

خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و
ارسال رایگان

Medabook.com



مدابوک



دریافت برنامه ریزی و مشاوره

از مشاوران رتبه برتر

هوشه کنکوری آیدی نوین

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۴



۱۳۴۸ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۳۴۸ تا ۳۶۸)

حالت‌های مختلف ماده

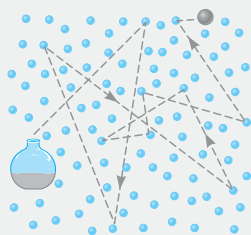
خلاصه نکات

در این خلاصه نکات، ابتدا به بررسی ویژگی‌های ماده در حالت‌های مختلف می‌پردازیم و سپس ویژگی‌های فیزیکی مواد در مقیاس نانو را تحلیل می‌کنیم:

بررسی ویژگی حالت‌های مختلف ماده

به‌طور کلی حالت ماده، بستگی به دما و فشار محیط دارد و با تغییر این شرایط، ممکن است عوض شود. مثلاً در دمای صد درجه سلسیوس آب از حالت مایع به گاز تبدیل می‌شود. در ادامه ویژگی‌های حالت‌های مختلف ماده را بررسی می‌کنیم.

حالت گازی: در این حالت از ماده، نکات زیر حائز اهمیت است:



- ۱ فاصله میانگین مولکول‌ها از هم، نسبت به اندازه مولکول‌ها بسیار بیشتر است و مولکول‌ها می‌توانند آزادانه به اطراف حرکت کنند. این موضوع سبب می‌شود که مولکول‌ها با تندی زیاد به یکدیگر و یا به دیواره‌های ظرف برخورد کنند.
- ۲ برای درک بهتر نکته (۱)، بد نیست بدانید اندازه مولکول‌های هوا بین ۱ تا ۳ آنگستروم ($1\text{\AA} = 10^{-10}\text{m}$) است، در حالی که فاصله میانگین بین آن‌ها در شرایط معمولی $35\text{\AA}$ است.
- ۳ در اثر برخوردهای متوالی مولکول‌ها به یکدیگر و به دیواره ظرف، مولکول‌ها مرتباً تغییر جهت می‌دهند و یک حرکت نامنظم یا **گازهای** رخ می‌دهد که به **حرکت براونی** معروف است.

۴ گازها در محیط پخش می‌شوند. به‌عنوان مثال اگر در یک شیشه عطر مطابق شکل فوق، در گوشه‌ای از اتاق باز شود، بعد از مدتی در اثر برخورد مولکول‌های هوا و عطر به یکدیگر، بوی عطر در همه اتاق احساس می‌شود، به این پدیده **پخش** می‌گویند.

۵ به دلیل وجود فاصله زیاد بین مولکول‌ها، گازها تراکم‌پذیر هستند، یعنی می‌توان آن‌ها را به مقدار زیاد فشرده کرد و حجم گاز را کاهش داد.

حالت مایع: در این حالت از ماده، نکات زیر حائز اهمیت است:

- ۱ در مایع‌ها نیز مانند گازها، مولکول‌ها نظم معینی ندارند ولی به دلیل این‌که به هم بسیار نزدیک‌اند، به جای حرکت آزادانه، فقط روی هم می‌لغزند (مانند حالتی که لیوان آب را کج می‌کنیم و آب می‌ریزد).
- ۲ مولکول‌ها به آسانی جابه‌جا می‌شوند، ولی تندی حرکت آن‌ها کم‌تر از گازها است. از طرفی پدیده پخش نیز در آن‌ها رخ می‌دهد.
- ۳ مولکول‌های مایع در فاصله‌های زیاد (در حد مولکولی) یکدیگر را جذب می‌کنند ولی در فاصله‌های کم، یکدیگر را دفع می‌کنند. به‌همین دلیل است که مایعات تراکم‌ناپذیر محسوب می‌شوند.

حالت جامد: در این حالت از ماده، نکات زیر حائز اهمیت است:

- ۱ فاصله بین مولکول‌های جامد نسبتاً ثابت است. این فاصله تقریباً مشابه فاصله مولکول‌ها در مایعات و برابر $1\text{\AA}$ است.
- ۲ موقعیت مولکول‌ها ثابت است و نمی‌توانند آزادانه حرکت کنند و فقط سر جای خود می‌توانند حرکت‌های نوسانی کوچکی انجام دهند.
- ۳ تراکم‌ناپذیرند (قابل فشرده شدن نیستند).
- ۴ **جامدهای بلورین:** اگر در جسم جامد، مولکول‌ها به‌صورت طرح‌های منظمی کنار یکدیگر قرار بگیرند، از تکرار این طرح‌ها **جامدهای بلورین** تشکیل می‌شود. شایان ذکر است که فلزها، نمک‌ها، الماس، یخ و بیشتر مواد معدنی از نوع جامدات بلورین محسوب می‌شوند.
- ۵ **جامدهای بی‌شکل:** در این حالت مولکول‌ها در کنار هم به‌صورت طرح منظمی چیده نشده‌اند. این نوع از جامدات، مانند شیشه، تا حدود زیادی در وضعیت نامنظمی که در حالت مایع داشته‌اند باقی می‌مانند و معمولاً از سرد شدن سریع مایعات به‌دست آمده‌اند.

۵ این مواد چگالی نسبتاً بالایی دارند.

حالت پلاسما: در این حالت از ماده، نکات زیر حائز اهمیت است:

- ۱ این حالت اغلب در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید.
- ۲ ماده درون ستارگان، بیشتر فضای بین‌ستاره‌ای، آذرخش، شفق‌های قطبی، آتش و ماده داخل لوله تابان لامپ‌های مهتابی از پلاسما تشکیل شده است.

