



موسسه ایران دانش نوین

رویای خودت شو...



@IranDaneshNovies

برای دانلود بقیه ی گام به گام ها و جزوات با کلیک روی لینک
های زیر به سایت یا کانال ما در تلگرام سر بزنید:

www.IDNovin.com

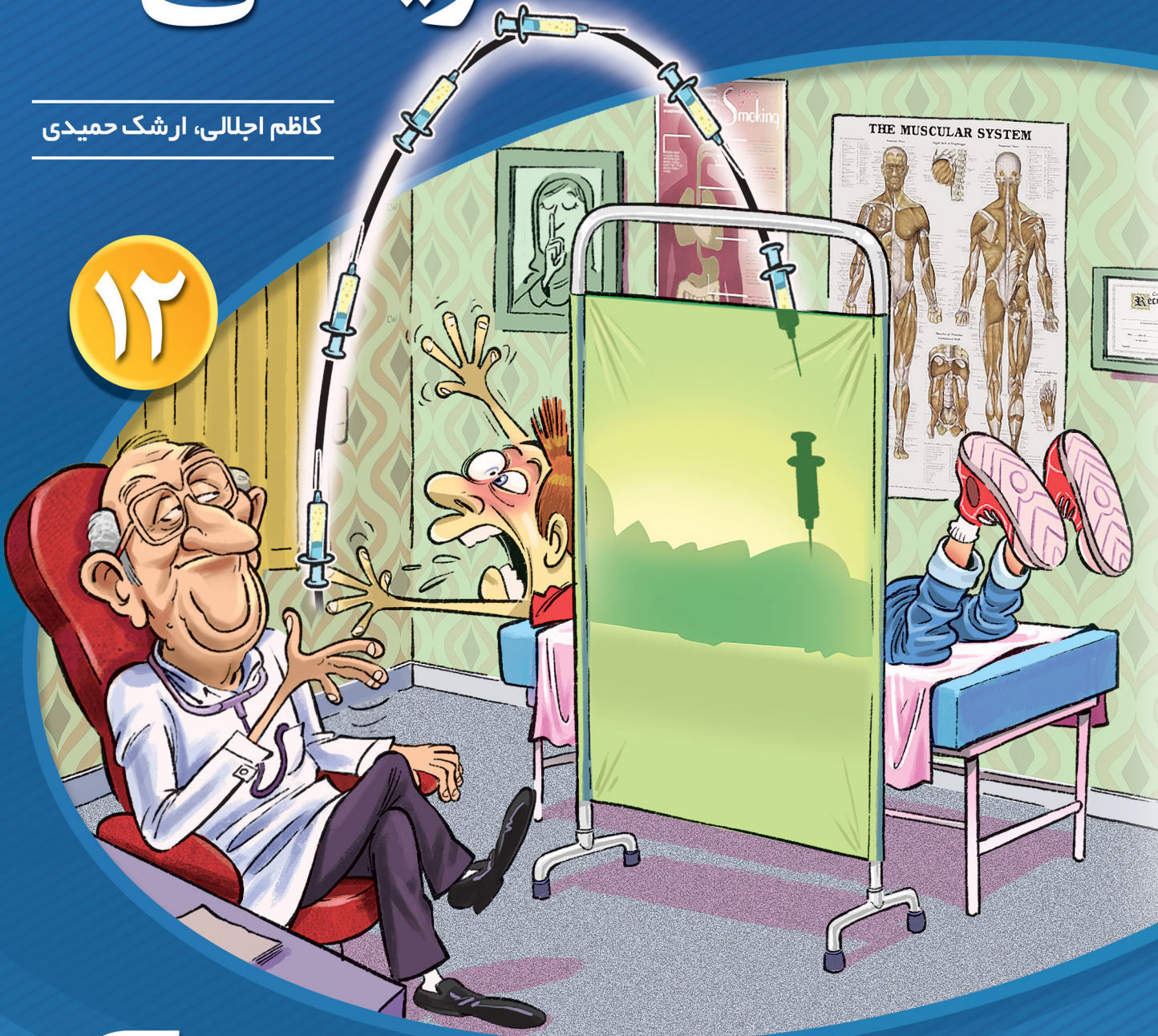
<https://telegram.me/irandaneshnovin>

بهترین جزوات، مشاوره با رتبه های تک رقمی: @irandaneshnovin

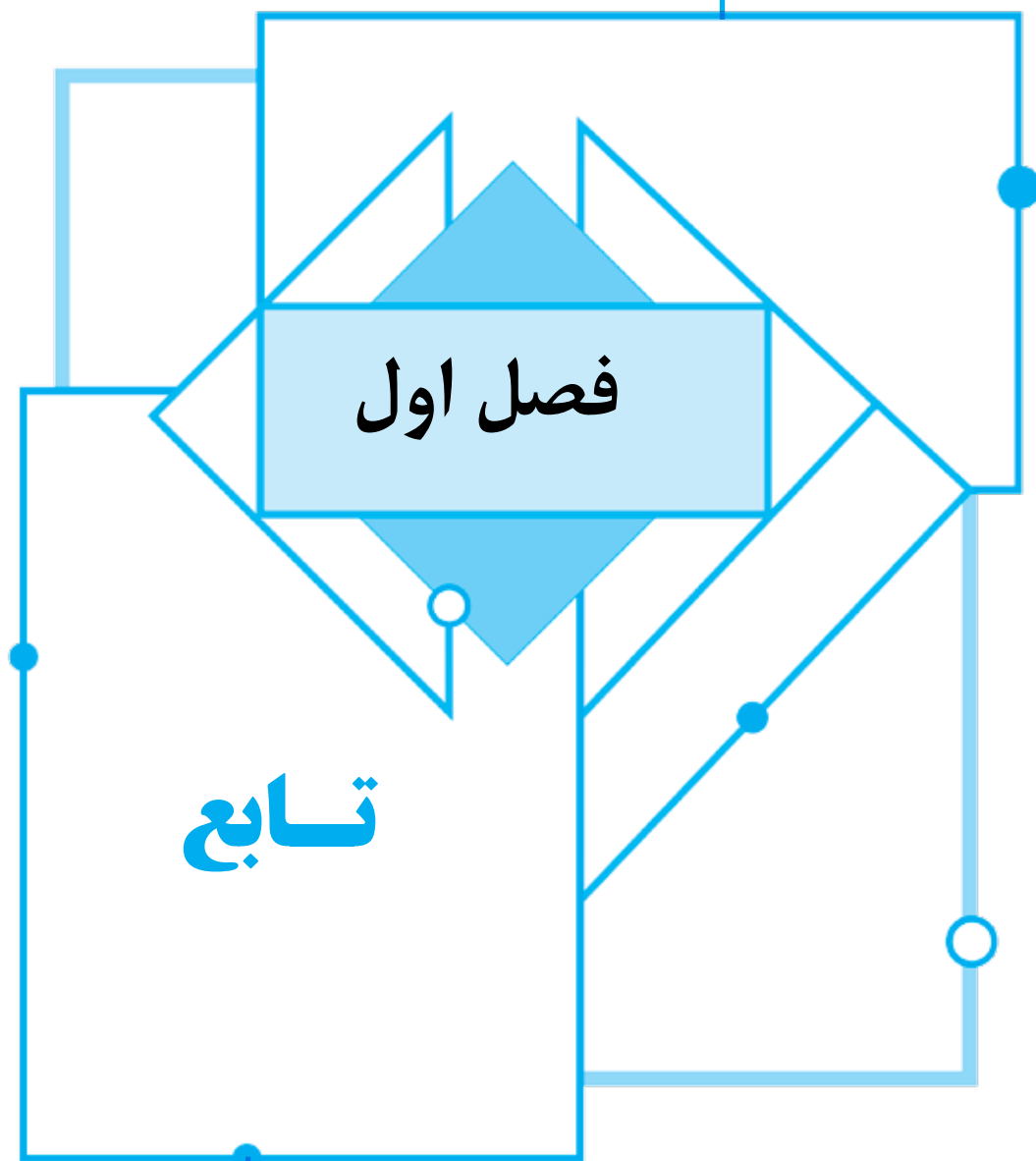
ریاضی تجربی

کاظم اجاللی، ارشک حمیدی

۱۲



انتشارات
آنگو



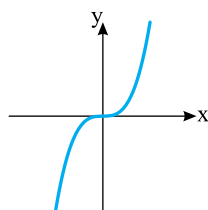
فصل اول

درس اول: توابع چندجمله‌ای – توابع صعودی و نزولی

توابع چندجمله‌ای

تعریف هر تابع با دامنه $\mathbb{R}$ را که ضابطه آن به صورت $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ است، که در اینجا n عددی صحیح و نامنفی است و $a_0, a_1, \dots, a_n$ عددهایی حقیقی هستند و $a_n \neq 0$ ، **تابعی چندجمله‌ای از درجه n می‌نامند.**

نمودار تابع چندجمله‌ای درجه ۳ با ضابطه $f(x) = x^3$ به صورت زیر است.



چون هر خط موازی محور x نمودار این تابع را قطع می‌کند، پس برد این تابع $\mathbb{R}$ است (توجه کنید که طبق تعریف، دامنه این تابع هم $\mathbb{R}$ است). همین‌طور، چون هر خط موازی محور x این نمودار را دقیقاً در یک نقطه قطع می‌کند، پس این تابع یک‌به‌یک نیز هست. به این ترتیب، تابع f وارون‌پذیر است.

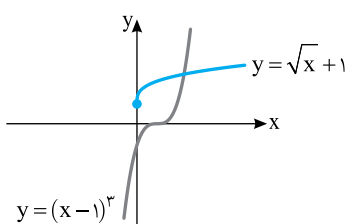
تست ۱ نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ ۱ در چند نقطه نمودار تابع $y = (x-1)^3$ را قطع می‌کند؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)



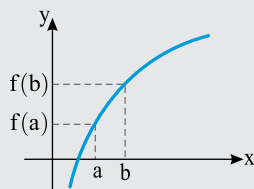
راه‌حل نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y = \sqrt{x} + 1$ به دست بیاید. نمودار تابع $y = x^3$ را یک واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y = (x-1)^3$ به دست بیاید. از روی شکل روبه‌رو معلوم است که این دو نمودار یک نقطه تقاطع دارند.

توابع صعودی و نزولی

تعریف تابع f را روی مجموعه A ($A \subseteq D_f$) **اکیداً صعودی** می‌نامند، به شرطی که به‌ازای هر a و b در

مجموعه A ،

$$a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$$

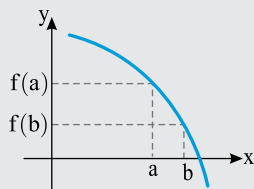


اگر $A = D_f$ ، می‌گوییم تابع f روی دامنه‌اش **اکیداً صعودی** است.

• تابع f را روی مجموعه A ($A \subseteq D_f$) **اکیداً نزولی** می‌نامند، به شرطی که به‌ازای هر a و b در

مجموعه A ،

$$a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$$



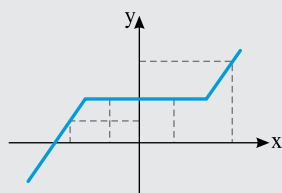
اگر $A = D_f$ ، می‌گوییم تابع f روی دامنه‌اش **اکیداً نزولی** است.

