p> <p>ج) $y' = (1 + \tan^2 x) \times e^{\tan x} \quad (./5)$</p> <p style="text-align: right;">(مبحث مشتق گیری ضمنی - تابع نمایی و لگاریتمی طبیعی صفحات ۱۶۳-۱۵۴)</p>	۸
۱	<p>مقارن: D</p> $f(-x) = f(x) \quad (./25) \quad \rightarrow -f'(-x) = f'(x) \quad (./25) \quad \rightarrow f'(-x) = -f'(x) \quad (./25)$ <p style="text-align: right;">در نتیجه تابع f' فرد است. (./25) (مساله ی ۳-الف صفحه ۱۶۳)</p>	۹
۱/۵	$D = [0, 4] \quad (./25)$ $f'(x) = \frac{-2x + 4}{2\sqrt{-x^2 + 4x}} \quad (./5)$ <p>$-2x + 4 = 0 \rightarrow x = 2 \quad (./25)$ قابل قبول</p> <p>$-x^2 + 4x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \quad (./25) & \text{غیر قابل قبول} \\ x = 4 \quad (./25) & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$</p> <p style="text-align: right;">(مبحث نقطه بحرانی صفحه ۱۷۰)</p>	۱۰
۱/۵	$v = \pi r^2 h \quad (./25)$ $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dh} \times \frac{dh}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = \pi r^2 \times \frac{dh}{dt} \quad (./5) \rightarrow 2 = \pi (3)^2 \times \frac{dh}{dt} \quad (./25) \rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{2}{9\pi} \quad (./5)$ <p style="text-align: right;">(مساله ی ۲ صفحه ۱۹۶)</p>	۱۱

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۱۳	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۲	<p>$D = \mathbb{R}$ (۰/۲۵)</p> <p>مجانِب ندارد (۰/۲۵)</p> <p>$y' = 4x^3$ (۰/۲۵)</p> <p>$y' = 0 \rightarrow x = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>نقاط کمکی: $A(-1, 4), B(1, 4)$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;"> </td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> <div style="text-align: center;"> <p>(۰/۵)</p> </div> </div> <p style="text-align: right;">(مبحث رسم نمودار صفحات ۲۱۰-۱۹۷)</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y'	-		+	y	$+\infty$	3	$+\infty$	۱۲
x	$-\infty$	0	$+\infty$											
y'	-		+											
y	$+\infty$	3	$+\infty$											
۱/۵	<p>الف) $\sum_{i=1}^n 3i = 3 \sum_{i=1}^n i = 3(1+2+3+\dots+n) = 3 \times \frac{n(n+1)}{2}$ (۰/۵)</p> <p>ب) $1+2x+3x^2+4x^3+\dots+100x^{99} = \sum_{i=1}^{100} ix^{i-1}$ (۰/۷۵)</p> <p style="text-align: right;">(مسئله های ۳ و ۱۲ صفحه ۲۱۹)</p>	۱۳												
۲/۵	<p>الف) $\frac{1}{3}e^{3x} + \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + \ln x + c$ (۱)</p> <p>ب) $\int_0^1 -(x-1) \times 0 \, dx + \int_1^2 (x-1) \times 1 \, dx = \left(\frac{x^2}{2} - x\right) \Big _1^2 = 0 - \left(\frac{1}{2} - 1\right) = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">(محاسبه انتگرال معین و نامعین به کمک قضایا صفحه ۲۴۷-۲۴۰)</p>	۱۴												
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر													