جمع‌بندی در یک مقایسه کلی بین حالت‌های جامد، مایع و گاز می‌توان به جدول زیر اشاره کرد:

تراکم‌پذیری	نیروی جاذبه بین مولکول‌ها	شکل	حرکت و انرژی
گاز	تراکم‌پذیر است.	ناچیز است.	فاقد شکل مشخص
مایع	با تقریب خوبی تراکم‌ناپذیر است.	نیروی اندکی وجود دارد.	به شکل ظرف در می‌آیند.
جامد	تراکم‌ناپذیر است.	نیروی زیاد وجود دارد.	دارای شکل مشخص

ویژگی‌های فیزیکی مواد در مقیاس نانو

آزمایش‌ها نشان می‌دهد که اگر ابعاد یک جسم بسیار بسیار کوچک و در حد نانومتر باشد، در ویژگی‌های فیزیکی آن نسبت به ابعاد عادی تغییرات زیادی به وجود می‌آید. علم نانو، قصد بررسی تغییر در این ویژگی‌های فیزیکی را دارد. در رابطه با این علم، به موارد زیر توجه کنید:

نکات مهم و کاربردی

۱ ویژگی‌های فیزیکی مواد از قبیل نقطه ذوب، رسانندگی الکتریکی و گرمایی، شفافیت، استحکام، رنگ و ... اغلب می‌تواند به‌طور چشمگیری در مقیاس نانو تغییر کند.

۲ نکته مهمی که باید توجه داشت این است که ویژگی‌های فیزیکی تمام مواد، شامل جامدها، مایع‌ها و گازها، در مقیاس نانو تغییر می‌کنند و این موضوع محدود به گروه خاصی نمی‌شود.

۳ در تحقیقات اخیر مشخص شده است که در علم نانو، لازم نیست که همه ابعاد یک ماده در مقیاس نانو باشند. برای نمونه، یک نانو ذره در هر سه بُعد کوچک است، اما اگر صرفاً یک بُعد ماده‌ای را در مقیاس نانو محدود کنیم، در این صورت یک نانولایه داریم که لایه‌ای به ضخامت نانو مقیاس است. آزمایش نشان می‌دهد که ویژگی‌های فیزیکی نانولایه‌ها نیز همچون نانوذره‌ها، به‌طور قابل توجهی تغییر می‌کند. برای درک بهتر مفهوم نانو و تغییر ویژگی‌های فیزیکی مواد در این مقیاس، به مثال زیر توجه کنید:

مثال نقطه ذوب طلا در حالت عادی، حدود 1064°C است. این یعنی با قرار دادن یک قطعه طلا در کوره‌ای با دمای بالا، وقتی دما به 1064°C می‌رسد طلای جامد تغییر حالت می‌دهد و به شکل توده‌ای از طلای مایع درمی‌آید. اگر این آزمایش را دوباره انجام دهیم، ولی به جای یک قطعه بزرگ طلا که می‌توانیم آن را ببینیم و به راحتی لمس کنیم، قطعه‌ای را که قطر آن تنها چند نانومتر است در کوره بگذاریم و ذوب کنیم (بدیهی است برای انجام این کار به تجهیزات و روش‌های خاص نیاز داریم، اما شدنی است) با شگفتی درمی‌یابیم که دمای ذوب طلا فقط 427°C است و تقریباً ۶۰ درصد نسبت به حالت عادی کم شده است. با این آزمایش در واقع درمی‌یابیم که دمای ذوب ذره‌های طلا در مقیاس نانو، تفاوت زیادی با دمای ذوب طلا در اندازه‌های معمولی دارد. این‌گونه موضوعات، مورد بحث علم نانو است.

تمرین ۱ آلومینیم یکی از رساناهای بسیار خوب جریان الکتریکی است. سطح آلومینیم، چه به صورت سیم یا قوطی نوشابه یا بال هواپیما، در مجاورت هوا به آلومینیم اکسید تبدیل می‌شود. آلومینیم اکسید، عایق بسیار خوبی است و رسانای الکتریسیته نیست، اما وقتی روی سطح یک سیم آلومینیمی می‌نشیند، مشکل نارسانایی ایجاد نمی‌کند. علت چیست؟ (تألیف)

پاسخ برای جواب دادن به این تمرین، باید به ضخامت لایه‌ای توجه کنیم که روی سطح آلومینیم تشکیل می‌شود. بررسی‌های تجربی نشان می‌دهند که وقتی قطعه‌ای آلومینیمی در مجاورت هوا قرار می‌گیرد، لایه‌ای بسیار نازک از آلومینیم اکسید روی سطح آن تشکیل می‌شود که ضخامت آن از مرتبه نانومتر است. در این مقیاس، ویژگی‌های الکتریکی اکسید آلومینیم تغییر می‌کند و به یک رسانا تبدیل می‌شود و مشکل نارسانایی ایجاد نمی‌کند. به عبارت دیگر، آلومینیم اکسید وقتی به صورت نانولایه باشد، به دلیل ابعاد و شکل هندسی‌اش، مانند یک رسانا عمل می‌کند نه عایق!

با توجه به خلاصه نکات فوق، از جمله ویژگی‌های مولکول‌ها در حالت مایع، می‌توان به نامنظم بودن، فشرده بودن و جابه‌جایی آسان آن‌ها نسبت به یکدیگر اشاره کرده و گزینه (۱) صحیح است.

۳۳۴۹ در حالت مایع و گاز، مولکول‌های تشکیل‌دهنده ماده، در جای خود ثابت نیستند و پیوسته حرکت می‌کنند.

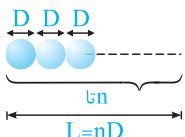
۱۳۵۰ جاری شدن و سرریز شدن مایعات، به دلیل امکان لغزیدن مولکول‌های مایع بر روی یکدیگر است و گزینه (۱) صحیح است.

تذکر

ویژگی‌های مطرح‌شده در گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) به ترتیب مربوط به حالت گاز، جامد و جامد می‌باشد.

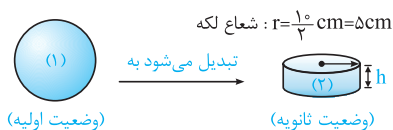
۴۳۵۱ در جامدهای بلورین، اتم‌های سازنده آن‌ها در طرح‌های منظمی کنار هم قرار دارند، ولی ذرات سازنده جامدهای بی‌شکل (آمورف)، در طرح منظمی کنار هم قرار نمی‌گیرند. بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۴۳۵۲ فرض کنید که قطر مولکول D و n مولکول از آن را کنار هم قرار داده‌ایم، در این صورت طول حاصل‌شده برابر nD می‌شود (چرا؟). با توجه به این موضوع می‌توان نوشت:



$$L = nD \Rightarrow 6 \times 10^{-2} = n \times 3 \times 10^{-10} \Rightarrow n = 2 \times 10^8 = 200 \times 10^6 = 200 \text{ میلیون مولکول}$$