• اگر تابع f روی مجموعه A ($A \subseteq D_f$) اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد، می‌گوییم تابع f روی

مجموعه A **اکیداً یکنواست**.

• تابع f را روی مجموعه A ($A \subseteq D_f$) **صعودی** می‌نامند، به شرطی که به‌ازای هر a و b در مجموعه A ،

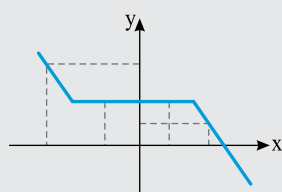
$$a < b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$$



اگر $A = D_f$ ، می‌گوییم تابع f روی دامنه‌اش **صعودی** است.

• تابع f را روی مجموعه A ($A \subseteq D_f$) **نزولی** می‌نامند، به شرطی که به‌ازای هر a و b در مجموعه A ،

$$a < b \Rightarrow f(a) \geq f(b)$$



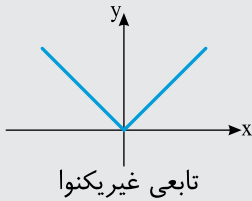
اگر $A = D_f$ ، می‌گوییم تابع f روی دامنه‌اش **نزولی** است.

• اگر تابع f روی مجموعه A ($A \subseteq D_f$) صعودی یا نزولی باشد، می‌گوییم تابع f روی مجموعه A **یکنواست**.

تابع ثابت روی هر زیرمجموعه‌ای از دامنه‌اش هم صعودی است هم نزولی. همچنین، تابعی که روی مجموعه‌ای هم صعودی است هم نزولی، روی این مجموعه تابعی ثابت است.

تذکر

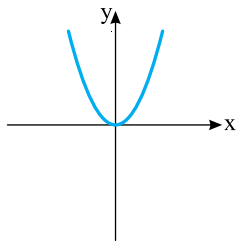
تعریف تابعی که روی مجموعه‌ای نه صعودی است نه نزولی، تابعی غیریکنوا است.



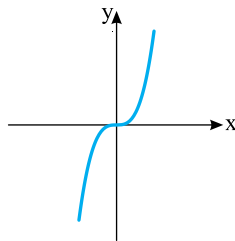
ممکن است تابعی روی دامنه‌اش غیریکنوا باشد، اما روی زیرمجموعه‌هایی از دامنه‌اش یکنوا باشد.

تذکر

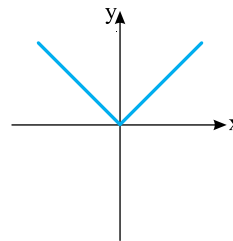
یکنوایی برخی توابع معروف را می‌توان از روی نمودار آنها مشخص کرد.



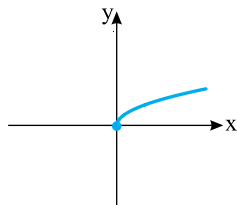
$y = x^2$, غیریکنوا



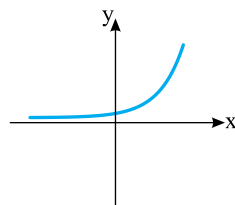
$y = x^3$, اکیداً صعودی



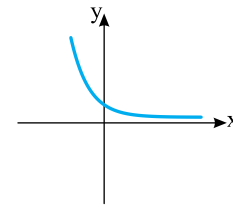
$y = |x|$, غیریکنوا



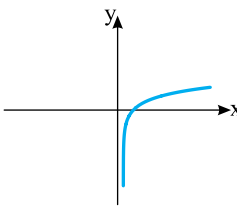
$y = \sqrt{x}$, اکیداً صعودی



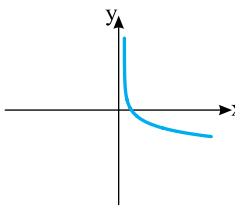
$y = a^x, a > 1$, اکیداً صعودی



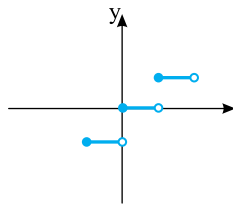
$y = a^x, 0 < a < 1$, اکیداً نزولی



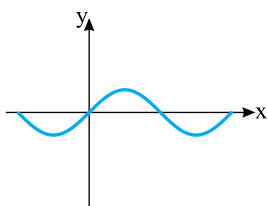
$y = \log_a x, a > 1$, اکیداً صعودی



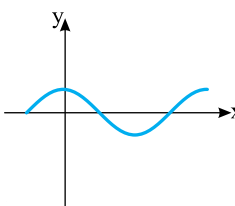
$y = \log_a x, 0 < a < 1$, اکیداً نزولی



$y = [x]$, صعودی



$y = \sin x$, غیریکنوا



$y = \cos x$, غیریکنوا

تست ۲

تابع $f = \{(1, 2), (2, m-1), (3, 7-m)\}$ صعودی است. حدود m کدام است؟

- (۱) $3 \leq m \leq 4$ (۲) $3 < m < 4$ (۳) $m \geq 4$ (۴) $m \leq 3$

را حل

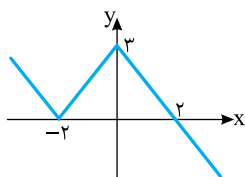
با توجه به تعریف تابع صعودی می توان نوشت:

$$\begin{cases} 1 < 2 \Rightarrow f(1) \leq f(2) \Rightarrow 2 \leq m-1 \Rightarrow m \geq 3 \\ 2 < 3 \Rightarrow f(2) \leq f(3) \Rightarrow m-1 \leq 7-m \Rightarrow 2m \leq 8 \Rightarrow m \leq 4 \end{cases} \Rightarrow 3 \leq m \leq 4$$

تست ۳

نمودار تابع f در شکل روبه رو رسم شده است. تابع f روی کدام بازه اکیداً

صعودی است؟



- (۱) $(-2, 0)$ (۲) $(-2, 2)$ (۳) $(-\infty, -2)$ (۴) $(0, +\infty)$

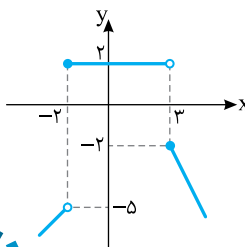
را حل

تابع f روی بازه های $(-\infty, -2]$ و $[0, +\infty)$ اکیداً نزولی و روی بازه $[-2, 0]$ اکیداً صعودی است. از بازه های داده شده فقط بازه $(-2, 0)$ زیرمجموعه بازه $[-2, 0]$ است.

تست ۴

تابع $f(x) = \begin{cases} x-3 & x < -2 \\ 2 & -2 \leq x \leq 3 \\ -2x+4 & x > 3 \end{cases}$ روی بازه $(-\infty, a)$ صعودی است. بیشترین مقدار a کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) 3 (۴) 4



را حل

تابع $y = x - 3$ روی بازه $(-\infty, -2)$ اکیداً صعودی است. تابع $y = 2$ روی بازه $[-2, 3]$ تابعی ثابت است، پس هم نزولی است هم صعودی. تابع $y = -2x + 4$ روی بازه $[3, +\infty)$ اکیداً نزولی است. بنابراین تابع f روی بازه $(-\infty, 3)$ صعودی است، پس بیشترین مقدار a برابر ۳ است.

تست ۵

تابع نمایی $f(x) = (3k-1)^x$ اکیداً صعودی است. حدود k کدام است؟

- (۱) $0 < k < \frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3} < k < 0$ (۳) $-\frac{1}{3} < k < \frac{1}{3}$ (۴) $k > 0$

را حل

اگر تابع $y = a^x$ اکیداً صعودی باشد، آن گاه $a > 1$. بنابراین $3k+1 > 1$ ، پس $k > 0$.

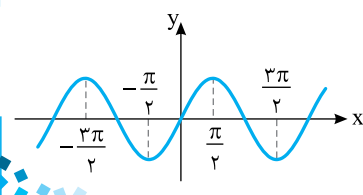
تست ۶

تابع $f(x) = \sin x$ روی بازه $[a, \frac{3\pi}{2}]$ اکیداً نزولی است. حداقل مقدار a چقدر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

را حل

با توجه به نمودار تابع $y = \sin x$ معلوم می شود که حداقل مقدار a برابر $\frac{\pi}{2}$ است.

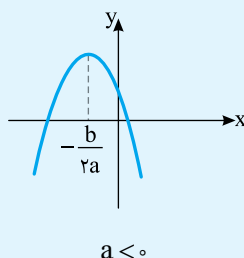
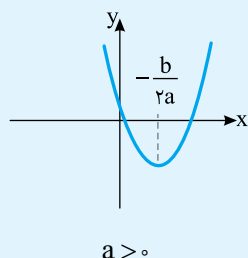


نکته

تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ روی $\mathbb{R}$ غیریکنواست.

• اگر $a > 0$ ، تابع f روی بازه $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$ اکیداً نزولی و روی بازه $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

• اگر $a < 0$ ، تابع f روی بازه $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$ اکیداً صعودی و روی بازه $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$ اکیداً نزولی است.



تست ۷

تابع $f(x) = 2x^2 - 10x + 10$ روی بازه $[a, +\infty)$ اکیداً صعودی است. حداقل مقدار a کدام است؟

۴) $-\frac{5}{2}$

۳) $\frac{5}{2}$

۲) -2

۱) 2

تابع $f(x) = 2x^2 - 10x + 10$ روی بازه $(-\infty, \frac{5}{2}]$ اکیداً نزولی و روی بازه $[\frac{5}{2}, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

راه حل

بنابراین حداقل مقدار a برابر $\frac{5}{2}$ است.

تست ۸

کدام تابع یکنوا نیست؟

۴) $y = x|x - 1|$

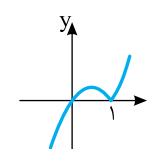
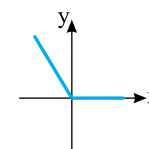
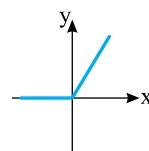
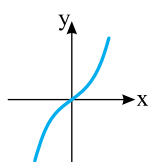
۳) $y = |x| - x$

۲) $y = x|x|$

۱) $y = x|x|$

راه حل

نمودار توابع داده شده را رسم می کنیم:



گزینه (۱) تابع $y = x|x|$ اکیداً صعودی است.

$$y = x|x| = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$

گزینه (۲) تابع $y = x|x|$ صعودی است.

$$y = x|x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

گزینه (۳) تابع $y = |x| - x$ نزولی است.

$$y = |x| - x = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ -2x & x < 0 \end{cases}$$

گزینه (۴) تابع $y = x|x - 1|$ غیریکنواست.

$$y = x|x - 1| = \begin{cases} x^2 - x & x \geq 1 \\ -x^2 + x & x < 1 \end{cases}$$

تست ۹

تابع $f(x) = |x^2 - 1| + x^2$ روی بازه $[a, b]$ اکیداً صعودی است. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

(۴) ۲

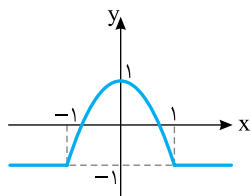
(۳) ۱

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}$

راه حل

ضابطه تابع را به صورت زیر می نویسیم و نمودار آن را رسم می کنیم:

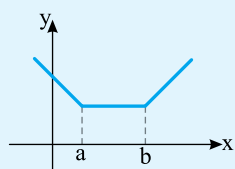


$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 - x^2 & x^2 \geq 1 \\ -x^2 + 1 - x^2 & x^2 \leq 1 \end{cases} = \begin{cases} -1 & x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1 \\ -2x^2 + 1 & -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

بنابراین تابع f روی بازه $[-1, 0]$ اکیداً صعودی است. پس $a = -1$ ، $b = 0$.