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : علوم ریاضی	ساعت شروع : ۱۰ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۱۰/۱۲	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۱	درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید: الف) $\log 2$ ، عددی گویاست. ب) برای هر عدد حقیقی a داریم $ a \leq a \leq a $ ج) سوپریموم مجموعه $(1, \sqrt{3})$ برابر با ۳ است. د) اگر $0 < a < 1$ و $n \in \mathbb{N}$ ، آنگاه $0 < a^n \leq a$	۱
۱	با استفاده از تعریف حد دنباله ها ، ثابت کنید دنباله $\left\{ \frac{3n+1}{n} \right\}_{n=1}$ همگرا به ۳ است .	۲
۱	ابتدا تابع $s(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس مقادیر زیر را مشخص کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} s(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} s(x)$	۳
۱	با استفاده از قضیه ی بولزانو ثابت کنید معادله ی $x^3 - 2x - 5 = 0$ در بازه ی $[1, 2]$ جواب دارد.	۴
۱/۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) شیب خط قائم بر منحنی $y = \sqrt{x}$ ، در نقطه ای به طول ۱ واقع بر منحنی ، برابر است با ب) مکعبی به طول ضلع x مفروض است آنگاه تغییر حجم مکعب نسبت به x ، وقتی $x = 3$ باشد برابر است با ج) مشتق چپ تابع $f(x) = x-1 + 2 x-2 $ در $x = 1$ برابر است.	۵
۱/۵	مقادیر a و b را به قسمی تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & x \leq 0 \\ ax+a+b & x > 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق پذیر باشد.	۶
۱	فرض کنید $f(x) = x^6 - 2x^4 - x + 1$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h}$ را به دست آورید.	۷
۲	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $x^3 + xy^3 = 4$ ب) $y = \frac{2}{x} + e^{\tan x}$ ج) $y = \ln(x^8 + x^2 + 1)$	۸
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

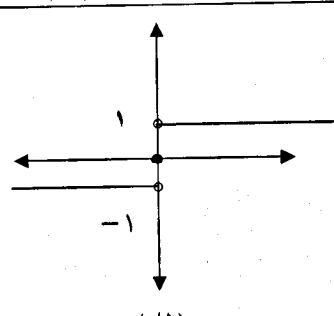
باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: علوم ریاضی	حساب دیفرانسیل و انتگرال
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۲	دوره پیش دانشگاهی	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴		

ردیف	سؤالات (با پاسخ نامه دارد)	نمره
------	----------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.		
۹	با فرض اینکه تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ در \mathbb{R} مشتق پذیر باشد و به ازای هر عدد حقیقی x ، $g(x) = f(2-x^2)$ و $f'(1) = 3$ ، مقدار $g'(1)$ را حساب کنید.	۱
۱۰	نقطه عطف تابع $y = \sin x$ را در بازه $(0, 2\pi)$ بیابید.	۱/۲۵
۱۱	نقاط اکسترمم موضعی تابع $f(x) = x^3 - 3x$ را بیابید.	۱/۷۵
۱۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را رسم کنید.	۲
۱۳	مساحت ناحیه ای را که محدود به سهمی $y = x^2$ و خطوط $y = 0$ و $x = 0$ و $x = 2$ می باشد را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	مشتق تابع $G(x) = \int_{4x}^{-1} t^2 dt$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۵	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int_0^2 [x] dx$ ب) $\int (e^x - \cos 5x) dx$	۱/۷۵
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۲	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱	۱	درست (۰/۲۵) نادرست (۰/۲۵) درست (۰/۲۵) نادرست (۰/۲۵) درست (۰/۲۵) نادرست (۰/۲۵)	۱
۱	۲	$\forall \varepsilon > 0 \exists M \in \mathbb{N} \forall n \geq M a_n - L < \varepsilon \rightarrow \left \frac{3n+1}{n} - 3 \right < \varepsilon \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow \left \frac{1}{n} \right < \varepsilon \rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \quad (۰/۲۵) \rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow M = \left\lceil \frac{1}{\varepsilon} \right\rceil + 1 \quad (۰/۲۵)$	۲
۱	۳	 <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} s(x) = -1 \quad (۰/۲۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} s(x) = 1 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>(۰/۵)</p>	۳
۱	۴	<p>تابع $f(x) = x^3 - 2x - 5$ چند جمله ای است پس در هر نقطه از \mathbb{R} پیوسته است پس در بازه $[1, 3]$ نیز، پیوسته است. (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی $f(1) = -6$ ، $f(3) = 16$ پس داریم $f(1) \times f(3) < 0$ بنابراین طبق قضیه ی بولزانو دست کم عددی مانند c در بازه $(1, 3)$ وجود دارد به طوری که $f(c) = 0$ یعنی c ریشه ی معادله ی $x^3 - 2x - 5 = 0$ است. (۰/۲۵)</p>	۴
۱/۵	۵	الف) -۲ (۰/۵) ب) ۲۷ (۰/۵) ج) -۳ (۰/۵)	۵
۱/۵	۶	<p>باید تابع f در $x = 0$ پیوسته باشد پس:</p> $\left. \begin{aligned} f(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= a + b \end{aligned} \right\} \rightarrow a + b = 4 \quad (۰/۵)$ $\left. \begin{aligned} f'_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax + a + b - 4}{x} = a \quad (۰/۲۵) \\ f'_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(x+2)^2 - 4}{x} = 4 \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} f'_-(0) &= f'_+(0) \\ \rightarrow a &= 4 \quad (۰/۲۵) \quad b = 0 \quad (۰/۲۵) \end{aligned}$	۶
۱	۷	$f'(x) = 6x^5 - 8x^3 - 1 \quad (۰/۲۵)$ $f''(x) = 30x^4 - 24x^2 \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h} = f''(1) \quad (۰/۲۵) \rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h} = 30(1)^4 - 24(1)^2 = 6 \quad (۰/۲۵)$	۷