۳۵۳ فرض کنید که قطره روغن پس از چکیدن بر روی سطح، از شکل (۱) به شکل (۲) تغییر شکل داده است. با توجه به این که حجم لکه روغن ثابت است، می‌توان نوشت:



$$V_1 = V_2 = \pi r^2 h = 3 \times 5^2 \times h$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow 7/5 \times 10^{-5} = 75 \times h \Rightarrow h = 10^{-6} \text{ cm} = 10^{-6} \times (10^{-2} \text{ m}) = 10^{-8} \times 10^{+10} \text{ \AA} = 10^0 \text{ \AA}$$

توجه

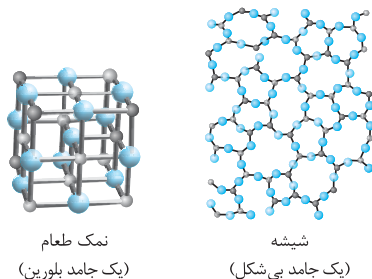
آنگستروم یک واحد بسیار کوچک برای اندازه‌گیری قطر ذرات، طول موج و ... است. ارتباط بین این واحد طول با متر به صورت زیر است:

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m} \Leftrightarrow 1 \text{ m} = 10^{10} \text{ \AA}$$



۳۵۴ برای محاسبه تعداد لایه مولکول روغن، کافی است ضخامت کل لایه را بر قطر مولکول تقسیم کنیم:

$$n = \frac{10^0}{10^0} = 10$$



۳۵۵ نمک طعام و الماس هر دو جامد بلورین هستند، بدین معنی که در ساختار آن‌ها مولکول‌ها در طرح‌های منظمی در کنار یک‌دیگر قرار می‌گیرند. ولی شیشه یک جامد بی شکل است، زیرا مولکول‌های آن در طرح منظمی در کنار هم قرار ندارند. برای درک بهتر، دو شکل مقابل که مربوط به ساختار نمک طعام و شیشه است را ملاحظه کنید:

۳۵۶ با توجه به شکل‌های کتاب درسی، شکل (۱) مربوط به یک جامد فلزی، شکل (۲) مربوط به یک جامد بلورین و شکل (۳) مربوط به یک جامد بی شکل (مانند شیشه) است. بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

۳۵۷ اگر با میکروسکوپ درون ظرف محتوی دود را مشاهده کنیم، دیده می‌شود که ذره‌های دود به طور نامنظم و درهم و برهم در یک مسیر زیگزاگی حرکت می‌کنند. این حرکت نامنظم و کاتوره‌ای ذرات دود را **حرکت براونی** می‌نامند.

مشاهده بیشتر توسط میکروسکوپ نشان می‌دهد که ذره‌های دود برخورد‌های اندکی با یک‌دیگر دارند. پس می‌توان نتیجه گرفت باید ذرات دیگری که قابل مشاهده نیستند با آن‌ها برخورد کرده و مسیر حرکت آن‌ها را تغییر داده باشند. این ذره‌های مشاهده‌ناپذیر، همان مولکول‌های هوا هستند. نتیجه مهم: حرکت زیگزاگی و نامنظم ذره‌های دود، نشانگر این است که مولکول‌های هوا به صورت کاتوره‌ای و نامنظم در حرکت‌اند.

۳۵۸ مولکول‌های هوا آزادانه در همه جهت‌ها به اطراف حرکت می‌کنند و وقتی به مولکول‌های عطر برخورد می‌کنند، مسیر حرکت مولکول‌های عطر را تغییر می‌دهند و با توجه به این که مولکول‌های عطر نیز گاز هستند، در محیط پخش می‌شوند و بوی آن‌ها در تمام اتاق احساس می‌شود. این موضوع در هنگام پخش شدن قطره جوهر در آب نیز مشاهده می‌شود.

تذکر

عواملی مانند افزایش دما و هم‌زدن یک مایع، باعث می‌شود تا پدیده پخش با سرعت بیشتری انجام شود.

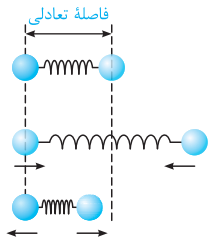
۳۵۹ با باز کردن درب عطر، پس از چند ثانیه بوی عطر در فضای اطراف پخش می‌شود. از طرفی با چکاندن چند قطره جوهر در داخل عطر، جوهر نیز در عطر پخش می‌شود، ولی پخش شدن بوی عطر در فضای اطراف، سریع‌تر از پخش شدن جوهر در مایع است، زیرا برخورد مولکول‌های گاز بیشتر از برخورد مولکول‌های مایع با یک‌دیگر است. بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

تذکر

دقت شود که در هر دو حالت، مولکول‌های گاز و مایع، حرکت کاتوره‌ای دارند.

۳۶۰ در یک نگاه کلی، میزان حرکت مولکول‌ها با نیروی بین مولکولی آن‌ها نسبت عکس دارد، بنابراین با توجه به این که حرکت مولکول‌ها در گازها بیشتر از مایعات و در مایعات نیز بیشتر از جامدات است، می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{جابه‌جایی مولکول‌های جامد} > \text{جابه‌جایی مولکول‌های مایع} > \text{جابه‌جایی مولکول‌های گاز} \\ \Rightarrow F_g < F_l < F_s \quad \text{یا} \quad F_s > F_l > F_g \end{array} \right.$$



۳۳۶۱ مولکول‌ها در فاصله‌های زیاد (در حد مولکولی) هم‌دیگر را جذب و در فاصله خیلی کم هم‌دیگر را دفع می‌کنند. برای درک بهتر این موضوع دو گلوله مقابل را در نظر بگیرید که با یک فنر به هم متصل هستند:

نیرو ربایشی است. $\Rightarrow$ فاصله بیشتر از فاصله تعادلی باشد. $\Rightarrow$

نیرو رانشی است. $\Rightarrow$ فاصله کمتر از فاصله تعادلی باشد. $\Rightarrow$

۳۳۶۲ مشابه با سؤال قبل، با توجه به این‌که در مایع فاصله بین مولکول‌ها نسبتاً کم است، در صورت فشرده شدن مایعات، بین آن‌ها نیروی دافعه به وجود می‌آید و مایع در برابر متراکم شدن مقاومت می‌کند.