و در نتیجه $b - a = 1$.

نکته



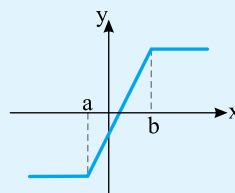
نمودار تابع $f(x) = |x - a| + |x - b|$ به شکل مقابل است ($a < b$). واضح

است که تابع f روی بازه $(-\infty, b]$ نزولی، روی بازه $(-\infty, a]$ اکیداً نزولی، روی

بازه $[a, +\infty)$ صعودی، روی بازه $[b, +\infty)$ اکیداً صعودی و روی بازه $[a, b]$ هم

صعودی و هم نزولی (ثابت) است.

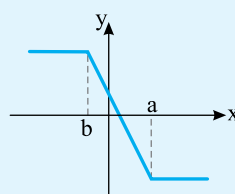
نکته



اگر $a < b$ ، آن گاه نمودار تابع $f(x) = |x - a| - |x - b|$ به صورت مقابل است.

واضح است که تابع f روی بازه $[a, b]$ اکیداً صعودی، روی بازه های $(-\infty, a]$ و

$[b, +\infty)$ هم صعودی و هم نزولی (ثابت) و روی $\mathbb{R}$ صعودی است.



اگر $a > b$ ، آن گاه نمودار تابع $f(x) = |x - a| - |x - b|$ به صورت مقابل است.

واضح است که تابع f روی بازه $[b, a]$ اکیداً نزولی، روی بازه های $(-\infty, b]$ و

$[a, +\infty)$ هم صعودی و هم نزولی (ثابت) و روی $\mathbb{R}$ نزولی است.

تست ۱۰

به ازای چه مقادیری از m ، تابع $f(x) = |x - m + 1| + |x - 3m - 3|$ نزولی است؟

(۴) $m < 1$

(۳) $m > 1$

(۲) $m \geq 1$

(۱) $m \leq 1$

راه حل

نمودار تابع $y = |x - a| - |x - b|$ به صورت یا است، که حالت اول به شرط $a < b$

و حالت دوم به شرط $a > b$ رخ می دهد. اکنون دقت کنید که

$$f(x) = |x - \underbrace{(m - 1)}_a| - |x - \underbrace{(3m - 3)}_b|$$

بنابراین برای آنکه تابع f نزولی باشد، باید $a \geq b$ (اگر $a = b$ ، تابع f ، تابعی ثابت می شود که نزولی است):

$$m - 1 \geq 3m - 3 \Rightarrow 2m \leq 2 \Rightarrow m \leq 1$$

نکته

- (۱) اگر تابع f صعودی باشد و $f(a) < f(b)$ ، آن گاه $a < b$.
- (۲) اگر تابع f نزولی باشد و $f(a) < f(b)$ ، آن گاه $a > b$.

تست ۱۱

تابع f روی $\mathbb{R}$ نزولی است و $f(3x-1) < f(2-x)$. حدود x کدام است؟

(۴) $x < \frac{3}{4}$

(۳) $x > \frac{3}{4}$

(۲) $x < 1$

(۱) $x > 1$

چون تابع f نزولی است، پس

$$f(3x-1) < f(2-x) \Rightarrow 3x-1 > 2-x \Rightarrow 4x > 3 \Rightarrow x > \frac{3}{4}$$

راه حل

تست ۱۲

اگر تابع f روی $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی باشد و $f(2) = 0$ ، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{f(x)}$ کدام است؟

(۴) $(-\infty, 0]$

(۳) $[0, +\infty)$

(۲) $[2, +\infty)$

(۱) $(-\infty, 2]$

باید $-f(x) \geq 0$ ، پس $f(x) \leq 0$. از طرف دیگر، چون تابع f اکیداً نزولی است و $f(2) = 0$ ، پس

$$f(x) \leq 0 \Rightarrow f(x) \leq f(2) \Rightarrow x \geq 2$$

بنابراین $D_g = [2, +\infty)$

راه حل

نکته

- (۱) اگر تابع‌های f و g صعودی باشند، آن گاه تابع $f+g$ صعودی است.
- (۲) اگر تابع‌های f و g نزولی باشند، آن گاه تابع $f+g$ نزولی است.
- (۳) اگر تابع‌های f و g صعودی باشند و مقادیر این دو تابع همگی مثبت باشند، آن گاه تابع $f \times g$ نیز صعودی است.
- (۴) اگر تابع‌های f و g نزولی باشند و مقادیر این دو تابع همگی مثبت باشند، آن گاه تابع $f \times g$ نیز نزولی است.
- (۵) اگر f تابعی صعودی باشد، تابع $-f$ نزولی است.
- (۶) اگر f تابعی نزولی باشد، تابع $-f$ صعودی است.
- (۷) اگر f تابعی صعودی باشد و مقادیر f همگی مثبت یا همگی منفی باشند، آن گاه تابع $\frac{1}{f}$ نزولی است.
- (۸) اگر f تابعی نزولی باشد و مقادیر f همگی مثبت یا همگی منفی باشند، آن گاه تابع $\frac{1}{f}$ صعودی است.

تست ۱۳

نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. کدام تابع اکیداً نزولی است؟

(۲) $y = f^2(x)$

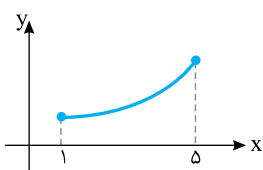
(۱) $y = \frac{1}{f(x)}$

(۴) $y = xf(x)$

(۳) $y = x^2 f(x)$

f تابعی اکیداً صعودی با مقادیر مثبت است. بنابراین تابع $y = \frac{1}{f(x)}$ اکیداً نزولی است.

راه حل





تست ۱۴

اگر تابع f^3 صعودی باشد، کدام یک از تابع‌های زیر حتماً نزولی است؟

(۱) $y = f(x) + x^2$ (۲) $y = x^2 f(x)$ (۳) $y = x^2 f(x)$ (۴) $y = -f(x)$

توجه کنید که دامنه تابع‌های f و f^3 یکسان است. همچنین، اگر a و b در دامنه f باشند و $a < b$ ، چون تابع f^3 صعودی است، پس

$$f^3(a) \leq f^3(b) \Rightarrow f(a) \leq f(b) \Rightarrow -f(a) \geq -f(b)$$

یعنی تابع $-f$ حتماً نزولی است.

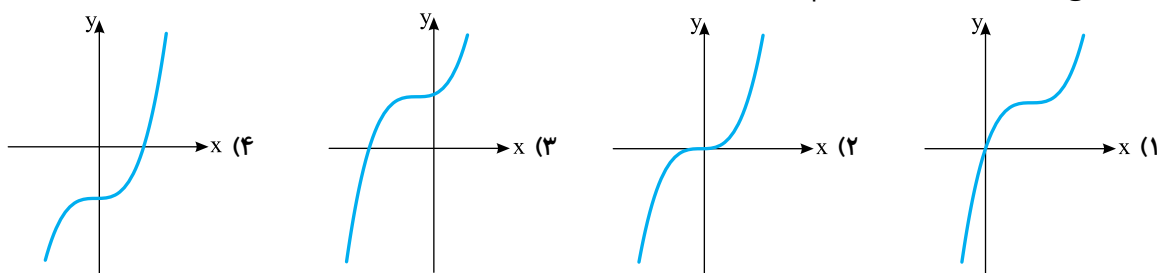
راه حل

فصل اول

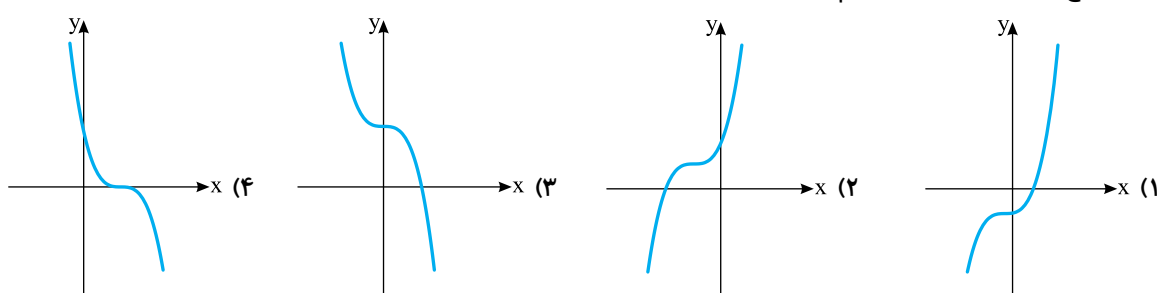
درس اول: توابع چندجمله‌ای - توابع صعودی و نزولی

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

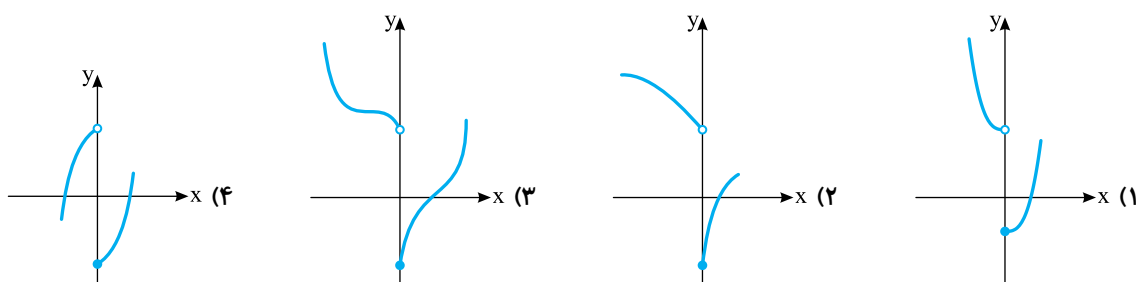
۱- نمودار تابع $f(x) = (x-1)^3 + 1$ کدام است؟



۲- نمودار تابع $f(x) = x^3$ کدام است؟



۳- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & x \geq 0 \\ -x^3 + 2 & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟



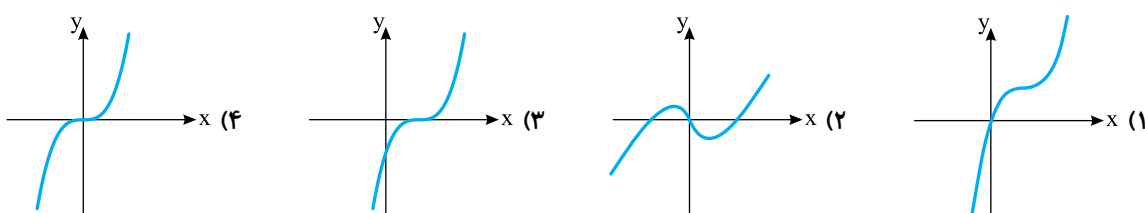
۴- نقطه تلاقی نمودار توابع $f(x) = x^3$ و $g(x) = -x^3$ در کدام ناحیه صفحه مختصات قرار دارد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۵- نمودار تابع $f(x) = x^3$ چند بار خط $y = x$ را قطع می‌کند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۶- نمودار تابع $f(x) = x^2(x-3)$ کدام است؟



