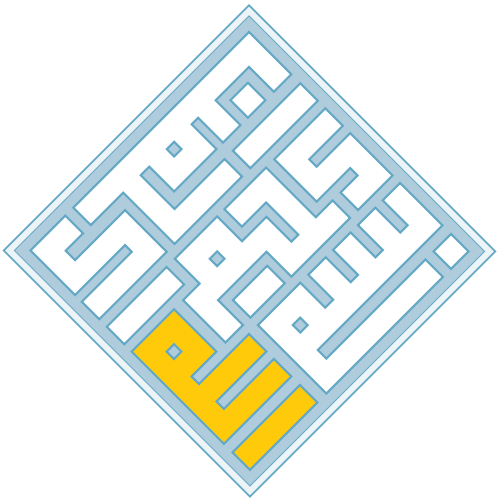
خرید کتاب های کنکور
با تخفیف ویژه
و
ارسال رایگان
Medabook.com

مدابوک

دریافت برنامه ریزی و مشاوره
از مشاوران رتبه برتر
موسسه کنکوری آیدی نوین
۰۲۱ ۲۸۴۲۵۴



مبلغی که امروز بابت خرید این کتاب می‌پردازید،

در مقابل هزینه‌هایی که در آینده بابت

نخواندن آن پرداخت خواهید کرد،

بسیار ناچیز است ...

■ ناشر: شرکت انتشارات کلاغ سپید

■ رئیس هیأت مدیره: مهندس ابوالفضل جوکار

■ معاونت علمی: مهندس محمد جوکار

■ مدیران تألیف: مهندس محمد صحت‌کار، مهندس علی منصف‌شکری

■ عنوان کتاب: لی‌لی‌پوت هندسه دوازدهم

■ مؤلفین: علی منصف‌شکری، سیدمحمدرضا حسینی‌فرد

■ ویراستاران علمی: زهره شعرباف مقدم، مهدی ستاری، معصومه غنی‌فرد، زهره رامشینی، مهسا زمانی

■ ویراستاران فنی: راضیه انتخابی‌فرد، فرحناز عباسی، کبری مهدی‌خانی، زهرا عزیزی، زهره ذاکری

■ مدیر کنترل پروژه: منصوره مردانی سرور

■ امور اجرایی: محمّدرضا اِلکائی

■ سرپرست واحد فنی: سامان شاهین‌پور

■ صفحه‌آراها: زهره توماری، سارا نوری اینانلو، سینا فَری‌پور

■ سرپرست گروه گرافیک: اسماعیل شریف‌کاظمی

■ گرافیست و طراح جلد: آزاده نوریان

■ رسام: منصوره محمدی

■ چاپ و صحافی: گاج

■ مدیر چاپ: علی مزرعتی

■ نوبت چاپ: اول (۱۳۹۷)

■ شمارگان: ۵۰۰۰ نسخه

■ قیمت: ۲۵۰۰۰ تومان

■ تلفن: ۶۴۲۰ - ۰۲۱

■ صندوق پستی: ۳۷۷ - ۱۳۱۴۵

■ دفتر مرکزی: تهران، خیابان انقلاب، بین چهارراه ولیعصر(عج) و فلسطین، شمارهٔ ۹۱۹

کلیهٔ حقوق این کتاب برای انتشارات گاج محفوظ است. هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق چاپ و نشر تمام یا بخشی از این اثر را به هر صورت اعم از فتوکپی، چاپ کتاب و جزوه ندارد و متخلفین به موجب مادهٔ ۵ قانون حمایت از حقوق مؤلفان، مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸/۱۰/۱۱ تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

# لی‌لی‌پوت

## هندسه دوازدهم

### شناسنامه

سرشناسه: منصف‌شکری، علی
عنوان: لی‌لی‌پوت هندسه دوازدهم
مشخصات نشر: تهران، شرکت انتشارات کلاغ سپید، ۱۳۹۷
مشخصات ظاهری: ۲۰۸ ص، مصور (رنگی)
فروست: مجموعه کتاب‌های لی‌لی‌پوت
شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۶۱۷۴-۰۷-۷
شناسهٔ افزوده: حسینی‌فرد، سیدمحمدرضا
نوبت چاپ: اول (۱۳۹۷)
قیمت: ۲۵۰۰۰ تومان
وضعیت فهرست‌نویسی: فیپای مختصر
شمارهٔ کتابشناسی ملی: ۵۲۴۳۳۳۱

# مقدمهٔ مدیر تألیف

داستان «سفرهای گالیور[1]» داستان سفر به یک شهر رؤیایی با آدم‌هایی کوچک و خیال‌گونه است؛ روایت زندگی آدم‌هایی پرشور و دوست‌داشتنی در سرزمین جادویی لی‌لی‌پوت!