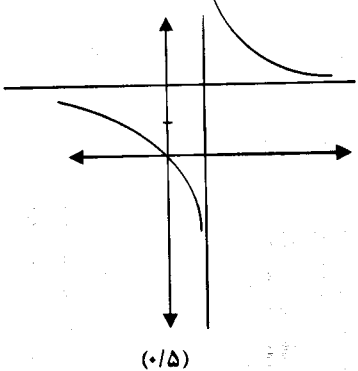
ادامه در برگه ی دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته: علوم ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی		
تاریخ امتحان : ۱۳۹۴ / ۱۰ / ۱۲		
مرکز سنجش آموزش و پرورش		
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴		
http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۲	<p>الف) $3x^r + y^r + 3y^r y'x = 0 \rightarrow y' = -\frac{3x^r + y^r}{3y^r x} \quad (0/75)$</p> <p>ب) $y' = \frac{-2}{x^r} + (1 + \tan^r x) \times e^{\tan x} \quad (0/75)$</p> <p>ج) $y' = \frac{8x^y + 4x^r}{x^8 + x^r + 1} \quad (0/5)$</p>	۸															
۱	<p>$g'(x) = -2x \times f'(2-x^r) \quad (0/5) \rightarrow g'(1) = -2 \times \underbrace{f'(1)}_r = -6 \quad (0/25)$</p>	۹															
۱/۲۵	<p>$y' = \cos x \quad (0/25)$ $y'' = -\sin x \quad (0/25)$ $y'' = 0 \rightarrow -\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \quad (0/25) \Rightarrow x = \pi$</p> <p>علامت تابع y'' در بازه $(0, \pi)$ منفی و در بازه $(\pi, 2\pi)$ مثبت است در نتیجه نقطه $(\pi, 0)$ نقطه عطف تابع در بازه $(0, 2\pi)$ می باشد. $(0/5)$</p>	۱۰															
۱/۷۵	<p>$D_f = \mathbb{R}, f'(x) = 3x^r - 3 \quad (0/25)$ $3x^r - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1 \quad (0/5)$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td>2</td> <td>-2</td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(0/5)</p> <p>نقطه $(1, -2)$ نقطه مینیمم موضعی (نسبی) تابع است. $(0/25)$ نقطه $(-1, 2)$ نقطه ماکسیمم موضعی (نسبی) تابع است. $(0/25)$</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	y		2	-2		۱۱
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$													
y'	+	0	-	0													
y		2	-2														
۲	<p>مجانب افقی $y = 2 \quad (0/25)$ $x = 1$: مجانب قائم $(0/25)$ $D = \mathbb{R} - \{1\}$</p> <p>$y' = \frac{-2}{(x-1)^r} \quad (0/5)$</p> <p>نقاط کمکی: $A(0, 0), B(2, 4)$</p> <p style="text-align: right;">(ادامه جواب در صفحه بعد)</p>	۱۲															

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۲	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	
ردیف	راهنمای تصحیح	
نمره		