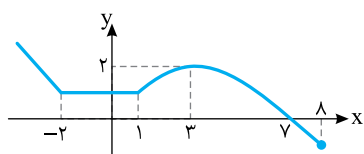
- ۷- کدام تابع غیر یکنوا است؟
 (۱) $f = \{(2, 1), (1, 2), (1, 3)\}$
 (۲) $g = \{(2, 1), (3, 0), (4, -1)\}$
 (۳) $h = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$
 (۴) $k = \{(2, 1), (3, 2), (4, 0)\}$

- ۸- به ازای چند عدد صحیح x تابع $f = \{(2, 4x-3), (0, x^2), (x^2, 9)\}$ صعودی است؟
 (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

- ۹- تابع $f = \{(1, 5), (2, |m|), (4, \frac{4}{|m|})\}$ نزولی است. m چند مقدار صحیح می تواند داشته باشد؟
 (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

- ۱۰- تابع $f = \{(1, a-2), (2, 4a-4), (3, 4a-b)\}$ هم صعودی است و هم نزولی. مقدار $a+b$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) -۲ (۳) -۴ (۴) -۵

- ۱۱- چند تابع اکیداً صعودی از مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4\}$ وجود دارد؟
 (۱) ۴ (۲) ۲۷ (۳) ۶۴ (۴) ۸۱



- ۱۲- شکل مقابل نمودار تابع $y = f(x)$ را نشان می دهد. بزرگ ترین بازه ای که تابع f روی آن

- صعودی است، کدام است؟
 (۱) $[1, 3]$
 (۲) $[-2, 3]$
 (۳) $[1, 6]$
 (۴) $[-2, 6]$

- ۱۳- تابع $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ روی کدام بازه اکیداً صعودی است؟
 (۱) $(-2, 1)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(-2, 2)$ (۴) $(0, +\infty)$

- ۱۴- اگر $-1 < m < 1$ و $m \neq 0$ ، آنگاه تابع $g(x) = |m|^x$ چگونه است؟
 (۱) نه صعودی نه نزولی (۲) صعودی (۳) اکیداً صعودی (۴) اکیداً نزولی

- ۱۵- تابع نمایی $f(x) = (k^2 - 1)^x$ نزولی است. حدود k کدام است؟
 (۱) $|k| > \sqrt{2}$ (۲) $|k| > 1$ (۳) $1 < |k| < \sqrt{2}$ (۴) $|k| < \sqrt{2}$

- ۱۶- تابع $f(x) = (k^2 - \frac{1}{4})^x$ هم صعودی است و هم نزولی. تابع $g(x) = k^{2x}$ چگونه است؟
 (۱) صعودی (۲) نزولی (۳) غیر یکنوا (۴) ثابت

- ۱۷- کدام تابع نزولی است؟
 (۱) $f(x) = \begin{cases} x-1 & x \geq 0 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$
 (۲) $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq 0 \\ x-1 & x < 0 \end{cases}$
 (۳) $f(x) = \begin{cases} -x+1 & x \geq 0 \\ -x-1 & x < 0 \end{cases}$
 (۴) $f(x) = \begin{cases} -x-1 & x \geq 0 \\ -x+1 & x < 0 \end{cases}$

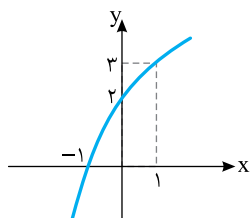
- ۱۸- تابع $f(x) = \frac{1}{-x+2}$ روی بازه $(-\infty, a)$ صعودی است. حداکثر مقدار a کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

- ۱۹- اگر f ، تابعی اکیداً صعودی روی $\mathbb{R}$ باشد و $f(2x+1) < f(x)$ ، مجموعه مقادیر x کدام است؟
 (۱) $(1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(-\infty, 5)$ (۴) $(-\infty, -1)$

- ۲۰- اگر تابع f روی $\mathbb{R}$ نزولی باشد و $f(a^2-1) > f(3a+3)$ ، حدود a کدام است؟
 (۱) $a < 4$ (۲) $-1 < a < 4$ (۳) $a < -1$ (۴) $a > 4$

۲۱- اگر تابع f روی $\mathbb{R}$ نزولی باشد، کدام نتیجه گیری درست است؟

- (۱) $x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x^2) \leq 0$ (۲) $x \neq 0 \Rightarrow f(x) \leq f(\frac{1}{x})$
(۳) $x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(|x|) \leq f(x)$ (۴) $x \geq 0 \Rightarrow f(x) \leq f(\sqrt{x})$



۲۲- اگر نمودار تابع f به شکل مقابل باشد، کدام نابرابری همواره برقرار نیست؟

- (۱) $f(|x|) \geq 2$ (۲) $f(x^2 + 1) \geq 3$
(۳) $f([x] - x) > 0$ (۴) $f(\sin x) \geq 3$

۲۳- مجموعه جواب های نامعادله $6^{2x-2} \geq 8^{3x-1}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 5]$ (۲) $(5, +\infty)$ (۳) $(-5, 5)$ (۴) $(-\infty, -5]$

۲۴- مجموعه جواب های نامعادله $(\frac{y}{5})^{3-2x} < (\frac{5}{y})^{x+2}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -5)$ (۲) $(-5, +\infty)$ (۳) $(-5, 5)$ (۴) $(5, +\infty)$

۲۵- مجموعه جواب های نامعادله $(\sqrt{2}-1)^{3x-1} + 1 > \sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) $(1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, \frac{2}{3})$ (۳) $(\sqrt{2}, +\infty)$ (۴) $(\frac{2}{3}, +\infty)$

۲۶- مجموعه جواب های نامعادله $4^{x-3} < 3^{2^{5-x}}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, \frac{31}{5})$ (۲) $(-\infty, \frac{35}{3})$ (۳) $(\frac{21}{5}, +\infty)$ (۴) $(\frac{32}{3}, +\infty)$

۲۷- مجموعه جواب های نامعادله $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2x+1} > (\sqrt{3}+\sqrt{2})^{x+2}$ کدام است؟

- (۱) $(-1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, -1)$ (۳) $(-\infty, 0)$ (۴) $(0, +\infty)$

۲۸- مجموعه جواب های نامعادله $4^{x+1} - 5 \times 2^x + 1 \geq 0$ به صورت $\mathbb{R} - (a, b)$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۱

۲۹- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{3^{3^1-2^x}}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 0]$ (۲) $[-1, +\infty)$ (۳) $(-\infty, 1]$ (۴) $[0, +\infty)$

۳۰- دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{2^x-8}}{\sqrt{81-3^x}}$ به صورت $[a, b)$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۳۱- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{2^{x+1}} - 4^x$ بازه $(-\infty, a]$ است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۳۲- دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-3^{2x} + 4 \times 3^x - 3}}$ کدام است؟

- (۱) $[0, 1]$ (۲) $[0, 2)$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $(0, 9)$

۳۳- اگر $-1 < \log x < 1$ ، حدود x کدام است؟

- (۱) $x \in (0, 10)$ (۲) $x \in (\frac{1}{10}, 1)$ (۳) $x \in (\frac{1}{10}, 10)$ (۴) $x \in (\frac{1}{10}, +\infty)$

۳۴- مجموعه جواب‌های نامعادله $\log_3(10-x) \leq 2$ کدام است؟

- (۱) $(1, +\infty)$ (۲) $[1, +\infty)$ (۳) $[1, 10]$ (۴) $[1, 10)$

۳۵- اگر $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > 2$ ، حدود x کدام است؟

- (۱) $x > -\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4} < x < 1$ (۳) $x < -\frac{3}{4}$ (۴) $-1 < x < -\frac{3}{4}$

۳۶- چند عدد طبیعی در نامعادله $\log_2(\log_3(2x+1)) > 2$ صدق نمی‌کنند؟

- (۱) ۳۸ (۲) ۳۹ (۳) ۴۰ (۴) ۴۱

۳۷- چند عدد صحیح در نامعادله $-2 < \log_{\frac{1}{5}}(4x+1) < -3$ صدق می‌کنند؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۷ (۴) ۲۹

۳۸- مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{1}{1+\log x} + \frac{1}{1-\log x} > 2$ کدام است؟

- (۱) $\{1\} - (0, 10)$ (۲) $(1, 10)$ (۳) $(\frac{1}{10}, 1)$ (۴) $\{1\} - (\frac{1}{10}, 10)$

۳۹- مجموع عددهای صحیحی که در نامعادله $|\log_5(x-1)| < 1$ صدق می‌کنند، چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۴۰- مجموعه جواب‌های نامعادله $\log(x+2) > \log(2x+1)$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 1)$ (۲) $(-\frac{1}{2}, 1)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(-2, -\frac{1}{2})$

۴۱- مجموعه جواب‌های نامعادله $\log_{5/2}(\log_2 x) > 1$ کدام است؟

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(0, \sqrt{2})$ (۳) $(1, \sqrt{2})$ (۴) $(\sqrt{2}, +\infty)$

۴۲- مجموعه جواب‌های نامعادله $\log_x x^2 \geq x$ کدام است؟

- (۱) $(0, 2]$ (۲) $(1, 2]$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $\{1\} - (0, 2]$

۴۳- مجموعه جواب‌های نامعادله $\log_x(12-x) > 1$ بازه (a, b) است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۴۴- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log_2(x-2)}$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 2)$ (۲) $(-2, 1]$ (۳) $(-1, 2)$ (۴) $(-2, 1)$

۴۵- دامنه تابع $f(x) = \log(\log_{5/2}(4-x))$ بازه (a, b) است. مقدار $b-a$ کدام است؟

- (۱) $0/8$ (۲) $0/2$ (۳) ۱ (۴) $0/4$

۴۶- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\log \frac{5x-1}{x+2}}$ چند عدد صحیح را شامل نمی‌شود؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۲

۴۷- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\log_3 x - \log_x 3}$ به صورت $D_f = [\frac{1}{a}, b) \cup [a, \dots)$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۸- اگر f تابعی اکیداً صعودی با دامنه $\mathbb{R}$ باشد و $f(4)=0$ ، دامنه تابع $g(x)=\sqrt{\frac{4-x^2}{f(x)}}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) نامتناهی (۴) صفر

۴۹- f یک تابع اکیداً نزولی روی $\mathbb{R}$ است که نمودار آن از مبدأ مختصات می‌گذرد و $g(x)=\frac{1}{\sqrt{f(x)g(x)}}$ دامنه تابع $h(x)=\frac{1}{\sqrt{f(x)g(x)}}$

کدام است؟

- (۱) $(2, +\infty)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(1, 2]$ (۴) $[2, +\infty)$

۵۰- اگر $f+g$ و $g-f$ توابعی نزولی با دامنه $\mathbb{R}$ باشند، کدام تابع صعودی است؟

- (۱) f (۲) g (۳) $-f$ (۴) $-g$

۵۱- اگر تابع $f(x)=\frac{x^3+4}{x^2}$ روی بازه‌ای صعودی باشد، آن گاه تابع $g(x)=\frac{3x^3-x^2+12}{x^2}$ روی همان بازه چگونه است؟

- (۱) صعودی (۲) نزولی (۳) ابتدا صعودی، سپس نزولی (۴) ابتدا نزولی، سپس صعودی

۵۲- اگر تابع f روی بازه $(-\infty, 0)$ نزولی باشد، کدام یک از تابع‌های زیر روی همین بازه صعودی است؟

- (۱) $y=f(x)$ (۲) $y=f(x^2)$ (۳) $y=f^3(x)$ (۴) $y=x \cdot f(x)$

۵۳- اگر f تابعی نزولی با مقادیر منفی باشد، کدام تابع نزولی است؟

- (۱) $y=2^x f(x)$ (۲) $y=\frac{f(x)}{2^x}$ (۳) $y=2^x \cdot f(x)$ (۴) $y=2^x \cdot f(x)$

۵۴- اگر $g(x)=3x^2 f(x)$ تابعی صعودی و $h(x)=2x^3 f(x)$ تابعی نزولی باشد، آن گاه تابع f

- (۱) صعودی است. (۲) نزولی است.