در داستانِ شهر لی‌لی‌پوت، گالیور- قهرمانِ داستان که بر اثر حادثه‌ای پا بر این سرزمین گذاشته- همراه با آدم کوچولوهای قصه، دست ما را می‌گیرند و با خود به این شهر جادویی می‌برند تا در روایتی مابین واقعیت و رؤیا، از گنجی بزرگ که در این سرزمین کوچک نهان شده، پرده بردارند...

این داستان زیبا و بسیار جذاب، بنیان طرحی شد در ضمیر ما تا این بار نه در عالم خیال بلکه در واقعیت، مردانی بزرگ را در انتشارات کلاغ سپید گرد هم آوریم تا دستان شما را بگیرند و با خود به سرزمین خیال‌انگیز کتاب‌ها ببرند و داستانی جدیدتر و متفاوت از آن چه تاکنون در کلاس‌های مدرسه یاد گرفته‌اید را برای شما روایت کنند؛ داستانی شورانگیز از گنج‌های پنهان‌شده در کتاب‌ها و شگفتی‌های بر زبان نیامده در کلاس‌ها ...

پس همین امروز دستت را به ما بده

و با ما به لی‌لی‌پوت قدم بگذار!

**در دست‌های ما نقشهٔ گنجی بزرگ نهان است.**

## نقشهٔ گنج

1. Gulliver's travels

# مقدمهٔ مؤلفین

A. Monsef Shokri

علی منصف‌شکری

M.R. Hosseinifard

سیدمحمدرضا حسینی‌فرد

سال اول دبستان بود، کلاس بزرگ بود: یک اطاق پنجدری. و روشن بود. آفتاب آمده بود تو. بیرون پاییز بود. دست ما به پاییز نمی‌رسید. شکوه بیرون کلاس بر ما حرام بود. سرهای ما تو کتاب بود. نمی‌شد سر بلند کرد. تماشای آفتاب تخلف بود. دیدن کاج حیاط جریمه داشت: از نمرهٔ گرفته، دو نمره کم می‌شد.

ما دور تا دور اطاق روی نیمکت نشسته بودیم. میان اطاق خالی بود. و چه پهنه‌ای برای چوب و فلک. تختهٔ سیاه بدجایی بود: ضد نور بود. روی چند شیشه را گرفته بود، نصف یک درخت را حرام کرده بود. با تکه‌ای از آسمان. نوشتهٔ روی تختهٔ سیاه خوب دیده نمی‌شد:

برگ، مرگ خوانده می‌شد. همان روز حسن «خوب» را «چوب» خوانده بود و چوب خوبی از دست معلم خورده بود. جای من نزدیک معلم بود. پشت میزش نشسته بود و ذکر می‌کرد. وجودش بطلان ذکر بود. آدمی بی‌رؤیا بود. پیدا بود زنجره را نمی‌فهمد. خطمی را نمی‌شناسد و قصه بلد نیست. در حضور او خیالات من چروک می‌خورد. وقتی وارد کلاس می‌شد، ما از اوج خیال می‌افتادیم. در تن خود حاضر می‌شدیم. پرهایمان ریخته بود. انگار سرنگون بودیم.

ترکهٔ روی میز ادامهٔ اخلاق او بود. بی‌ترکه شمایل او ناتمام می‌نمود و ترکه همیشه بود. حضور ابدی داشت. ترکهٔ تنبیه، ترکهٔ انار بود. در تعلیم و تربیت آن روزگار، درخت انار سهم داشت...