 <p>(۰/۵)</p>	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$-$</td> <td>$$</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	$-$	$ $	$-$	y	2	$-\infty$	$+\infty$	۱۲
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'	$-$	$ $	$-$											
y	2	$-\infty$	$+\infty$											
۱/۵	<p>بازه ی $[0, 2]$ را به n بازه ی جزء با طول مساوی تقسیم می کنیم:</p> $\Delta x = \frac{2}{n} \quad (۰/۲۵)$ $x_i = a + i\Delta x = \frac{2}{n}i, \quad (i=0, 1, 2, \dots, n) \quad (۰/۲۵) \rightarrow$ $f(x_i) = \left(\frac{2}{n}i\right)^2 = \frac{4}{n^2}i^2 \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow s_n = \sum_{i=1}^n \frac{4}{n^2}i^2 \times \frac{2}{n} = \frac{8}{n^3} \times \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{8}{n^3} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \rightarrow A = \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \frac{8}{3} \quad (۰/۲۵)$	۱۳												
۰/۷۵	$G(x) = -\int_{-1}^x t^2 dt \rightarrow G'(x) = -4 \times 16x^2 \quad (۰/۷۵)$	۱۴												
۱/۷۵	<p>الف) $\int_0^1 dx + \int_1^2 dx = x \Big _0^1 = 1 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>ب) $e^x - \frac{1}{5} \sin 5x + c \quad (۰/۷۵)$</p>	۱۵												
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر													

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال		رشته : ریاضی فیزیک		ساعت شروع : ۱۰ صبح		مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه		
نام و نام خانوادگی :		دوره پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان : ۱۳۹۵/۱۰/۱۱		تعداد صفحه : ۱		
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵				مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)							نمره
توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.								
۱	اگر اشتراک دو بازه $(2,5)$ و $(\frac{3}{p}, 4)$ یک همسایگی متقارن به مرکز a و شعاع r باشد، مقدار a و r را بیابید.							۱
۲	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید: الف) حد دنباله $a_n = (1 + \frac{1}{n})^{2n}$ برابر است. ب) اگر دنباله $\{a_n\}$ که چنین تعریف شده است: $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = \sqrt{6+a_n}$ همگرا باشد، آنگاه حد دنباله $\{a_n\}$ برابر است.							۱
۳	یکنوایی و کرانداري دنباله $\left\{ \frac{(-1)^n}{n+2} \right\}$ را بررسی کنید.							۱
۴	به کمک تعریف دنباله‌ای حد، ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ در $x = 0$ حد ندارد.							۱/۵
۵	حدهای توابع رو به رو را محاسبه کنید: الف) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{\sqrt{4x^2+9x}-1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-1}$							۱/۵
۶	حجم آب یک منبع آب، t دقیقه پس از شروع تخلیه، بر حسب لیتر برابر است با: $v(t) = 250(16-t)^2$ ، آهنگ لحظه‌ای تخلیه آب بعد از ۴ دقیقه چقدر است و آن را توصیف کنید.							۱
۷	معادله خط مماس بر تابع $y = \frac{x}{x^2+6}$ را در نقطه $(2, 0/2)$ پیدا کنید.							۱/۵
۸	به ازای چه مقادیری از a ، b و c تابع $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 1 \\ ax^2 + bx + c, & x \geq 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق مرتبه دوم دارد؟							۱/۵
۹	مشتق بگیرد. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = e^{\cos x}$ ب) $x^2 + y^2 - 6xy = 0$							۱
۱۰	فرض کنید $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 6x + 1$ ، مقدار $(f^{-1})'(1)$ را در صورت وجود بیابید.							۱
۱۱	به کمک آزمون مشتق مرتبه دوم نقاط ماکسیمم و مینیمم موضعی تابع $f(x) = \sqrt{2}x - 2\cos x$ را روی بازه $(0, 2\pi)$ پیدا کنید.							۱/۵
۱۲	شعاع کره‌ای با آهنگ ۳ سانتی متر بر ثانیه بزرگ می‌شود. در لحظه‌ای که شعاع کره ۶۰ سانتی متر است، حجم کره با چه آهنگی افزایش می‌یابد.							۱
۱۳	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x^2}{x^2-1}$ را رسم کنید.							۲
۱۴	با استفاده از افزایش مناسب، مساحت ناحیه تحت $y = x^2$ بالای $y = 0$ و محدود به خطوط $x = 1$ و $x = 3$ را محاسبه کنید.							۱/۵
۱۵	مقدار متوسط تابع $f(x) = x^2 + x$ را در بازه $[1, 3]$ پیدا کنید.							۱
۱۶	انتگرال‌های معین و نامعین رو به رو را بیابید الف) $\int (e^{2x} + \cos x) dx$ ب) $\int \frac{dx}{x^2}$							۱
۲۰	جمع نمره							موفق باشید