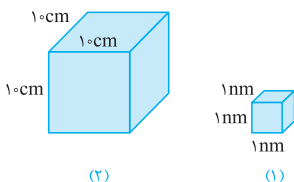
۲۳۶۳ ماده داخل مهبتابی در حالت تابان از نوع پلاسما بوده و در گزینه (۲)، حالت ماده درست معرفی نشده است. سایر گزینه‌ها با توجه به مطالب کتاب درسی صحیح است.

۳۳۶۴ حالت پلاسما (مانند آذرخش)، اغلب در دماهای خیلی بالا به وجود می‌آید، بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

۲۳۶۵ همان‌طور که در خلاصه نکات (۱)، بیان کردیم، علت اصلی بررسی اجسام در ابعاد نانو، تغییر در ویژگی‌های فیزیکی مواد در این وضعیت، نسبت به ابعاد عادی است.

۱۳۶۶ علم نانو، شاخه‌ای از علوم است که تغییر در ویژگی‌های فیزیکی مواد (جامد، مایع یا گاز) را در ابعاد نانو بررسی می‌کند، از جمله رسانندگی الکتریکی، استحکام، رنگ و

دقت شود که برای تغییر در ویژگی‌های یک ماده، لازم نیست تمام ابعاد آن در مقیاس نانو باشد. یعنی اگر صرفاً یک بُعد ماده را در مقیاس نانو محدود کنیم، در این صورت یک نانولایه خواهیم داشت. ویژگی نانولایه‌ها هم مانند نانوذره‌ها، به طور قابل توجهی تغییر می‌کند.



۴۳۶۷ همان‌طور که می‌دانیم، ویژگی‌های ماده در ابعاد نانو با ویژگی‌های آن در ابعاد عادی‌اش متفاوت است.

به طور مثال نقطه ذوب طلا در ابعاد نانو (شکل ۱)، ۶۰ درصد کمتر از نقطه ذوب آن در ابعاد عادی‌اش (شکل ۲) می‌باشد. بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

۴۳۶۸ با توجه به توضیحات مطرح شده در خلاصه نکات (۱)، آلومینیم رسانا است، ولی اکسید آلومینیم در ابعاد عادی نارسا و در هنگامی که ضخامت آن در حد نانو باشد، به صورت رسانا است. بنابراین گزینه (۴) پاسخ این سؤال است.

۲۳۶۹ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۳۶۹ تا ۳۷۹)

نیروی هم‌چسبی و دگرچسبی

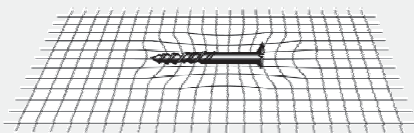
خلاصه نکات

نیروی هم‌چسبی: به طور کلی، بین مولکول‌های مایع یک نیروی ربایشی وجود دارد که به آن **نیروی هم‌چسبی** می‌گویند.

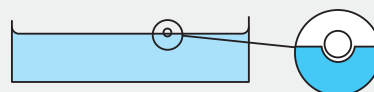
نکات مهم و کاربردی

۱ اگر به یک قطره آب که از شیر می‌چکد توجه کنید، مشاهده می‌کنید که قطره پس از جدا شدن از شیر، در تمام طول مسیر به صورت قطره باقی می‌ماند. (مولکول‌های این قطره در حین سقوط از یک‌دیگر دور نمی‌شوند و متصل به یک‌دیگر باقی می‌مانند.) برای توجیه این پدیده می‌توان گفت که بین مولکول‌های مایع یک نیروی ربایشی وجود دارد که همان **نیروی هم‌چسبی** است.

۲ اگر یک میخ کوچک را بر روی سطح آب قرار دهید، در سطح آب یک فرورفتگی ایجاد می‌شود و کشش سطحی بین مولکول‌های آب مانع از فرو رفتن میخ در آب می‌شود. این پدیده مانند نگه‌داری یک میخ توسط یک پارچه توری است.



ب



الف



۳ علت فرو رفتن حشرات در آب نیز مشابه موضوع مطرح شده در نکته (۲) است.

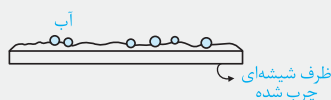
نیروی دگرچسبی: هنگامی که یک ماده در تماس با یک ماده دیگر قرار می‌گیرد نیز بین آن‌ها یک نیروی ربایشی وجود دارد که به **دگرچسبی** معروف است.



پخش آب روی سطح شیشه



قطره‌های جیوه روی شیشه



ترشوندگی: به‌طور کلی هرگاه مایعی در تماس با یک جسم جامد قرار گیرد، دو حالت زیر می‌تواند رخ دهد:

۱ اگر نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و جامد از هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر باشد، در این صورت می‌گوییم مایع، جامد را تر می‌کند. مثلاً در شکل مقابل می‌بینیم که آب سطح شیشه تمیز را تر کرده و روی آن پهن شده است، به زبان ساده می‌توان گفت در این حالت، مولکول‌های شیشه با شدت بیشتری مولکول‌های آب را جذب کرده است.

۲ اگر نیروهای هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع از دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و جامد بیشتر باشد، می‌گوییم مایع جامد را تر نمی‌کند. با توجه به این موضوع در شکل مقابل می‌بینیم که سطح شیشه با جیوه تر نشده و جیوه به شکل قطره روی سطح شیشه باقی مانده است. جالب است بدانید در این حالت هر چه قطر جیوه بزرگ‌تر باشد، قطره تخت‌تر می‌شود. در ادامه با حل تمرین زیر، این موضوع را بهتر بررسی می‌کنیم.

تمرین در مورد پخش شدن آب بر روی ظرف شیشه‌ای چرب‌شده، چه اظهارنظری می‌توان کرد؟

پاسخ آب بر روی یک ظرف شیشه‌ای چرب پخش نمی‌شود (به شکل قطره باقی می‌ماند)، زیرا نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و روغن است. این موضوع در شکل مقابل نشان داده شده است:

هم‌چسبی جاذبه بین مولکول‌های همسان و دگرچسبی جاذبه بین مولکول‌های ناهمسان است، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

دقت شود که وقتی شیشه می‌شکند، با نزدیک کردن قطعه‌های آن به هم، نمی‌توان اجزای شیشه را به هم چسباند، ولی اگر قطعه‌های شیشه را آن‌قدر گرم کنیم که نرم شوند، می‌توان آن‌ها را به هم چسباند. در واقع با گرم کردن شیشه، مولکول‌های آن به هم نزدیک شده و به علت کوتاه بُرد بودن نیروهای بین‌مولکولی، این مولکول‌ها به هم نیروی جاذبه وارد کرده و دو قطعه به هم می‌چسبند.