سهراب سپهری، اتاق آبی

# تیم تألیف و ویراستاری

## کتاب‌های ریاضی لی‌لی‌پوت

M. Sehatkar

محمد صحت‌کار

دانش‌آموختهٔ

مهندسی مخابرات

Z. Sh. Moghaddam

زهره شعرباف مقدم

دانش‌آموختهٔ

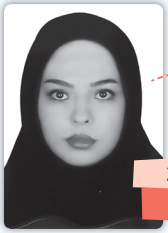
ریاضیات کاربردی

M. Sattari

مهدی ستاری

دانش‌آموختهٔ

ریاضیات کاربردی



Z. Ramshini

زهره رامشینی

دانش‌آموختهٔ

مهندسی مکانیک

M. Zamani

مهسا زمانی

دانش‌آموختهٔ

مهندسی مکانیک

M. Ghanifard

معصومه غنی‌فرد

دانش‌آموختهٔ

ریاضی گرایش آنالیز

# فهرست


## فصل ۱ ماتریس و کاربردها

درس اول: ماتریس و اعمال روی ماتریس‌ها ---------- ۸

درس دوم: وارون ماتریس و دترمینان ---------- ۳۲

## فصل ۲ آشنایی با مقاطع مخروطی

درس اول: آشنایی با مقاطع مخروطی و مکان هندسی ---------- ۷۰

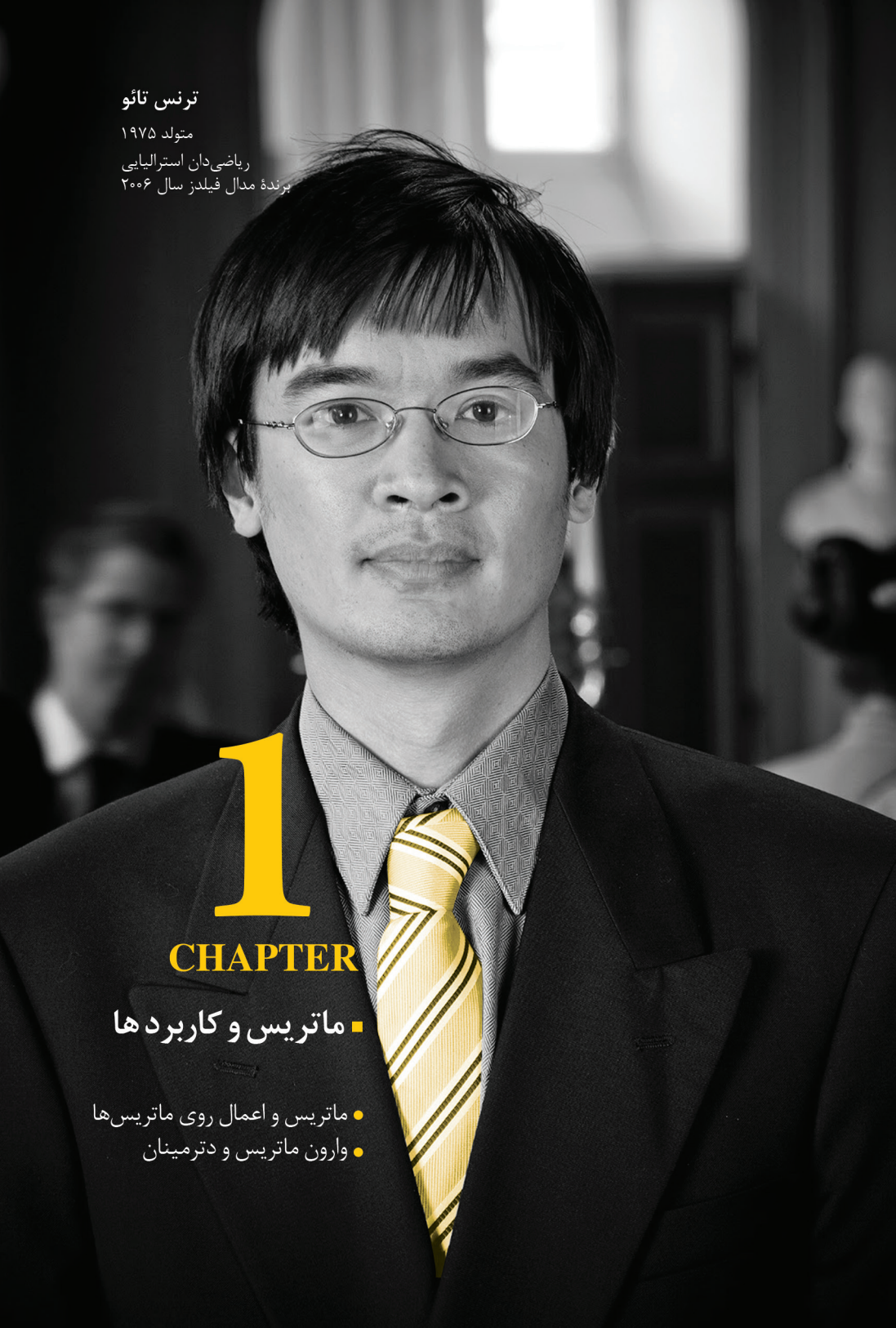
درس دوم: دایره ---------- ۷۸

درس سوم: بیضی و سهمی ---------- ۱۱۳

## فصل ۳ بردارها

درس اول: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$ ---------- ۱۵۰

درس دوم: ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها ---------- ۱۶۸



**ترنس تائو**

متولد ۱۹۷۵

ریاضی‌دان استرالیایی

برندهٔ مدال فیلدز سال ۲۰۰۶

# 1 CHAPTER

## ماتریس و کاربرد ها

- ماتریس و اعمال روی ماتریس‌ها
- وارون ماتریس و دترمینان

## درس اول
## ماتریس و اعمال روی ماتریس‌ها

### TEST 001 ماتریس

در ماتریس $A=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & x & ۵ \\ ۳ & -۱ & ۴ & y \\ ۷ & ۸ & ۹ & x-۲ \end{bmatrix}$ اگر درایهٔ سطر اول و ستون سوم از درایهٔ سطر سوم و ستون دوم ۵ واحد بزرگ‌تر باشد، مقدار x کدام است؟

۱) ۱-  ۲) ۱

۳) ۳  ۴) ۱۳

**LILIPOOTBOX**

هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعدادی سطر و تعدادی ستون یک ماتریس نامیده می‌شود. هر عدد حقیقی واقع در این ماتریس، یک درایه نامیده می‌شود. ماتریس‌ها را معمولاً با حروف بزرگ مانند A ، B ، C و ... نشان می‌دهند.