(۳) هم صعودی است و هم نزولی. (۴) نه صعودی است نه نزولی.

۵۵- اگر تابع f روی بازه $(0, +\infty)$ صعودی باشد، کدام یک از تابع‌های زیر روی همین بازه حتماً نزولی است؟

- (۱) $y=f(x) \cdot 2x$ (۲) $y=-\frac{3}{f(x)}$ (۳) $y=-f^3(x)$ (۴) $y=f \cdot f(x)$

۵۶- تابع $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$ روی بازه $(0, +\infty)$

- (۱) صعودی است. (۲) نزولی است.

(۳) ابتدا صعودی سپس نزولی است. (۴) ابتدا نزولی سپس صعودی است.

۵۷- کدام تابع اکیداً یکنواست؟

- (۱) $f(x)=x \cdot [x]$ (۲) $f(x)=x \cdot [x]$ (۳) $f(x)=x[x]$ (۴) $f(x)=\frac{[x]}{x}$

۵۸- کدام تابع صعودی نیست؟

- (۱) $y=x \cdot |x|$ (۲) $y=|x| \cdot x$ (۳) $y=x|x|$ (۴) $y=\frac{x}{|x|}$

۵۹- تابع $f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}$

- (۱) نزولی است. (۲) صعودی است.

(۳) ابتدا صعودی سپس نزولی است. (۴) ابتدا نزولی سپس صعودی است.

۶۰- کدام تابع صعودی است؟

$$y = 2^x \sqrt{x} \quad (۱) \quad y = \frac{x}{2^x} \quad (۲) \quad y = x^2 - 2^x \quad (۳) \quad y = \frac{x^2}{2^x} \quad (۴)$$

۶۱- تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}+1 & x \geq 1 \\ 3x-k & x < 1 \end{cases}$ صعودی است. حدود k کدام است؟

$$k \leq 2 \quad (۱) \quad k \leq 1 \quad (۲) \quad k \geq 2 \quad (۳) \quad k \geq 1 \quad (۴)$$

۶۲- تابع درجه دوم $f(x) = (k-2)x^2 - x$ با دامنه $(-\infty, 1]$ صعودی است. حدود k کدام است؟

$$k < -2 \quad (۱) \quad k \geq -\frac{5}{2} \quad (۲) \quad -\frac{5}{2} \leq k < -2 \quad (۳) \quad -2 < k < -1 \quad (۴)$$

۶۳- تابع $f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 1$ با دامنه $[2, 4]$ غیریکنواست. حدود k کدام است؟

$$1 < k < 3 \quad (۱) \quad k > -1 \quad (۲) \quad -3 < k < -1 \quad (۳) \quad k < 1 \quad (۴)$$

۶۴- تابع $f(x) = x - k^2|x|$ صعودی است. حدود k کدام است؟

$$k \geq 1 \quad (۱) \quad k \leq -1 \quad (۲) \quad -1 \leq k \leq 1 \quad (۳) \quad k \in \mathbb{R} \quad (۴)$$

۶۵- تابع $f(x) = \frac{x(x+k)^2}{|x|}$ صعودی است. مجموعه مقادیر k کدام است؟

$$(-\infty, 0] \quad (۱) \quad [0, +\infty) \quad (۲) \quad \{0\} \quad (۳) \quad \emptyset \quad (۴)$$

۶۶- تابع $f(x) = \left(\frac{x}{|x|} - \frac{x-1}{|x-1|}\right)(x-k)^2$ صعودی است. حدود k کدام است؟

$$k > 0 \quad (۱) \quad k < -1 \quad (۲) \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (۳) \quad -1 \leq k \leq 0 \quad (۴)$$

(ریاضی - ۹۱)

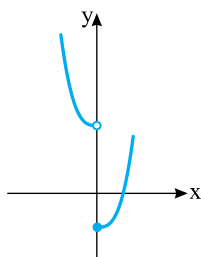
۶۷- تابع $f(x) = x^2 - 2x - 3$ با دامنه $\{x \mid |x-1| < 2\}$ همواره چگونه است؟

$$(۱) \text{ منفی} \quad (۲) \text{ مثبت} \quad (۳) \text{ صعودی} \quad (۴) \text{ نزولی}$$

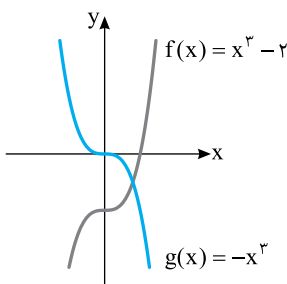
فصل اول

پاسخ پرسش‌های چهار گزینه‌ای

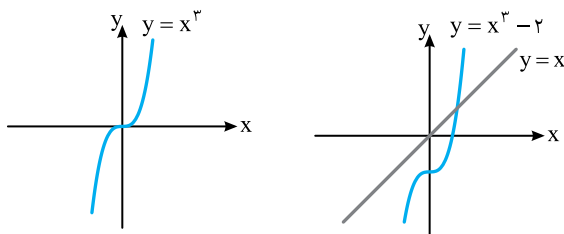
نمودار را ۲ واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y = x^3 - 2$ به دست بیاید، در آخر قسمتی از این نمودار را که سمت راست محور y است حذف می‌کنیم.



۴- گزینه ۴ نمودار توابع f و g در شکل زیر رسم شده است. واضح است که نقطه تلاقی آنها در ناحیه چهارم قرار دارد.



۵- گزینه ۱ اگر نمودار تابع $y = x^3$ را دو واحد به پایین منتقل کنیم، نمودار تابع $y = x^3 - 2$ به دست می‌آید که یک‌بار خط $y = x$ را قطع می‌کند.

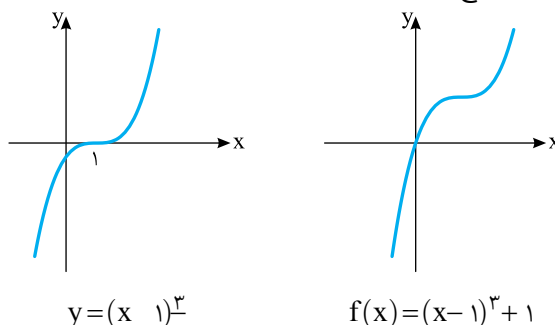


۶- گزینه ۱ ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

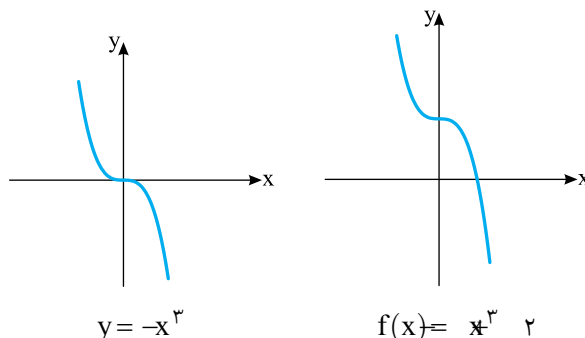
$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x = (x-1)^3 + 1$$

بنابراین کافی است نمودار تابع $y = x^3$ را یک واحد به سمت راست و یک واحد به سمت بالا منتقل کنیم.

۱- گزینه ۱ ابتدا نمودار تابع $y = x^3$ را یک واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = (x-1)^3$ به دست بیاید. سپس این نمودار را یک واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $f(x) = (x-1)^3 + 1$ به دست بیاید.



۲- گزینه ۳ ابتدا قرینه نمودار تابع $y = x^3$ را نسبت به محور x رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y = -x^3$ به دست بیاید. سپس این نمودار را ۲ واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 2$ به دست بیاید.



۳- گزینه ۱ ابتدا نمودار تابع $y = x^3$ را به ازای $x \geq 0$ رسم می‌کنیم. برای این کار نمودار تابع $y = x^3$ را یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y = x^3 - 1$ به دست بیاید، و از این نمودار قسمتی را که سمت چپ محور y است حذف می‌کنیم. سپس نمودار تابع $y = x^3 - 1$ را به ازای $x < 0$ رسم می‌کنیم. برای این کار ابتدا قرینه نمودار تابع $y = x^3$ را نسبت به محور x رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y = -x^3$ به دست بیاید، بعد این

۱۰- گزینه ۳ تنها تابعی که هم صعودی است و هم نزولی

تابع ثابت است. پس f تابع ثابت است. بنابراین

$$f(1)=f(2)=f(3)$$

$$a-2=3a \Rightarrow a=b$$

$$a=-3, b=1$$

در نتیجه

$$a+b=4$$

۱۱- گزینه ۱ فرض کنید f تابعی اکیداً صعودی با دامنه

$\{1, 2, 3\}$ باشد. در این صورت

$$1 < 2 < 3 \Rightarrow f(1) < f(2) < f(3)$$

بنابراین $\{f(1), f(2), f(3)\}$ زیرمجموعه‌ای سه‌عضوی از

مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ است. از طرف دیگر، اگر $\{a, b, c\}$

زیرمجموعه‌ای سه‌عضوی از مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ باشد و

$a < b < c$ ، می‌توانیم فرض کنیم $f(1)=a$ ، $f(2)=b$ و

$f(3)=c$. یعنی تعداد تابع‌های مورد نظر برابر با تعداد

زیرمجموعه‌های سه‌عضوی مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ است. زیرا

به هر طریقی که سه عضو از مجموعه B انتخاب کنیم فقط به

یک طریق می‌توانیم آنها را به اعضای مجموعه A نسبت دهیم.

تعداد این زیرمجموعه‌ها هم برابر است با

$$\binom{4}{3}=4$$

۱۲- گزینه ۲ با توجه به شکل رسم شده بازه $[-2, 3]$

بزرگ‌ترین بازه‌ای است که تابع f روی آن صعودی است.

۱۳- گزینه ۲ طول رأس سهمی $y=2x^2-4x+3$ برابر

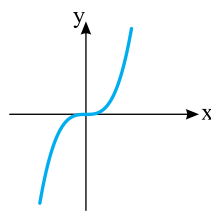
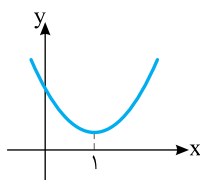
است با

$$-\frac{b}{2a}=1$$

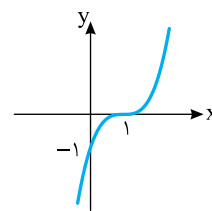
از روی نمودار تابع f معلوم است که این تابع روی بازه

$[1, +\infty)$ اکیداً صعودی است. از بازه‌های داده شده فقط بازه

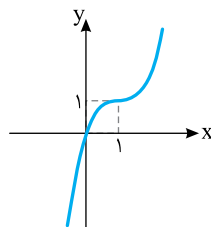
$(1, 2)$ زیرمجموعه بازه $[1, +\infty)$ است.



$$y=x^3$$



$$y=(x-1)^3$$



$$y=(x-1)^3+1$$

۷- گزینه ۴ تابع f صعودی، تابع g نزولی، تابع h ثابت

(هم صعودی و هم نزولی) و تابع k غیریکنواست.