۱۳۷۰ کشش سطحی در مایعات، در واقع همان نیروی ربایشی از نوع هم‌چسبی میان مولکول‌های موجود در سطح مایع (لایه بیرونی مولکول‌ها) است.

۴۳۷۱ هر چهار مورد اشاره شده در صورت سؤال، جلوه‌هایی از کشش سطحی می‌باشند.

دقت شود به کمک کشش سطحی می‌توان توضیح داد که چرا قطره‌هایی که آزادانه سقوط می‌کنند، تقریباً کروی‌اند. به‌ازای حجمی معین، کره نسبت به هر شکل هندسی دیگری، کوچک‌ترین مساحت را دارد. به این ترتیب سطح کروی که آزادانه سقوط می‌کند، مانند یک پوسته کشیده شده، تمایل به کمینه کردن مساحتش را دارد.

۴۳۷۲ مشابه با سؤال قبل، علت شناور ماندن یک تیغ روی سطح آب، وجود نیروهای کشش سطحی در سطح آب است.

۲۳۷۳ با بزرگ شدن قطره آب، مولکول‌های آب روی سطح قطره از بقیه مولکول‌های آب موجود بر روی برگ کمی دور می‌شوند و نیروی جاذبه بین مولکول‌های آب (هم‌چسبی) در برابر نیروی وزن مقاومت کرده و مانع از سقوط قطره می‌شود. با ادامه داشتن این روند، سرانجام نیروی وزن قطره از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب موجود بر روی قطره بیشتر می‌شود و قطره به شکل گره سقوط می‌کند.

۲۳۷۴ با توجه به شکل‌های داده‌شده، در شکل (۱) دمای روغن بیشتر است، زیرا در دمای بیشتر، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های روغن کاهش یافته و مولکول‌های روغن راحت‌تر جاری می‌شوند.

۴۳۷۵ با توجه به توضیحات مطرح شده در خلاصه نکات (۲)، نیروی دگرچسبی سطحی بین دو ماده A و B بیشتر از



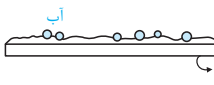
نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های ماده A بوده و باعث پخش شدن ماده A روی B می‌شود. در این حالت، ماده A مطابق شکل، به‌صورت لایه نازکی روی B پخش می‌شود.

۴۳۷۶ مشابه با سؤال قبل، علت تر شدن شیشه توسط آب این است که نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه، بزرگ‌تر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است.



۴۳۷۷ نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه بزرگ‌تر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و شیشه است، بنابراین جیوه روی شیشه پخش نمی‌شود و به‌صورت گلوله‌های کوچک روی شیشه باقی می‌ماند.

۲۳۷۸ از آن‌جا که نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و روغن



است، آب بر روی یک ظرف شیشه‌ای چرب‌شده پخش نمی‌شود و به‌صورت قطره بر روی ظرف باقی می‌ماند.

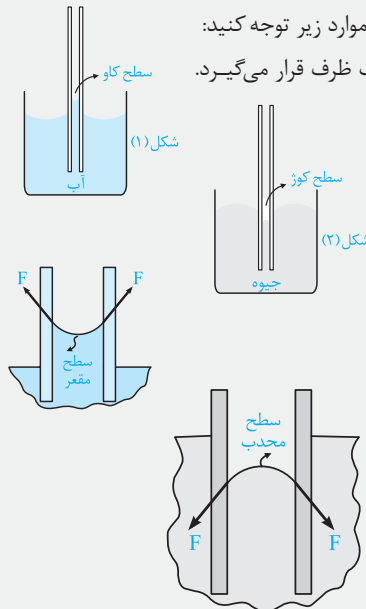
۳۳۷۹ می‌دانیم علت شناور ماندن سوزن روی سطح آب، وجود کشش سطحی بین مولکول‌های سطح آب است. با اضافه کردن مایع ظرف‌شویی، مولکول‌های مایع ظرف‌شویی در بین مولکول‌های آب قرار گرفته و نیروی کشش سطحی بین مولکول‌های آب را ضعیف می‌کنند، در نتیجه سوزن در آب فرومی‌رود.

۴۳۸۰ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۳۸۰ تا ۳۸۸)

خاصیت مویینگی

خلاصه نکات



یکی دیگر از اثرات نیروهای دگرچسبی بین دو ماده، خاصیت مویینگی است. برای درک بهتر این موضوع به موارد زیر توجه کنید:
 اگر یک لوله نازک شیشه‌ای را در آب وارد کنیم، آب در لوله بالا می‌رود و سطح آن بالاتر از سطح آب ظرف قرار می‌گیرد. این موضوع به دلیل خاصیت مویینگی است.

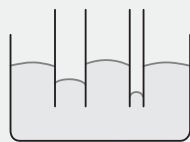
اگر یک لوله نازک شیشه‌ای را در جیوه فرو کنیم، مطابق شکل (۲) جیوه در لوله بالا می‌رود ولی سطح آن پایین‌تر از سطح جیوه درون ظرف قرار می‌گیرد. این موضوع نیز به دلیل خاصیت مویینگی است.

نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های شیشه و آب، بیشتر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است. در نتیجه مولکول‌های آب شیشه را تر کرده و به طرف سطح داخلی لوله مویین کشیده می‌شوند و در سطح آب مانند شکل (۱) فرورفتگی ایجاد می‌شود.

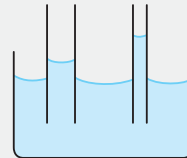
از طرف سطح داخلی لوله مویین، نیروی F مطابق شکل به آبی که با لوله در تماس است، وارد می‌شود. این نیرو باعث بالا رفتن آب در لوله مویین می‌شود.

نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و شیشه است. مولکول‌های جیوه که به سطح داخلی لوله مویین نزدیک‌اند، به طرف مرکز لوله کشیده می‌شوند و در سطح جیوه، مطابق شکل برآمدگی ایجاد می‌شود.

هرچه سطح مقطع (یا قطر) لوله کمتر باشد، ارتفاع مایع در لوله نسبت به سطح آزاد مایع درون ظرف بیشتر تغییر می‌کند. به عنوان مثال، در شکل‌های زیر نحوه قرارگیری آب و جیوه در لوله‌های مویین با قطرهای مختلف نشان داده شده است.