$A=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۴ \\ ۵ & ۰ & ۱ \\ ۷ & \sqrt{۲} & -۲ \end{bmatrix}$ ستون سوم A — درایه

$B=\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۴ & ۰ \end{bmatrix}$ سطر دوم B

$C=\begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ سطر اول C

ماتریس دارای ۲ سطر و ۳ ستون

ماتریس دارای ۲ سطر و ۲ ستون

ماتریس دارای ۳ سطر و ۳ ستون

اگر ماتریسی مانند A دارای m سطر و n ستون باشد، به‌صورت $A_{m\times n}$ یا $A=[a_{ij}]_{m\times n}$ نوشته می‌شود و A را ماتریسی از مرتبهٔ $m\times n$ (یا به‌طور خلاصه m در n) می‌گویند.

$A=\begin{bmatrix} ۱ & ۳ & -۱ \\ ۰ & ۴ & ۰ \end{bmatrix}$ دو سطر — ۲×۳ — ماتریس ۲ در ۳ — سه ستون

هر درایهٔ ماتریس را با دو اندیس نشان می‌دهیم. اندیس اول شمارهٔ سطر و اندیس دوم شمارهٔ ستون را نشان می‌دهد، یعنی $a_{ij}$ درایهٔ سطر i اُم و ستون j اُم است.

درایهٔ سطر اول و ستون دوم

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}_{3\times 2}$$

درایهٔ سطر دوم و ستون دوم

$$B=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}_{2\times 2}$$

درایهٔ سطر اول و ستون سوم

$$D=\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \end{bmatrix}_{1\times 3}$$

## ANALYSE

درایهٔ سطر اول و ستون سوم همان x و درایهٔ سطر سوم و ستون دوم عدد ۸ است، بنابراین:

$x=8+5=13$

پاسخ گزینهٔ ۴

NOTE

خرید کتاب‌های کنکور
با تخفیف ویژه
و
ارسال رایگان
Medabook.com
مدابوک

## TEST 002 درایه‌ها بر حسب تابعی از سطر و ستون

اگر ماتریس $A=[a_{ij}]_{۲\times۲}$ مفروض باشد، به‌طوری که برای $i>j$ داشته باشیم $a_{ij}=۷$، برای $i<j$ داشته باشیم $a_{ij}=۵$ و برای $i=j$ داشته باشیم $a_{ij}=i^۲+j$، در این صورت ماتریس $A$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} ۶ & ۷ \\ ۵ & ۲ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ ۷ & ۶ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} ۲ & ۷ \\ ۵ & ۶ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ ۷ & ۴ \end{bmatrix}$