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۱۱	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$(2,5) \cap (\frac{3}{2}, 4) = (2, 4)$ (۰/۱۵) $a = \frac{2+4}{2} = 3$ (۰/۲۵) $r = \frac{4-2}{2} = 1$ (۰/۲۵)	۱
۱		۲ الف) e^2 (۰/۵) ب) 3 (۰/۵)
۱	جملات دنباله بصورت: $(0/25)$ $-\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \dots$ در نتیجه غیر یکنوا است. (۰/۲۵) کراندار است (۰/۲۵) \Rightarrow همگرا به صفر (۰/۲۵) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n+2} = 0$	۳
۱/۵	$a_n = \frac{1}{2n\pi}$ (۰/۲۵) , $b_n = \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}}$ (۰/۲۵) , $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ (۰/۲۵) $f(a_n) = \sin 2n\pi = 0$ (۰/۲۵) , $f(b_n) = \sin(2n\pi + \frac{\pi}{2}) = 1$ (۰/۲۵) حد ندارد $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n) \xrightarrow{(0/25)}$	۴
۱/۵	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 + \frac{3}{x})}{2x \sqrt{1 + \frac{9}{4x} - \frac{1}{4x^2}}} \xrightarrow{(0/5)} \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} \xrightarrow{(0/5)} \frac{2}{3}$ (۰/۲۵)	۵ الف) ب)
۱	$v'(t) = -500(16-t) \xrightarrow{(0/5)} v'(4) = -6000$ (۰/۲۵) یعنی وقتی که ۴ دقیقه از زمان تخلیه آب منبع گذشته باشد، پس از یک دقیقه دیگر ۶۰۰۰ لیتر دیگر تخلیه می شود. (۰/۲۵)	۶
۱/۵	$y' = \frac{x^2 + 6 - 2x(x)}{(x^2 + 6)^2} \xrightarrow{(0/5)} \frac{-x^2 + 6}{(x^2 + 6)^2}$ (۰/۲۵) $m = f'(2) = \frac{1}{5}$ (۰/۲۵) $y - \frac{2}{10} = \frac{1}{5}(x - 2) \xrightarrow{(0/25)} y = \frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$ (۰/۲۵)	۷

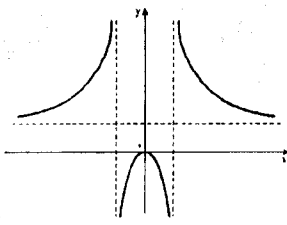
ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۱۱	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow a + b + c = 1 \quad (0/25)$ $f'(x) = \begin{cases} 2x^2 & x < 1 \\ 2ax + b & x \geq 1 \end{cases} \quad (0/25), f'_+(1) = f'_-(1) \rightarrow 2a + b = 2 \quad (0/25)$ $f''(x) = \begin{cases} 4x & x < 1 \\ 2a & x \geq 1 \end{cases} \quad (0/25), f''_+(1) = f''_-(1) \rightarrow 2a = 6 \quad (0/25)$ $\rightarrow a = 3, b = -2, c = 1 \quad (0/25)$	۸
۱	الف) $y' = -\sin x \times e^{\cos x} \quad (0/5)$ ب) $2x^2 + 2y^2 y' - 6y - 6xy' = 0 \quad (0/5)$	۹
۱	$y = 1 \Rightarrow x = 0 \quad (0/25) \quad f'(x) = 6x^2 + 6x + 6 \quad (0/25)$ $f'(0) = 6 \xrightarrow{(0/25)} (f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'(0)} = \frac{1}{6} \quad (0/25)$	۱۰
۱/۵	$f'(x) = \sqrt{x} + 2 \sin x = 0 \xrightarrow{(0/25)} x = \frac{4\pi}{3}, x = \frac{5\pi}{3} \quad (0/25)$ $f''(x) = 2 \cos x \xrightarrow{(0/25)} \begin{cases} f''(\frac{4\pi}{3}) = 2(-\frac{1}{2}) = -1 < 0 \quad (0/25) \\ f''(\frac{5\pi}{3}) = 2(\frac{1}{2}) = 1 > 0 \quad (0/25) \end{cases}$ نقطه $x = \frac{4\pi}{3}$ ماکسیمم موضعی و نقطه $x = \frac{5\pi}{3}$ مینیمم موضعی است. (۰/۲۵)	۱۱
۱	$v = \frac{4}{3} \pi r^2, \quad \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \times \frac{dr}{dt} \xrightarrow{(0/25)} = 4\pi r^2 \times \frac{dr}{dt} \quad (0/25)$ $r = 60 \rightarrow v'(t) = 4\pi (60)^2 \times 2 \xrightarrow{(0/25)} = 43200\pi \quad (0/25)$	۱۲
۲	$D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\} \quad (0/25)$ مجانب قائم $x = \pm 1 \quad (0/25)$ مجانب افقی $x \rightarrow \pm\infty \quad y = 1 \quad (0/25)$	۱۳