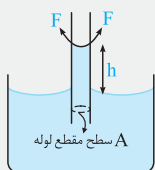


شکل جیوه در لوله‌های مویین با قطرهای مختلف



شکل آب در لوله‌های مویین با قطرهای مختلف

نیروی دگرچسبی بین لوله مویین و مایع بالا رفته، برابر با نیروی وزن مایع جابه‌جا شده است. به عنوان مثال:



$$F = mg \text{ : نیروی دگرچسبی}$$

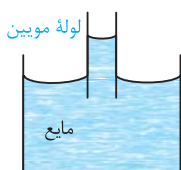
$$m = \rho V \text{ (چگالی مایع) : جرم مایع جابه‌جا شده}$$

$$V = h.A \text{ : سطح مقطع لوله} \times \text{ارتفاع مایع} \text{ : حجم مایع جابه‌جا شده}$$

تمرین لوله شیشه‌ای باریکی را به طور عمودی تا نیمه وارد مایع درون ظرفی می‌کنیم. اگر نیروی دگرچسبی کمتر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع باشد، سطح مایع درون لوله به صورت درمی‌آید و این سطح در مقایسه با سطح مایع درون ظرف قرار می‌گیرد.

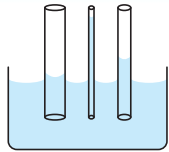
(۱) فرورفته - بالاتر (۲) فرورفته - پایین‌تر (۳) برآمده - بالاتر (۴) برآمده - پایین‌تر

پاسخ با توجه به توضیحات ارائه شده در مورد شماره ۴، در این سؤال مفهومی، مایع رفتاری شبیه جیوه داشته و گزینه (۴) رخ می‌دهد.



با توجه به خلاصه نکات فوق، پدیده مویینگی یکی از اثرات اختلاف در بزرگی نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های یک ماده و بزرگی نیروی دگرچسبی در بین دو ماده است. با توجه به این‌که در شکل داده شده ارتفاع مایع در لوله بالاتر از سطح مایع است و تقعر مایع در لوله رو به بالا است، نتیجه می‌گیریم که بزرگی نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و لوله، بیشتر از بزرگی نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع است.

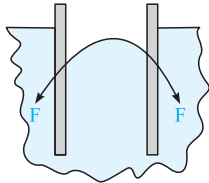
۴۳۸۱ آب در لوله مویین بالا می‌رود و سطح آن بالاتر از سطح آب ظرف قرار می‌گیرد. سطح آب در لوله مویین دارای فرورفتگی است، بنابراین گزینه (۴) صحیح است.



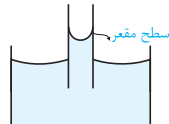
۱۳۸۲) برای پاسخ دادن به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

(۱) آب در لوله موئین، همیشه بالاتر از سطح آب ظرف قرار می‌گیرد.

(۲) ارتفاع آب در درون لوله، با سطح مقطع لوله نسبت عکس دارد، بنابراین در لوله نازک‌تر، ارتفاع آب بیشتر است (به شکل روبه‌رو دقت کنید).



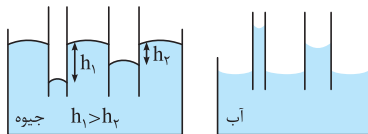
۳۳۸۳) همان‌طور که می‌دانیم اگر لوله شیشه‌ای تمیز وارد یک ظرف جیوه شود، سطح جیوه درون لوله شیشه‌ای پایین‌تر از سطح جیوه درون ظرف خواهد بود. دلیل این پدیده آن است که نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و شیشه است، بنابراین جیوه سطح شیشه را تر نمی‌کند و گزینۀ (۳) صحیح است.



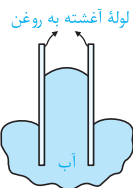
۳۳۸۴) با توجه به این‌که نیروی دگرچسبی بین مایع و شیشه بیشتر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع است، بنابراین مایع در داخل لوله بالا آمده و سطح مایع در درون لوله به‌صورت مقعر (فرورفته) می‌باشد.

۲۳۸۵) برای پاسخ دادن به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

(۱) جیوه در لوله موئین، در سطح پایین‌تری از سطح جیوه درون ظرف قرار می‌گیرد و اختلاف ارتفاع جیوه درون لوله و جیوه بیرون از لوله، در لوله نازک‌تر، بیشتر است. بنابراین شکل (ج) وضعیت جیوه را در لوله‌های موئین نشان می‌دهد.



(۲) آب در لوله موئین، در سطح بالاتری از سطح آب درون ظرف قرار می‌گیرد و اختلاف ارتفاع آب درون لوله و آب بیرون از لوله، در لوله نازک‌تر بیشتر است. بنابراین شکل (الف) وضعیت آب را در لوله‌های موئین نشان می‌دهد.



۴۳۸۶) با یک سؤال نسبتاً مفهومی روبه‌رو شده‌ایم که گزینۀ (۴) شکل نادرست را نشان می‌دهد، زیرا نیروهای هم‌چسبی بین مولکول‌های آب، بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و لوله آغشته به روغن است. با توجه به این موضوع، سطح آب در لوله موئین آغشته به روغن پایین‌تر از سطح آب در درون ظرف قرار گرفته و این موضوع یعنی سطح آب در داخل لوله موئین دارای برآمدگی است، درست مانند شکل گزینۀ (۲) که جیوه در درون لوله موئین نشان داده شده است.

۳۳۸۷) ارتفاع آب درون لوله موئین، تنها به نیروی دگرچسبی بین آب و لوله (وابسته به نوع ماده‌ها) و سطح مقطع لوله بستگی دارد، بنابراین در این سؤال با توجه به این‌که قطر لوله ثابت است، ارتفاع آب درون آن تغییری نمی‌کند.

۱۳۸۸) با توجه به سؤال قبل، ارتفاع آب درون لوله ارتباطی به طول لوله موئین یا طولی که لوله در آب فروخته است، ندارد. بنابراین تغییرات اعمال شده، تأثیری در ارتفاع آب درون لوله ایجاد نمی‌کند و میزان آب بالا آمده در لوله برابر با همان مقدار قبلی خواهد بود ($h = 12\text{ cm}$).