### LILIPOOTBOX

در بعضی از ماتریس‌ها، درایه‌ها را به‌طور مستقیم معرفی نمی‌کنند و آن‌ها را برحسب تابعی از اندیس‌های سمت چپ و سمت راست درایه بیان می‌کنند. در این موارد ممکن است تابع چندضابطه‌ای نیز باشد که برای پیدا کردن درایه‌ها باید به شرط‌های گفته شده دقت کنید.

در ماتریس $A=[a_{ij}]_{۲\times۲}$ اگر به‌ازای هر $۱\le i\le۲$ و هر $۱\le j\le۲$ داشته باشیم $a_{ij}=۵$، آن‌گاه ماتریس $A$ به‌صورت زیر است:

$$A=\begin{bmatrix} ۵ & ۵ \\ ۵ & ۵ \end{bmatrix}$$

در ماتریس $B=[b_{ij}]_{۲\times۳}$ اگر به‌ازای هر $۱\le i\le۲$ و هر $۱\le j\le۳$ داشته باشیم: $b_{ij}=i+j$، آن‌گاه ماتریس $B$ به‌صورت زیر است:

$$B=\begin{bmatrix} \overset{a_{۱۱}}{۱+۱} & \overset{a_{۱۲}}{۱+۲} & \overset{a_{۱۳}}{۱+۳} \\ \underset{a_{۲۱}}{۲+۱} & \underset{a_{۲۲}}{۲+۲} & \underset{a_{۲۳}}{۲+۳} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۴ \\ ۳ & ۴ & ۵ \end{bmatrix}_{۲\times۳}$$

در ماتریس $C=[c_{ij}]_{۲\times۲}$ اگر به‌ازای $i\ge j$ داشته باشیم $c_{ij}=i\times j$ و به‌ازای $i<j$ داشته باشیم $c_{ij}=۷$، آن‌گاه ماتریس $C$ به‌صورت زیر است:

$$C=\begin{bmatrix} \overset{i\ge j}{c_{۱۱}} & \overset{i<j}{c_{۱۲}} \\ \overset{i\ge j}{c_{۲۱}} & \overset{i\ge j}{c_{۲۲}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱\times۱ & ۷ \\ ۲\times۱ & ۲\times۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۷ \\ ۲ & ۴ \end{bmatrix}$$

### ANALYSE

با توجه به داده‌های مسئله، ماتریس $A$ به‌صورت زیر خواهد بود:

$$A=\begin{bmatrix} ۱^۲+۱ & ۵ \\ ۷ & ۲^۲+۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ ۷ & ۶ \end{bmatrix}$$

پاسخ گزینهٔ ۲

## TEST 003 انواع ماتریس

اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix} a-۱ & a-۲ \\ b+۳ & b-۲ \end{bmatrix}$ قطری باشد، $a+b$ کدام است؟

۱) ۱-  ۲) ۱  ۳) ۳  ۴) ۵

**LILIPOOTBOX**

اگر در ماتریس A، تعداد سطرها با تعداد ستون‌ها برابر و مساوی n باشد، A را یک ماتریس مربعی از مرتبهٔ n (یا $n\times n$) می‌نامیم.

قطر اصلی

$$A=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱ & ۵ \end{bmatrix}_{۲\times۲} \qquad B=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ & -۲ \\ ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰/۲ & ۰ & ۴ \end{bmatrix}_{۳\times۳} \qquad C=[۵]_{۱\times۱}=۵$$

در ماتریس‌های مربعی بالا، درایه‌های قرمز رنگ را درایه‌های قطر اصلی می‌نامند.