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۱۱	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

	$y' = \frac{-2x}{(x^2-1)^2} \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" style="margin: 10px 0;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> <td>Max</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>  <p style="text-align: center;">(۰/۵) (۰/۵)</p>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	+		+	0	-	y	$+\infty$		$+\infty$	Max	$-\infty$	۱۳
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$															
y'	+		+	0	-															
y	$+\infty$		$+\infty$	Max	$-\infty$															
۱/۵	<p>بازه ی $[۰, ۲]$ را به n بازه ی جزء با طول مساوی تقسیم می کنیم:</p> $\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{2}{n} \quad (۰/۲۵), \quad x_i = 1 + \frac{2}{n}i \quad (۰/۲۵), \quad f(x_i) = \frac{4}{n^2}i^2 + \frac{4}{n}i + 1 \quad (۰/۲۵)$ $S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{4}{n^2}i^2 + \frac{4}{n}i + 1 \right) \frac{2}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{n^3} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{4}{n^2} \times \frac{n(n+1)}{2} + n \right) = \frac{26}{3} \quad (۰/۲۵)$	۱۴																		
۱	$\bar{f}(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \stackrel{(۰/۲۵)}{=} \frac{1}{3-1} \int_1^3 (x^2 + x) dx \stackrel{(۰/۲۵)}{=} \frac{1}{2} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \Big _1^3 \stackrel{(۰/۲۵)}{=} 12 \quad (۰/۲۵)$	۱۵																		
۱	<p>الف) $\int (e^{rx} + \cos x) dx = \frac{1}{r} e^{rx} + \sin x + c \quad (۰/۵)$</p> <p>ب) $\int_1^5 \frac{dx}{x^2} = \int_1^5 x^{-2} dx = \left(-\frac{1}{x} \right) \Big _1^5 \stackrel{(۰/۲۵)}{=} \frac{4}{5} \quad (۰/۲۵)$</p>	۱۶																		
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																			

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۱	رشته: ریاضی فیزیک	حساب دیفرانسیل و انتگرال
ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵	دوره ی پیش دانشگاهی	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶		