۴۳۸۹) برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۳۸۹ تا ۴۰۱)

مفاهیم فشار

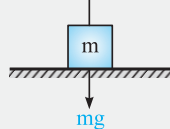
خلاصه نکات ۴

$$P = \frac{F_{\perp}}{A}$$

فشار وارد بر یک سطح عبارت است از اندازه نیرویی که به‌صورت عمودی، بر واحد آن سطح وارد می‌شود:

باید توجه شود که فشار یک کمیت نرده‌ای بوده و یکای آن در SI نیوتون بر متر مربع ($\frac{N}{m^2}$) یا پاسکال (Pa) است.

(نیروی عمودی) $N = mg$



$$F = PA$$

تذکر: نیرویی که به‌صورت عمودی بر سطحی با مساحت A وارد می‌شود برابر است با:

نکات مهم و کاربردی

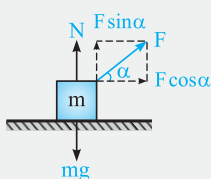
۱) اگر بسته‌ای با جرم m و با مساحت مقطع A بر روی یک سطح افقی قرار گیرد، نیروی قائم وارد بر سطح از طرف بسته و فشار ناشی از آن برابر است با:

$$\Rightarrow P = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{mg}{A}$$

۲) اگر بسته‌ای با جرم m و با مساحت مقطع A را با نیروی F مطابق شکل بر روی سطح افق بکشیم، نیروی قائم وارد بر سطح و فشار ناشی از آن برابر است با:

$$F_{\perp} = N = mg - F \sin \alpha$$

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{mg - F \sin \alpha}{A}$$





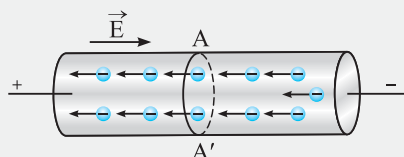
۱۱۷۵۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۱۷۵۳ تا ۱۷۶۰)

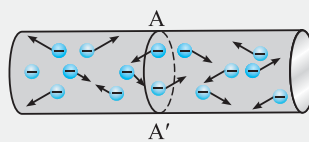
شدت جریان الکتریکی

خلاصه نکات

- برای شروع این بحث، ابتدا به شکل‌های زیر توجه کنید. هنگامی که به دو سر یک رسانا اختلاف پتانسیلی اعمال می‌کنیم (شکل ۱)، اتفاقات زیر رخ می‌دهد:
- ۱ یک میدان الکتریکی در داخل رسانا ایجاد می‌شود.
 - ۲ این میدان به الکترون‌های درون رسانا نیرو وارد می‌کند و آن‌ها را در خلاف جهت میدان با سرعت متوسطی موسوم به **سرعت سوق** حرکت می‌دهد.
 - ۳ در این حالت شارش بار خالص عبوری از سطح مقطع رسانا صفر نبوده و در داخل رسانا جریان الکتریکی ایجاد می‌شود.
 - ۴ طبق قرارداد، جریان الکتریکی در خلاف جهت شارش الکترون‌ها می‌باشد، یعنی جریان الکتریکی هم جهت با میدان الکتریکی ایجاد شده در رسانا و از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است.
- دقت:** در صورت اعمال نشدن اختلاف پتانسیل به دو سر رسانا، الکترون‌های آزاد به صورت کاتوره‌ای در همه جهت‌ها در داخل رسانا در حال حرکت بوده و شارش بار خالص عبوری از سطح مقطع رسانا صفر است (شکل ۲).



شکل ۱: در حضور اختلاف پتانسیل الکتریکی، شارش بار خالص از مقطع AA' سیم، دیگر برابر صفر نیست.



شکل ۲: در نبود اختلاف پتانسیل الکتریکی در دو سر رسانا، شارش بار خالص از مقطع معین AA' سیم نداریم.

جریان الکتریکی متوسط

آهنگ شارش بار الکتریکی در رسانا، معادل با **جریان الکتریکی متوسط** عبوری از آن است.

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

q: بار الکتریکی برحسب کولن (C)، t: زمان برحسب ثانیه (s)، $\bar{I}$: جریان الکتریکی متوسط برحسب آمپر (A)

نکات مهم و کاربردی

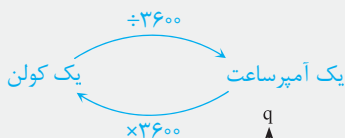
- ۱ اگر جریان عبوری از مدار مقدار ثابتی باشد، شدت جریان متوسط در بازه زمانی دلخواه Δt و شدت جریان لحظه‌ای با یک‌دیگر برابر است و بار شارش یافته در مدار عبارت است از:

$$I = \bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = I \Delta t$$

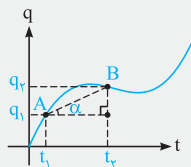
- ۲ یکی دیگر از واحدهای رایج بار الکتریکی، آمپر ساعت می‌باشد که ارتباط آن با واحد کولن به صورت زیر است:

$$\begin{cases} q = It \quad \text{برحسب آمپر} \\ \text{ثانیه} \times \text{آمپر} \equiv \text{کولن} \\ \text{برحسب ثانیه} \end{cases} \Rightarrow \boxed{3600 \text{ کولن} = 1 \text{ آمپر ساعت}}$$

$$\begin{cases} q = It \quad \text{برحسب آمپر} \\ \text{ساعت} \times \text{آمپر} \equiv \text{واحد q} \\ \text{برحسب ساعت} \end{cases} \Rightarrow \boxed{3600 \text{ ثانیه}}$$



بنابراین برای تبدیل کولن به آمپر ساعت، باید عدد داده شده را بر ۳۶۰۰ تقسیم کنیم و بالعکس.



- ۳ شیب خط واصل بین دو لحظه t_1 و t_2 از نمودار بار الکتریکی - زمان، معادل با شدت جریان متوسط بین آن دو لحظه است.

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \bar{I}$$

- ۴ از قبل می‌دانیم بار الکتریکی مضرب صحیحی از یک مقدار پایه می‌باشد ($q = ne$)، بنابراین برای محاسبه تعداد الکترون‌های عبوری از سطح مقطع رسانا، در یک مدت زمان معین، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} q = ne \\ q = It \end{cases} \Rightarrow ne = It \Rightarrow n = \frac{It}{e}$$

با توجه به خلاصه نکات فوق، گزینه (۱) نادرست است و سه گزینه دیگر صحیح می‌باشند (دقت کنید در شکل (۱) جریان الکتریکی برقرار نمی‌باشد).