در ماتریس‌های مربعی قطر دیگر ماتریس، قطر فرعی نام دارد.

$$A=\begin{bmatrix} ۹ & ۲ & ۳ \\ ۴ & ۱ & ۴ \\ ۷ & ۵ & ۲ \end{bmatrix}$$

قطر فرعی

اگر $A=[a_{ij}]_{n\times n}$ یک ماتریس مربعی باشد، آن‌گاه بر اساس رابطهٔ بین i و j می‌توان موقعیت درایه را نسبت به قطر اصلی تشخیص داد:

$$A=\begin{bmatrix} a_{۱۱} & a_{۱۲} & a_{۱۳} & \cdots & a_{۱n} \\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & & \cdots & a_{۲n} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ a_{n۱} & a_{n۲} & & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$i>j$ [پایین قطر اصلی]

$i<j$ [بالای قطر اصلی]

$i=j$ [روی قطر اصلی]

اگر ماتریسی فقط دارای یک سطر باشد، آن را ماتریس سطری می‌نامند.

$$A=\begin{bmatrix} ۲ & \frac{۱}{۲} & ۷ \end{bmatrix}_{۱\times۳} \qquad B=\begin{bmatrix} ۲ & ۱ \end{bmatrix}_{۱\times۲} \qquad C=[۵]_{۱\times۱}=۵$$

اگر ماتریسی فقط دارای یک ستون باشد، آن را ماتریس ستونی می‌نامند.

$$A=\begin{bmatrix} \pi \\ \sqrt{۲} \\ ۵ \end{bmatrix}_{۳\times۱} \qquad B=\begin{bmatrix} ۰/۵ \\ ۰ \end{bmatrix}_{۲\times۱} \qquad C=[۹]_{۱\times۱}$$

اگر در یک ماتریس مربعی تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی صفر باشند، این ماتریس را ماتریس قطری می‌نامند.

$$A=\begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} ۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۴ \end{bmatrix} \qquad C=\begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}$$

اگر تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر فرعی صفر شود، ماتریس را شبه‌قطری می‌نامند.

درایه‌های واقع بر قطر اصلی در ماتریس‌های قطری می‌تواند صفر هم باشد.

اگر در یک ماتریس قطری، تمام درایه‌های قطر اصلی با هم برابر باشند، آن ماتریس را یک ماتریس اسکالر می‌نامند.

$$A=\begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}_{۲\times۲} \qquad B=\begin{bmatrix} -۴ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -۴ & ۰ \\ ۰ & ۰ & -۴ \end{bmatrix}_{۳\times۳} \qquad C=\begin{bmatrix} ۴ \end{bmatrix}_{۱\times۱}$$

اگر در یک ماتریس اسکالر، تمام درایه‌های قطر اصلی برابر «۱» باشند، آن را ماتریس واحد (ماتریس همانی) می‌نامند و با $I$ نشان می‌دهند.

$$I=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}_{۳\times۳} \qquad I=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}_{۲\times۲} \qquad I=\begin{bmatrix} ۱ \end{bmatrix}_{۱\times۱}$$

ماتریسی که همهٔ درایه‌های آن صفر باشد را ماتریس صفر می‌نامند و با $\bar{o}$ نشان می‌دهند.

$$A=\begin{bmatrix} ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix}_{۲\times۲} \qquad B=\begin{bmatrix} ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix}_{۳\times۲} \qquad C=\begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}_{۱\times۳}$$

## ANALYSE

برای این‌که $A$ یک ماتریس قطری باشد، باید تمام درایه‌های خارج از قطر اصلی آن صفر باشند، یعنی:

$$\begin{cases} a-۲=۰ \Rightarrow a=۲ \\ b+۳=۰ \Rightarrow b=-۳ \end{cases} \Rightarrow a+b=-۱$$

پاسخ گزینهٔ ۱

## TEST 004 تساوی دو ماتریس

اگر دو ماتریس $A=\begin{bmatrix} x-y & ۵ \\ ۲ & z-۲ \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} ۱ & x+y \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix}$ مساوی باشند، مقدار $x+y+z$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۸

۳) ۱۰ ۴) ۱۱

### LILIPOOTBOX

دو ماتریس هم‌مرتبهٔ $A=[a_{ij}]_{m\times n}$ و $B=[b_{ij}]_{m\times n}$ را مساوی می‌گوییم، هرگاه درایه‌های آن‌ها نظیربه‌نظیر با هم برابر باشد، یعنی داشته باشیم:

$$\forall i,j \ ، \ a_{ij}=b_{ij} \Leftrightarrow [a_{ij}]=[b_{ij}]$$

اگر دو ماتریس $A=\begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۴ & ۵ \end{bmatrix}$ برابر باشند، آن‌گاه داریم:

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۴ & ۵ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ y=۲ \\ z=۴ \\ t=۵ \end{cases}$$

### ANALYSE

باید درایه‌های دو ماتریس نظیربه‌نظیر با هم برابر باشند، یعنی:

$$\begin{cases} \begin{cases} x-y=۱ \\ x+y=۵ \end{cases} \Rightarrow x=۳, y=۲ \\ z-۲=۳ \Rightarrow z=۵ \end{cases}$$

بنابراین مجموع x و y و z برابر ۱۰ خواهد شد.