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

۱/۵	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید: الف) $ x-1 < 4$ یک همسایگی متقارن به مرکز و شعاع است. ب) سوپریمم مجموعه $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x < 3\}$ برابر با است. پ) حد دنباله $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ برابر با است.	۱
۱/۵	با استفاده از تعریف حد دنباله ثابت کنید: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^2 - 1} = 0$	۲
۱/۵	با استفاده از تعریف حد دنباله ثابت کنید $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ در $x = 0$ حد ندارد.	۳
۱/۵	مقدار a را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+7} - 3 & x \neq 2 \\ x - 2 & x = 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد.	۴
۱	هزینه ساخت x کالا، $C(x)$ تومان است که در آن $C(x) = 80000 + 4000x - 5x^2$ می باشد هزینه تولید ۱۰۱ امین کالا چقدر است.	۵
۱/۵	معادله خط قائم بر منحنی $y = \sqrt{x-1}$ را در نقطه $x = 2$ بنویسید.	۶
۱/۵	اگر $f(x) = \sqrt{x}g(x)$ و $g(4) = 8$ و $g'(4) = 7$ مقدار $f'(4)$ را محاسبه کنید.	۷
۱	معادله خط مماس بر تابع معکوس $f(x) = x^2 + 2x$ را در نقطه ای به طول ۳ واقع بر تابع معکوس بنویسید.	۸
۱	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = \ln \sin x $ ب) $y^2 + xy + \frac{x}{y} = 5$	۹
۱	مجموع دو عدد مثبت برابر ۱۸ است. بزرگترین مقدار ممکن برای حاصلضرب آنها را پیدا کنید.	۱۰
۱/۵	جهت تقعر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = x^4 - 4x^3$ را در دامنه اش بررسی نموده و نقاط عطف آن را مشخص کنید.	۱۱
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ را رسم کنید.	۱۲
۱/۵	مساحت ناحیه ای را که محدود به خط $y = 2x + 1$ و خطوط $y = 0$ و $x = 1$ و $x = 4$ می باشد را به دست آورید.	۱۳
۰/۵	مشتق $G(x) = \int_{-1}^{3x} e^{t^2} dt$ را به دست آورید.	۱۴
۱/۵	انتگرال معین و نامعین زیر را محاسبه کنید. الف) $\int_{-1}^2 (x + 2x) dx$ ب) $\int (\cos 2x + e^{2x}) dx$	۱۵
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

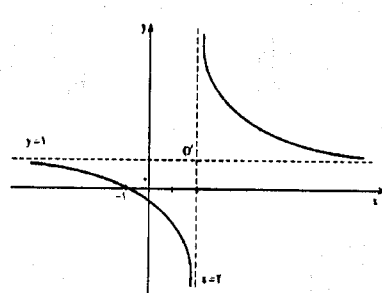
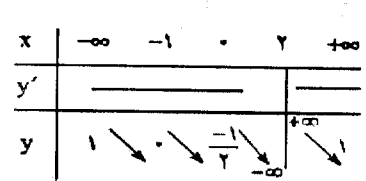
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	الف) مرکز ۱ و شعاع ۴ (۰/۵) ب) ۳ (۰/۵) پ) \sqrt{e} (۰/۵)	۱
۱/۵	$\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N}, n \geq M \Rightarrow \left \frac{2}{n^2-1} - 0 \right < \varepsilon \xrightarrow{(\cdot/5)} n^2 - 1 > \frac{2}{\varepsilon} \xrightarrow{(\cdot/5)} n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon} + 1} \xrightarrow{(\cdot/25)} M \geq \left\lceil \sqrt{\frac{2}{\varepsilon} + 1} + 1 \right\rceil \cdot (0/25)$	۲
۱/۵	$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} \\ b_n &= \frac{1}{2n\pi} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(\cdot/5)} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0 \xrightarrow{(\cdot/25)} \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = 0 & (\cdot/25) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n) = 1 & (\cdot/25) \end{cases}$	۳
	پس تابع در $x = 0$ حد ندارد (۰/۲۵)	
۱/۵	$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{(x-2)(\sqrt{x+7}+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+7}+3} = \frac{1}{6} \quad (\cdot/25)$ $f(2) = 2a - 1 \xrightarrow{(\cdot/25)} 2a - 1 = \frac{1}{6} \xrightarrow{(\cdot/25)} a = \frac{7}{12} \quad (\cdot/25)$	۴
۱	$C'(x) = 4000 - 10x \xrightarrow{(\cdot/5)} C'(100) = 3000 \quad (\cdot/5)$	۵
۱/۵	$x=2 \Rightarrow y=1 \quad (\cdot/25)$ $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} \xrightarrow{x=2} m = \frac{1}{3} \xrightarrow{(\cdot/25)} m' = -3 \quad (\cdot/25)$ معادله خط قائم: $y-1 = -3(x-2) \quad (\cdot/5)$	۶
۱/۵	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \times g(x) + \sqrt{x} \times g'(x) \quad (\cdot/5)$ $f'(4) = \frac{1}{4} g(4) + 2g'(4) = \frac{1}{4} \times 8 + 2 \times 7 = 16 \quad (\cdot/25)$	۷
۱	$y=3 \Rightarrow x=1 \quad (\cdot/25)$ $f'(x) = 3x^2 + 2 \xrightarrow{(\cdot/25)} (f^{-1})'_{(3)} = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{5} \quad (\cdot/25)$ معادله خط مماس بر تابع معکوس: $y-1 = \frac{1}{5}(x-3) \quad (\cdot/25)$	۸
۱	الف) $y' = \frac{\cos x}{\sin x} \quad (\cdot/5)$ ب) $y' = -\frac{y + \frac{1}{y}}{2y + x - \frac{x}{y^2}} \quad (\cdot/5)$	۹