۸- گزینه ۳ با توجه به دو زوج مرتب $(0, x^2)$ و

$(-2, 4x-3)$ می‌توان نوشت:

$$-2 < 0 \Rightarrow 4x-3 \leq x^2 \Rightarrow x^2-4x+3 \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \text{ یا } x \geq 3$$

با توجه به دو زوج مرتب $(x^2, 9)$ و $(-2, 4x-3)$ می‌توان نوشت:

$$-2 < x^2 \Rightarrow 4x-3 \leq 9 \Rightarrow 4x \leq 12 \Rightarrow x \leq 3$$

با توجه به دو زوج مرتب $(x^2, 9)$ و $(0, x^2)$ می‌توان نوشت:

$$0 \leq x^2 \Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$$

با توجه به اینکه x مقدار صحیح است، از اشتراک شرایط

به دست آمده نتیجه می‌شود:

$$x \in \{3, 1, 0, -1, -2, -3\}$$

ولی اگر $x=0$ ،

$$f=\{(-2, -3), (0, 0), (0, 9)\}$$

که در این صورت f تابع نیست. بنابراین ۵ مقدار صحیح برای

x وجود دارد.

۹- گزینه ۳ از تعریف تابع نزولی نتیجه می‌شود

$$f(1) \geq f(2) \Rightarrow 5 \geq |m|$$

$$-5 \leq m \leq 5$$

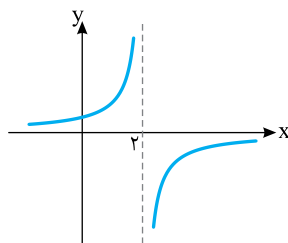
$$f(2) \geq f(4) \Rightarrow |m| \geq \frac{4}{|m|} \Rightarrow m^2 \geq 4$$

$$m \leq -2 \text{ یا } m \geq 2$$

بنابراین اگر $2 \leq m \leq 5$ یا $-5 \leq m \leq -2$ ، آن‌گاه تابع f نزولی

است. پس m می‌تواند هشت مقدار صحیح $\pm 2, \pm 3, \pm 4$ و

± 5 را داشته باشد.



۱۹- گزینه ۴ می‌دانیم در تابع اکیداً صعودی، اگر $x_1 < x_2$ ،

آن‌گاه $f(x_1) < f(x_2)$ و برعکس. بنابراین

$$f(2x+1) < f(x) \Rightarrow 2x+1 < x \Rightarrow x < -1$$

۲۰- گزینه ۲ از تعریف تابع نزولی نتیجه می‌شود

$$a^2 - 1 < 3a + 3$$

پس

$$a^2 - 3a - 4 < 0 \Rightarrow (a+1)(a-4) < 0 \Rightarrow -1 < a < 4$$

۲۱- گزینه ۳ به‌ازای هر x حقیقی نابرابری $|x| \geq x$ برقرار

است. از نزولی بودن تابع f نتیجه می‌شود

$$f(|x|) \leq f(x)$$

پس نتیجه‌گیری زیر درست است:

$$x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(|x|) \leq f(x)$$

توجه کنید که گزینه‌های دیگر ممکن است درست نباشد. مثلاً

در گزینه (۱) فرض کنید $f(x) = 5$ و در گزینه‌های (۲) و (۴)

فرض کنید $f(x) = -x$.

۲۲- گزینه ۴ ابتدا توجه کنید که تابع f اکیداً صعودی

است و $f(0) = 2$ ، $f(1) = 3$ و $f(-1) = 0$. بنابراین به‌ازای هر x

نتیجه‌گیری‌های زیر درست هستند.

گزینه (۱)

$$|x| \geq 0 \Rightarrow f(|x|) \geq f(0) \Rightarrow f(|x|) \geq 2$$

گزینه (۲)

$$x^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow f(x^2 + 1) \geq f(1) \Rightarrow f(x^2 + 1) \geq 3$$

گزینه (۳)

$$0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow -1 < [x] - x \leq 0$$

$$f(-1) < f([x] - x) \leq f(0)$$

$$0 < f([x] - x) \leq 2$$

گزینه (۴)

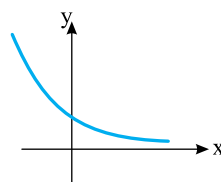
$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow f(-1) \leq f(\sin x) \leq f(1)$$

$$0 \leq f(\sin x) \leq 3$$

۱۴- گزینه ۴ توجه کنید که

$$-1 < m < 1 \Rightarrow 0 \leq |m| < 1 \xrightarrow{m \neq 0} 0 < |m| < 1$$

بنابراین تابع $g(x) = |m|^x$ اکیداً نزولی است.



$$y = a^x, \quad 0 < a < 1$$

۱۵- گزینه ۳ در تابع نمایی $y = a^x$ اگر $0 < a < 1$ ، آن‌گاه

تابع نزولی است. بنابراین

$$0 < k^2 - 1 < 1 \Rightarrow 1 < k^2 < 2 \Rightarrow 1 < |k| < \sqrt{2}$$

۱۶- گزینه ۲ در تابع $y = a^x$ اگر $a > 1$ ، آن‌گاه تابع صعودی

است. اگر $0 < a < 1$ ، آن‌گاه تابع نزولی است و اگر $a = 1$ ، آن‌گاه

تابع ثابت است (هم صعودی است و هم نزولی). پس

$$k^2 + \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow k^2 = \frac{5}{2}$$

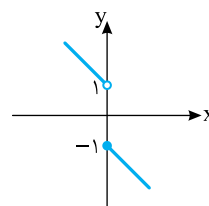
در نتیجه

$$g(x) = k^{2x} = (k^2)^x = \left(\frac{5}{2}\right)^x =$$

بنابراین تابع g نزولی است.

۱۷- گزینه ۴ نمودار تابع گزینه (۴) به صورت زیر است و

این تابع نزولی است.



$$f(x) = \begin{cases} -x-1 & x \geq 0 \\ -x+1 & x < 0 \end{cases}$$

با رسم نمودار توابع گزینه‌های دیگر می‌توانید نزولی بودن آنها را رد کنید.

۱۸- گزینه ۲ ابتدا نمودار تابع $y = \frac{1}{-x}$ را ۲ واحد به

سمت راست انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع

$$y = \frac{1}{-(x-2)} = \frac{1}{-x+2}$$

نمودار معلوم است که تابع f روی بازه $(-\infty, 2)$ صعودی

است. بنابراین حداکثر مقدار a برابر ۲ است.



بنابراین مجموعهٔ جواب‌های نامعادله $(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$ است که همان $\mathbb{R} - (-2, 0)$ است. پس $a = -2$ و $b = 0$ و در نتیجه $a + b = 2$.

۲۹- گزینه ۴ توجه کنید که

$$D_f = \{x \mid 3^{1-2x} \geq 0\}$$

بنابراین باید نامعادلهٔ زیر را حل کنیم:

$$3^{1-2x} \leq 3 \Rightarrow 1-2x \leq 1 \Rightarrow x \geq 0.$$

پس

$$D_f = [0, +\infty)$$

۳۰- گزینه ۳ باید نامعادله‌های $2^x - 8 \geq 0$ و $81 - 3^x > 0$ را حل کنیم و اشتراک مجموعهٔ جواب‌های آنها را به دست آوریم

$$2^x - 8 \geq 0 \Rightarrow 2^x \geq 2^3 \Rightarrow x \geq 3$$

$$81 - 3^x > 0 \Rightarrow 3^x < 3^4 \Rightarrow x < 4$$

بنابراین

$$D_f = [3, 4)$$

در نتیجه $a = 3$ ، $b = 4$ و $a + b = 7$.

۳۱- گزینه ۳ باید نامعادلهٔ $2^{x+1} - 4^x \geq 0$ را حل کنیم تا دامنهٔ تابع به دست آید

$$2^{x+1} - 4^x \geq 0 \Rightarrow 2 \times 2^x - (2^x)^2 \geq 0.$$

$$2^x(2 - 2^x) \geq 0.$$

با توجه به اینکه $2^x > 0$ نتیجه می‌شود

$$2 - 2^x \geq 0 \Rightarrow 2^x \leq 2 \Rightarrow x \leq 1$$

بنابراین $a = 1$.

۳۲- گزینه ۳ دامنهٔ تابع f برابر است با

$$D_f = \{x \mid 3^{2x} - 4 + 3^x \geq 0\}$$

فرض می‌کنیم $3^x = t$. در نتیجه باید نامعادلهٔ زیر را حل کنیم

$$-t^2 + 4t - 3 > 0 \Rightarrow -(t-1)(t-3) > 0.$$

جواب نامعادلهٔ بالا به صورت $1 < t < 3$ است. در نتیجه

$$1 < 3^x < 3 \Rightarrow 3^0 < 3^x < 3^1$$

بنابراین $0 < x < 1$.

۳۳- گزینه ۳ می‌دانیم $\log 10 = 1$ و $\log \frac{1}{10} = -1$. در

نتیجه نابرابری‌ها را به صورت زیر درمی‌آوریم:

$$\log \frac{1}{10} < \log x < \log 10$$

بنابراین $\frac{1}{10} < x < 10$.

۲۳- گزینه ۴ ابتدا دو طرف نامعادله را به صورت

عبارت‌های نمایی با پایهٔ ۲ می‌نویسیم

$$16^{2x-2} = (2^4)^{2x-2} \quad 2^{8x-8} =$$

$$8^{3x-1} = (2^3)^{3x-1} \quad 2^{9x-3} =$$

بنابراین باید نامعادلهٔ $2^{8x-8} \geq 2^{9x-3}$ را حل کنیم. در نتیجه

$$8x - 8 \geq 9x - 3 \Rightarrow x \leq -5$$

۲۴- گزینه ۴ ابتدا نابرابری را به صورت زیر می‌نویسیم

$$\left(\frac{5}{7}\right) = \left(\frac{7}{5}\right)^{-1} \text{ که دقت کنید}$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^{3-2x} < \left(\left(\frac{7}{5}\right)^{-1}\right)^{x+2} = \left(\frac{7}{5}\right)^{-x-2}$$

چون $\frac{7}{5} > 1$ پس

$$3-2x < -x-2 \Rightarrow x > 5$$

۲۵- گزینه ۲ نامعادله به صورت $(\sqrt{2}-1)^{3x-1} > \sqrt{2}-1$

نوشته می‌شود. چون $(\sqrt{2}-1) < 1$ ، پس

$$3x-1 < 1 \Rightarrow 3x < 2 \Rightarrow x < \frac{2}{3}$$

۲۶- گزینه ۱ نامعادله را به شکل زیر ساده می‌کنیم

$$(2^2)^{x-3} < (2^5)^{5-x} \Rightarrow 2^{2x-6} < 2^{25-5x}$$

بنابراین

$$2x-6 < 25-5x \Rightarrow 7x < 31 \Rightarrow x < \frac{31}{7}$$

۲۷- گزینه ۲ ابتدا توجه کنید که

$$\sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{-1}$$

بنابراین

$$(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2x+1} > (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{-x-2}$$