پاسخ گزینهٔ ۳

NOTE

## TEST 005 اعمال روی ماتریس

اگر $A=\begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۴ & ۱ \end{bmatrix}$ ، $B=[b_{ij}]_{۲\times۲}$ و $b_{ij}=i^۲+j^۲$ ، حاصل $۲A-B+I$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ ۳ & -۵ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۴ & -۶ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} ۰ & ۰ \\ ۲ & -۶ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۲ & -۷ \end{bmatrix}$

**LILIPOOT BOX**

برای محاسبهٔ جمع یا تفریق دو ماتریس، کافی است درایه‌های نظیر در دو ماتریس را با هم جمع یا تفریق کنیم:

$$A=\begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ ۳ & ۵ \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} ۴ & ۲ \\ ۶ & ۷ \end{bmatrix} \Rightarrow A+B=\begin{bmatrix} ۲+۴ & ۱+۲ \\ ۳+۶ & ۵+۷ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۶ & ۳ \\ ۹ & ۱۲ \end{bmatrix}$$

فقط دو ماتریس هم‌مرتبه را می‌توان با هم جمع یا از هم تفریق کرد:

$$A=[a_{ij}]_{m\times n},\ B=[b_{ij}]_{m\times n} \Rightarrow A\pm B=[a_{ij}\pm b_{ij}]_{m\times n}$$

برای ضرب یک عدد در یک ماتریس، کافی است آن عدد را در تمام درایه‌های آن ماتریس ضرب کنیم:

$$A=[a_{ij}]_{m\times n},\ r\in\mathbb{R} \Rightarrow rA=[ra_{ij}]_{m\times n}$$

$$A=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۳ \\ ۴ & ۲ & ۵ \end{bmatrix} \Rightarrow ۲A=\begin{bmatrix} ۲ & ۴ & ۶ \\ ۸ & ۴ & ۱۰ \end{bmatrix}$$

در حالت خاصی که عدد ۱- را در ماتریس A ضرب کنیم، ماتریس A- به‌دست می‌آید که آن را قرینهٔ ماتریس A می‌نامند و همواره داریم:

$$A+(-A)=\bar{o}$$

اگر A ، B و C ماتریس‌هایی $m\times n$ (هم‌مرتبه) و r و s اعداد حقیقی باشند، آن‌گاه خواص زیر همواره برقرار است:

ماتریس صفر عضو بی‌اثر جمع در ماتریس‌ها است. $A+\bar{o}=\bar{o}+A=A$

جمع ماتریس‌ها شرکت‌پذیر است. $A+(B+C)=(A+B)+C$

جمع ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی دارد. $A+B=B+A$

| | |
|---|---|
| توزیع‌پذیری ماتریس روی جمع اعداد | $(r\pm s)A=rA\pm sA$ |
| توزیع‌پذیری عدد روی جمع ماتریس‌ها | $r(A\pm B)=rA\pm rB$ |
| وجود عضو قرینه | $A+(-A)=(-A)+A=\bar{o}$ |
| قابلیت ضرب عدد در طرفین تساوی ماتریسی | $A=B\Rightarrow rA=rB$ |
| قابلیت حذف عدد غیر صفر از طرفین تساوی ماتریسی | $rA=rB\xrightarrow{r\neq 0}A=B$ |
| جابه‌جایی عدد و ماتریس | $(r)(A)=(A)(r)$ |

## ANALYSE

ابتدا ماتریس B را با درایه‌ها مشخص می‌کنیم:

$$B=\begin{bmatrix} 1^2+1^2 & 1^2+2^2 \\ 2^2+1^2 & 2^2+2^2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$$

در نتیجه داریم:

$$\Rightarrow 2A-B+I=\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4-2+1 & 6-5+0 \\ 8-5+0 & 2-8+1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

پاسخ گزینهٔ ۱

NOTE