ادامه در برگه دوم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱۰	$A(x) = x(18-x) = 18x - x^2 \quad (0/25)$ $A'(x) = 18 - 2x \xrightarrow{A'(x)=0} x = 9 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(0/25)</p> $A \text{ بزرگترین مقدار } = 81 \quad (0/25)$																				
۱۱	$f'(x) = 4x^2 - 12x \quad (0/25)$ $f''(x) = 8x - 12 \xrightarrow{f''(x)=0} x = 0, x = 2 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(0/25)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">-∞</td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">علامت f'(x)</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">جهت تغير f</td> <td style="text-align: center;">رو به بالا</td> <td style="text-align: center;">رو به پایین</td> <td style="text-align: center;">رو به بالا</td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">نقاط عطف: A(0,0) و B(2, -16) (0/25)</p> <p style="text-align: right;">رسم جدول (0/5)</p>	2	-	0	2	+	-∞				+∞	علامت f'(x)	+	-	+	+	جهت تغير f	رو به بالا	رو به پایین	رو به بالا	
2	-	0	2	+																	
-∞				+∞																	
علامت f'(x)	+	-	+	+																	
جهت تغير f	رو به بالا	رو به پایین	رو به بالا																		
۱۲	<p style="text-align: center;">مجانِب افقی $y=1$ (0/25) مجانِب قائم $x=2$ (0/25) $D = \mathbb{R} - \{2\}$ (0/25)</p> $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0 \quad (0/25) \quad \begin{cases} x=0 \rightarrow y=-\frac{1}{2} \\ y=0 \rightarrow x=-1 \end{cases} \quad (0/25)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">-∞</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y'</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;">↓</td> </tr> </table> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p style="text-align: right;">(0/5 نمره)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p style="text-align: left;">(0/5 نمره)</p> </div> </div>	x	-∞	-1	0	2	+∞	y'	-	-	-	-	-	y	↓	↓	↓	↓	↓		
x	-∞	-1	0	2	+∞																
y'	-	-	-	-	-																
y	↓	↓	↓	↓	↓																
۱۳	$\Delta x = \frac{4-1}{n} = \frac{3}{n} \quad (0/25) \quad , \quad x_i = 1 + \frac{3}{n}i \quad (0/25)$ $S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(3 + \frac{6}{n}i \right) \frac{3}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \left(3n + \frac{6}{n} \times \frac{n(n+1)}{2} \right) = 18 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(0/25) (0/25) (0/25)</p>																				
۱۴	$G'(x) = 3e^{3x} \quad (0/5)$																				
۱۵	<p>الف) $\int_{-1}^2 -x dx + \int_{-1}^2 x dx + \int_{-1}^2 2x dx = -\frac{x^2}{2} \Big _{-1}^2 + \frac{x^2}{2} \Big _{-1}^2 + x^2 \Big _{-1}^2 = \frac{11}{2} \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{4} e^{4x} + c \quad (0/5)$</p> <p style="text-align: center;">(0/5)</p>																				
۲۰	<p>همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر</p>																				



موسسه ایران دانش نوین

رویای خودت شو...



@IranDaneshNovin



@Iran_Danesh_Novin

برای دانلود بقیه ی جزوات با کلیک روی لینک های زیر به سایت
یا کانال های ما در تلگرام و سروش سر بزنید:

www.IDNovin.com

<https://telegram.me/irandaneshnovin>

http://sapp.ir/iran_danesh_novin