چون

$$0 < \sqrt{3}-\sqrt{2} < 1$$

پس

$$2x+1 < -x-2 \Rightarrow 3x < -3 \Rightarrow x < -1$$

۲۸- گزینه ۳ نامعادله را به شکل زیر می‌نویسیم

$$4(2^x)^2 - 5(2^x) + 1 \geq 0.$$

اگر فرض کنیم $2^x = t$ ، نامعادله به شکل زیر درمی‌آید

$$4t^2 - 5t + 1 \geq 0 \Rightarrow (t-1)(4t-1) \geq 0.$$

$$t \geq 1 \Rightarrow 2^x \geq 1 \Rightarrow 2^x \geq 2^0 \Rightarrow x \geq 0.$$

$$t \leq \frac{1}{4} \Rightarrow 2^x \leq \frac{1}{4} \Rightarrow 2^x \leq 2^{-2} \Rightarrow x \leq -2$$

۳۸- گزینه ۴ نامعادله مورد نظر را می توان این طور نوشت

$$\frac{1-\log x + 1+\log x}{(1-\log x)(1+\log x)} > 2 \Rightarrow \frac{2}{1-(\log x)^2} > 2$$

$$\frac{1}{1-(\log x)^2} > 1 \Rightarrow \frac{1}{1-(\log x)^2} - 1 > 0$$

$$\frac{1-1+(\log x)^2}{1-(\log x)^2} > 0 \Rightarrow \frac{(\log x)^2}{1-(\log x)^2} > 0$$

بنابراین باید $(\log x)^2 \neq 0$ و $1-(\log x)^2 > 0$:

$$(\log x)^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

$$(\log x)^2 < 1 \Rightarrow -1 < \log x < 1 \Rightarrow \frac{1}{10} < x < 10$$

پس مجموعه جواب های نامعادله مورد نظر $\{x\} - (\frac{1}{10}, 10)$ است.

۳۹- گزینه ۴ ابتدا توجه کنید که باید $x-1 > 0$ ، یعنی

$x > 1$ ، از طرف دیگر،

$$|\log_f(x-1)| < 1 \Rightarrow -1 < \log_f(x-1) < 1$$

$$\log_f(x-1) > -1 \Rightarrow \log_f(x-1) > \log_f f^{-1}$$

$$x-1 > \frac{1}{f} \Rightarrow x > \frac{5}{4}$$

$$\log_f(x-1) < 1 \Rightarrow \log_f(x-1) < \log_f f$$

$$x-1 < f \Rightarrow x < 5$$

بنابراین

$$\frac{5}{4} < x < 5$$

عددهای صحیح در این محدوده ۲، ۳ و ۴ هستند که مجموع آنها ۹ است.

۴۰- گزینه ۲ از نامعادله $\log(x+2) > \log(2x+1)$ نتیجه

می شود

$$x+2 > 2x+1 \Rightarrow x < 1$$

عبارت $\log(x+2)$ برای $x > -2$ معنی دار است و عبارت

$\log(2x+1)$ برای $x > -\frac{1}{2}$ معنی دار است. پس مجموعه

جواب های نامعادله $(-\frac{1}{2}, 1)$ است.

۴۱- گزینه ۳ نامعادله را به صورت

$$\log_{5/5}(\log_5 x) > \log_{5/5} 5/5$$

می نویسیم، در نتیجه

$$\log_5 x < 5/5 \Rightarrow \log_5 x < \log_5 2^{5/5}$$

$$x < 2^{5/5} \Rightarrow x < \sqrt{2}$$

۳۴- گزینه ۴ نامعادله را به صورت زیر می نویسیم

$$\log_3(10-x) \leq \log_3 9$$

نتیجه می گیریم

$$10-x \leq 9 \Rightarrow x \geq 1$$

از طرف دیگر عبارت $\log_3(10-x)$ وقتی معنی دار است که

$10-x > 0$ و در نتیجه $x < 10$. پس مجموعه جواب های

نامعادله بازه $[1, 10)$ است.

۳۵- گزینه ۴ توجه کنید که اگر $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > 2$ ، آن گاه

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$$

$$x+1 < \frac{1}{4}$$

بنابراین $x < -\frac{3}{4}$. همچنین باید $x+1 > 0$ ، در نتیجه $x > -1$.

بنابراین مجموعه جواب های نامعادله بازه $(-\frac{3}{4}, -1)$ است.

۳۶- گزینه ۳ توجه کنید که اگر $\log_a x > \log_a y$ و

$a > 1$ ، آن گاه $x > y$ ، بنابراین

$$\log_2(\log_3(2x+1)) > 2 = \log_2 4$$

$$\log_3(2x+1) > 4 = \log_3 3^4$$

$$2x+1 > 3^4 \Rightarrow x > 40$$

بنابراین عددهای طبیعی ۱ تا ۴۰ در نامعادله صدق نمی کنند

که تعداد آنها ۴۰ تا است.

۳۷- گزینه ۱ ابتدا توجه کنید که

$$\log_{\frac{1}{5}}(4x+1) = \log_{5^{-1}}(4x+1) = -\log_5(4x+1)$$

$$-\log_5(4x+1)$$

بنابراین نامعادله داده شده می شود

$$-3 < -\log_5(4x+1) < -2$$

در نتیجه

$$2 < \log_5(4x+1) < 3$$

$$\log_5(4x+1) < 3 = \log_5 5^3 \Rightarrow 4x+1 < 5^3 \Rightarrow 4x < 124 \Rightarrow x < 31$$

$$\log_5(4x+1) > 2 = \log_5 5^2 \Rightarrow 4x+1 > 5^2 \Rightarrow 4x > 24 \Rightarrow x > 6$$

پس $6 < x < 31$ (توجه کنید که در این محدوده $4x+1 > 0$).

تعداد عددهای صحیح در این محدوده ۲۴ تا است.

۴۶- گزینه ۱ توجه کنید که

$$D_f = \{x \mid \frac{\Delta x - 1}{x+2} \neq 0, \log \frac{\Delta x - 1}{x+2} \neq 0, x \neq -2\}$$

$$\frac{\Delta x - 1}{x+2} > 0 \Rightarrow x < -2 \text{ یا } x > \frac{1}{\Delta}$$

نامعادله $\log \frac{\Delta x - 1}{x+2} \geq 0$ را به صورت زیر درمی آوریم:

$$\log \frac{\Delta x - 1}{x+2} \geq \log 1 = 0$$

در نتیجه

$$\frac{\Delta x - 1}{x+2} \geq 1 \Rightarrow \frac{\Delta x - 3}{x+2} \geq 0$$

مجموعه جوابهای نامعادلهی فوق به صورت زیر است:

$$(-\infty, -2) \cup [\frac{3}{\Delta}, +\infty)$$

در نتیجه دامنه تابع f به صورت زیر است:

$$D_f = (-\infty, -2) \cup [\frac{3}{\Delta}, +\infty)$$

بنابراین دامنه f عددهای صحیح $0, 1, 2, \dots$ را شامل نمی شود.

۴۷- گزینه ۳ برای اینکه لگاریتمها بامعنی باشند باید

$x > 0$ و $x \neq 1$. برای اینکه عبارت رادیکالی بامعنی باشد باید

عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد:

$$\log_3 x - \log_3 3 \geq 0$$

$$\log_3 x - \frac{1}{\log_3 x} \geq 0$$

فرض می کنیم $\log_3 x = t$. در این صورت

$$t - \frac{1}{t} \geq 0 \Rightarrow \frac{t^2 - 1}{t} \geq 0$$

t	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$\frac{t^2 - 1}{t}$		-	+	-	+

با توجه به جدول تعیین علامت معلوم می شود $-1 \leq t < 0$ یا

$t \geq 1$ پس

$$-1 \leq \log_3 x < 0 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq x < 1 \text{ یا } \log_3 x \geq 1 \Rightarrow x \geq 3$$

بنابراین دامنه تابع به صورت $D_f = [\frac{1}{3}, 1) \cup [3, +\infty)$ است.

پس $a = 3$ و $b = 1$ و در نتیجه $a + b = 4$.

از طرف دیگر عبارت $\log_p x$ برای $x > 0$ تعریف شده است

و عبارت $\log_{\frac{1}{5}}(\log_p x)$ وقتی تعریف می شود که

$$\log_p x > 0 \Rightarrow \log_p x > \log_p 1 \Rightarrow x > 1$$

بنابراین مجموعه جوابهای نامعادله بازه $(1, \sqrt{2})$ است.

۴۲- گزینه ۴ ابتدا توجه کنید که باید $x > 0$ و $x \neq 1$ تا

عبارت $\log_x x^2$ معنی دار باشد. اکنون نامعادله را ساده می کنیم:

$$\log_x x^2 \geq x \Rightarrow 2 \log_x x \geq x \Rightarrow 2 \geq x$$

بنابراین مجموعه جوابهای نامعادله $\{1, 2\} - \{0\}$ است.

۴۳- گزینه ۳ ابتدا توجه کنید که باید $x > 0$ ، $x \neq 1$ و

$x > 12 - x$ تا عبارت $\log_x (12 - x)$ معنی دار باشد. پس

$$x \in (0, 12) - \{1\}$$

اکنون دو حالت برای مبنا در نظر می گیریم:

حالت اول $x > 1$ ، در این حالت،

$$\log_x (12 - x) > \log_x x \Rightarrow 12 - x > x \Rightarrow x < 6$$

پس $(1, 6)$ در مجموعه جوابهای نامعادله است.

حالت دوم $0 < x < 1$ ، در این حالت،

$$\log_x (12 - x) > \log_x x \Rightarrow 12 - x < x \Rightarrow x > 6$$

در این حالت نامعادله جواب ندارد.

پس مجموعه جوابهای نامعادله بازه $(1, 6)$ است و نتیجه می شود

$$a = 1, b = 6 \Rightarrow a + b = 7$$

۴۴- گزینه ۲ برای اینکه $\log_3(x+2)$ بامعنی باشد، باید

$x+2 > 0$ ، یعنی $x > -2$. از طرف دیگر، باید

$$1 - \log_3(x+2) \geq 0$$

$$\log_3(x+2) \leq 1 = \log_3 3$$

$$x+2 \leq 3 \Rightarrow x \leq 1$$

پس دامنه تابع f بازه $[-2, 1]$ است.

۴۵- گزینه ۲ عبارت هایی که لگاریتم آنها را حساب

می کنیم باید مثبت باشند، پس

$$4 - x > 0 \Rightarrow x < 4$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(4-x) - 1 > 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(4-x) > \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$$

$$4 - x < \frac{1}{2} \Rightarrow x > \frac{7}{2}$$

بنابراین دامنه تابع بازه $(\frac{7}{2}, 4)$ است و در نتیجه $a = \frac{3}{8}$ ،

$$b = 4 \text{ و } b - a = \frac{31}{8}$$

است، پس

$$x > 4 \Rightarrow f(x) > f(4) \Rightarrow f(x) > 0$$

$$x < 4 \Rightarrow f(x) < f(4) \Rightarrow f(x) < 0$$

برای به دست آوردن دامنه تابع g باید نامعادله $\frac{9-x^2}{f(x)} \geq 0$ را

حل کنیم. با توجه به جدول تعیین علامت زیر، جواب نامعادله به صورت زیر است

$$x \in (-\infty, -3] \cup [3, 4)$$

بنابراین در دامنه تابع g فقط یک عدد طبیعی قرار دارد که همان ۳ است.

x	$-\infty$	-3	3	4	$+\infty$
$9-x^2$		-	+	-	-
$f(x)$		-	-	-	+
$\frac{9-x^2}{f(x)}$		+	-	+	-

توجه کنید که

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)g(x)}} \quad D_h = \{x \mid f(x)g(x) > 0\}$$

و چون تابع f اکیداً نزولی است و $f(0) = 0$ ، پس

$$x > 0 \Rightarrow f(x) < 0$$

$$x < 0 \Rightarrow f(x) > 0$$

با توجه به جدول تعیین علامت زیر نتیجه می شود:

$$D_h = (2, +\infty)$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f(x)$		+	-	-
$g(x)$		-	+	-
$f(x)g(x)$		-	-	+

۵۰- گزینۀ ۴ مجموع دو تابع نزولی تابعی نزولی است. پس

تابع $h = (f+g) + (g-f) = 2g$ نزولی است و در نتیجه تابع

$$k = \frac{1}{2}(2g) = g \text{ تابع صعودی است.}$$

توجه کنید که

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{3(x^3+4)-x^2}{x^2} \\ &= \frac{3(x^3+4)}{x^2} - \frac{x^2}{x^2} \\ &= 3f(x) - 1 \end{aligned}$$

بنابراین تابع g نیز صعودی است.

۵۲- گزینۀ ۴ چون تابع f روی بازه $(-\infty, 0)$ نزولی است، پس

تابع $-f$ روی این بازه صعودی است. از طرف دیگر، چون تابع

$y = x$ روی بازه $(-\infty, 0)$ صعودی است، پس مجموع این تابع ها،

یعنی تابع $y = x - f(x)$ روی بازه $(-\infty, 0)$ صعودی است.

۵۳- گزینۀ ۱ تابع f تابعی نزولی با مقادیر منفی است، پس

تابع $-f$ تابعی صعودی با مقادیر مثبت است. از طرف دیگر

تابع $y = 2^x$ تابعی صعودی با مقادیر مثبت است، پس ضرب

این دو تابع، یعنی $y = -2^x f(x)$ ، صعودی است و در نتیجه

تابع $y = 2^x f(x)$ نزولی است.

۵۴- گزینۀ ۱ تابع g صعودی است، پس تابع $2g$ هم

صعودی است. تابع h نزولی است، پس تابع $-3h$ صعودی

است. بنابراین تابع $2g - 3h$ هم صعودی است. از طرف دیگر،

$$\begin{cases} 2g(x) = 6x - 4f(x) \\ -3h(x) = 9x - 9f(x) \\ 2g(x) - 3h(x) = 13f(x) \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{1}{13}(2g(x) - 3h(x)) -$$

با توجه به اینکه $2g - 3h$ صعودی است، تابع f نیز صعودی است.

۵۵- گزینۀ ۳ اگر a و b عددهایی مثبت باشند، آن گاه چون

تابع f صعودی است،

$$a < b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$$

$$f^3(a) \leq f^3(b)$$

$$-f^3(b) \leq -f^3(a)$$

یعنی تابع $y = -f^3(x)$ روی بازه $(0, +\infty)$ نزولی است.

۵۶- گزینۀ ۲ تابع $y = x^2$ روی بازه $(0, +\infty)$ صعودی

و مثبت است، پس تابع $y = \frac{1}{x^2+1}$ روی این بازه نزولی است.

۵۷- گزینۀ ۲ تابع $f(x) = x [x]$ اکیداً یکنوا نیست، مثلاً

$$f(0) = f(1) = 0$$

تابع $f(x) = x[x]$ اکیداً یکنوا نیست، مثلاً $f(0) = f(\frac{1}{2}) = 0$.

تابع $f(x) = \frac{[x]}{x}$ اکیداً یکنوا نیست، مثلاً $f(\frac{1}{2}) = f(\frac{1}{3}) = \frac{1}{2}$.

تابع $f(x) = x [x]$ اکیداً صعودی است. زیرا اگر $a < b$

آن گاه $[a] \leq [b]$ و در نتیجه

$$a + [a] < b + [b] \Rightarrow f(a) < f(b)$$

۶۲- گزینه ۳ تابع $y = ax^2 + bx + c$ با شرط $a < 0$ روی

بازه $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$ صعودی و روی بازه $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$ نزولی است.

بنابراین باید شرایط زیر برقرار باشد تا تابع f صعودی باشد:

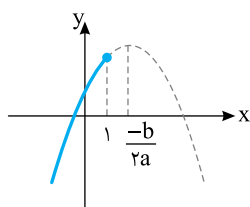
$$k+2 < 0 \Rightarrow k < -2$$

$$1 \leq \frac{-1}{2(k+2)} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2(k+2)} \leq 0 \Rightarrow \frac{2k+4+1}{2(k+2)} \leq 0$$

$$\frac{2k+5}{2(k+2)} \leq 0 \Rightarrow -\frac{5}{2} \leq k < -2$$

بنابراین

$$-\frac{5}{2} \leq k < -2$$



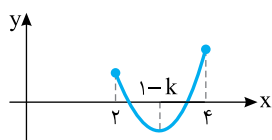
۶۳- گزینه ۳ نمودار تابع باید به شکل زیر باشد. یعنی اگر

رأس سهمی که طول آن $k = x - 1$ است، در بازه $(2, 4)$ باشد،

آن گاه تابع غیر یکنوا می شود. پس

$$2 < 1 - k < 4 \Rightarrow 1 < -k < 3$$

$$-3 < k < -1$$



۶۴- گزینه ۳ ابتدا توجه کنید که

$$f(x) = \begin{cases} (1+k^2)x & x \geq 0 \\ (1-k^2)x & x < 0 \end{cases}$$

برای اینکه تابع f صعودی باشد، باید خطوط $y = (1+k^2)x$ و

$y = (1-k^2)x$ دارای شیب نامنفی باشند. شیب خط

$y = (1+k^2)x$ همواره مثبت است. پس باید شیب خط

$y = (1-k^2)x$ همواره نامنفی باشد. یعنی

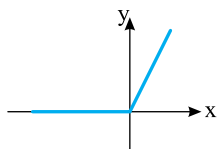
$$1-k^2 \geq 0 \Rightarrow k^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq k \leq 1$$

۶۵- گزینه ۳ توجه کنید که ضابطه تابع به صورت زیر است:

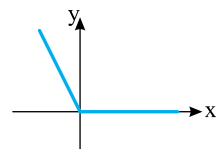
$$f(x) = \begin{cases} (x+k)^2 & x > 0 \\ -(x+k)^2 & x < 0 \end{cases}$$

۵۸- گزینه ۲ با توجه به نمودار توابع، واضح است که تابع

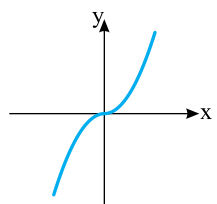
$y = |x|$ صعودی نیست.



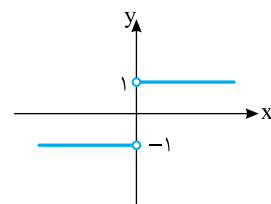
$$y = x |x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$



$$y = |x| x = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ -2x & x < 0 \end{cases}$$



$$y = x |x| = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$



$$y = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

۵۹- گزینه ۲ ابتدا توجه کنید که

$$f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1} = \frac{2^x + 1 - 2}{2^x + 1} = \frac{2^x + 1}{2^x + 1} - \frac{2}{2^x + 1} = 1 - \frac{2}{2^x + 1}$$

تابع $y = 2^x$ صعودی و مثبت است. پس تابع $y = \frac{1}{2^x + 1}$

نزولی است و تابع $y = \frac{-2}{2^x + 1}$ صعودی است. بنابراین تابع

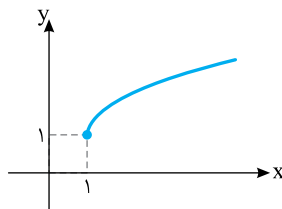
$$y = 1 - \frac{2}{2^x + 1}$$

۶۰- گزینه ۱ تابع های $y = 2^x$ و $y = \sqrt{x}$ صعودی و

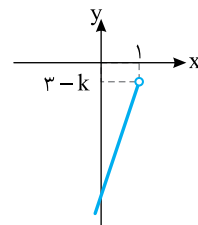
مثبت اند. پس تابع $y = 2^x \sqrt{x}$ نیز صعودی است.

۶۱- گزینه ۳ توابع $y = \sqrt{x} - 1$ و $y = 3x$ صعودی

هستند.



$$y = \sqrt{x} - 1 +$$

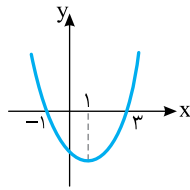


$$y = 3x \quad k, x \geq 1$$

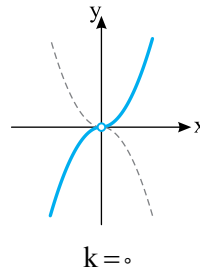
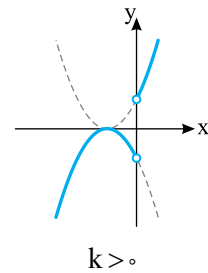
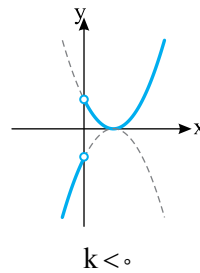
مطابق شکل های بالا کافی است $3 - k$ بیشتر از ۱ نباشد تا

تابع f صعودی باشد. پس

$$3 - k \leq 1 \Rightarrow k \geq 2$$



بنابراین نمودار تابع در سه حالت مختلف به صورت زیر است.



ملاحظه می کنید که فقط وقتی $k = 0$ ، تابع f صعودی است.

۶۶- گزینه ۴ توجه کنید که ضابطه تابع به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} 2(x+k)^2 & x > 1 \\ 0 & 0 < x < 1 \\ -2(x+k)^2 & x < 0 \end{cases}$$

برای اینکه تابع f صعودی باشد، لازم است که تابعهای

$$g(x) = 2(x+k)^2, x > 1$$

$$h(x) = -2(x+k)^2, x < 0$$

صعودی باشند. بنابراین باید دامنه توابع g و h شامل دو طرف

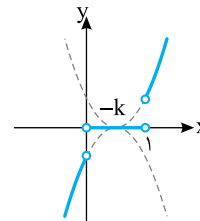
رأس سهمی ها یعنی $x = -k$ نباشد. پس باید

$$-k \leq 1 \Rightarrow k \geq -1$$

$$-k \geq 0 \Rightarrow k \leq 0$$

در نتیجه $-1 \leq k \leq 0$.

توجه کنید که نمودار تابع در این حالت به شکل زیر است.



۶۷- گزینه ۱ دامنه تابع از نامساوی $-2 < x - 1 < 2$

به دست می آید، پس $D_f = (-1, 3)$. با توجه به نمودار تابع

$y = x^2 - 2x - 3$ ، در بازه $(-1, 3)$ مقدار تابع f همواره منفی

است و این تابع نه صعودی است و نه نزولی.