۱۱۷۵۴ با توجه به رابطه $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ ، شدت جریان متوسط را در ثانیه دوم و همچنین در چهار ثانیه اول محاسبه می‌کنیم ($q = t^2 - 2t + 1$):

$$\begin{cases} t_2 = 2s \Rightarrow q_2 = (2)^2 - 2 \times (2) + 1 = 1C \\ t_1 = 1s \Rightarrow q_1 = (1)^2 - 2 \times (1) + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow I_1 = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} = \frac{1 - 0}{2 - 1} = 1A \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} t_2 = 4s \Rightarrow q_2 = (4)^2 - 2 \times (4) + 1 = 9C \\ t_1 = 0 \Rightarrow q_1 = 0 - 0 + 1 = 1C \end{cases} \Rightarrow I_2 = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{9 - 1}{4 - 0} = 2A$$

۲۱۷۵۵ با توجه به نکته (۲) در خلاصه نکات (۱)، آمپر ساعت واحد بار الکتریکی می‌باشد.

۲۱۷۵۶ برای محاسبه مدت زمان لازم برای تخلیه بار الکتریکی ۵۰ آمپر ساعت با جریان متوسط ۵ آمپر، می‌توان نوشت:

$$q = It \Rightarrow 50A \cdot h = (\Delta A) \times t \Rightarrow t = 10h = 10 \times 3600 = 36 \times 10^4 s$$

۴۱۷۵۷ باری که در مدت زمان یک ساعت از مدار می‌گذرد، برابر است با:

$$\Delta q = I(\Delta t) = (0.15 \times 10^{-3} A)(3/6 \times 10^3 s) = 0.54C$$

از طرفی انرژی‌ای که باتری به مدار می‌دهد با توجه به رابطه $q\Delta V = W_{\text{خارجی}}$ ، برابر است با:

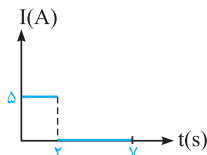
$$W = q\Delta V = 0.54C \times 3V = 1.62J$$

۳۱۷۵۸ در دو ثانیه اول، مقدار بار الکتریکی گذرنده از این جسم، به طور یکنواخت از صفر به ۱۰ کولن می‌رسد، بنابراین

$$I = \bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{2} = 5A$$

مقدار جریان در این بازه زمانی برابر است با:

در بازه زمانی $t = 2s$ تا $t = 7s$ تغییرات بار الکتریکی برابر صفر است، بنابراین جریان عبوری از مدار نیز برابر صفر می‌باشد و نمودار جریان - زمان به صورت روبه‌رو رسم می‌شود:



تذکر

اگر بار شارش شده از یک جسم رسانا مقداری ثابت بوده و تغییر نکند، جریان الکتریکی در داخل رسانا به وجود نمی‌آید. $I = 0 \Rightarrow q = \text{ثابت}$

۱۱۷۵۹ ابتدا بار الکتریکی شارش‌یافته در سیم را به دست می‌آوریم:

$$t = 20s, I = 0.8A \Rightarrow q = It = 0.8 \times 20 = 16C$$

از طرفی طبق رابطه $q = ne$ ، می‌توان تعداد الکترون‌های شارش‌یافته را محاسبه کرد:

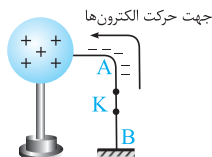
$$q = 16C, e = 1.6 \times 10^{-19} C \Rightarrow q = ne \Rightarrow 16 = 1.6 \times 10^{-19} \times n \Rightarrow n = 10^{20}$$

۲۱۷۶۰ با وصل شدن کلید K، با انتقال الکترون از زمین به کره رسانا، بار کره خنثی خواهد شد. از طرفی جهت جریان در

خلاف جهت حرکت الکترون‌ها می‌باشد. بنابراین جهت جریان از A به B است.

با توجه به این‌که بار کره در مدت ۰.۲s از ۵C به صفر می‌رسد، شدت جریان الکتریکی متوسط عبوری از سیم AB برابر است با:

$$\bar{I} = \left| \frac{\Delta q}{\Delta t} \right| = \left| \frac{0 - 5}{0.2} \right| = 25A$$



۳۱۷۶۱ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۱۷۶۱ تا ۱۷۶۵)

قانون اهم

خلاصه نکات

وسیله‌هایی که جریان الکتریکی را از خود عبور می‌دهند، می‌توان به دو دسته تقسیم کرد:

دسته اول: وسیله‌هایی که با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها و در نتیجه تغییر جریان عبوری از آن‌ها، مقاومتشان تغییر می‌کند.

دسته دوم: وسیله‌هایی که مقاومت آن‌ها ثابت و مستقل از اختلاف پتانسیل و جریان عبوری از آن‌هاست.

اگر مقاومت الکتریکی یک وسیله در ولتاژهای مختلف (در دمای ثابت) همواره مقدار ثابتی داشته باشد، به آن وسیله، مقاومت یا رسانای اهمی گفته می‌شود. به عبارت دیگر این وسیله‌ها از **قانون اهم** پیروی می‌کنند که بیان می‌کند، **نسبت اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا به شدت جریان عبوری از آن در دمای ثابت، مقداری ثابت است.** این مقدار ثابت را **مقاومت الکتریکی آن جسم** نامیده و یکای آن در SI اهم است.

$$\frac{V}{I} = \text{مقدار ثابت} = R \text{ یا } V = RI$$

تذکر برای برخی از مواد، جریان الکتریکی (I) تابعی خطی از اختلاف پتانسیل الکتریکی (V) دو سر آن می‌باشد و در اصطلاح می‌گوییم، این مواد از قانون اهم پیروی می‌کنند. این قانون برای اغلب فلزات و بسیاری از رساناهای غیر فلزی در دمای ثابت برقرار است.



تمرین ۱ اگر ولتاژ دو سر یک رسانای اهمی ۲ برابر شود، مقاومت الکتریکی و شدت جریان عبوری از آن، هر یک چند برابر می‌شود؟

پاسخ در این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

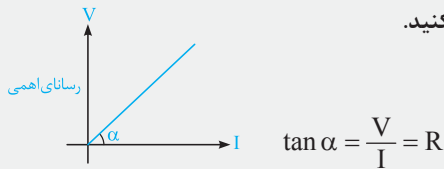
۱- مقاومت الکتریکی یک رسانا در دمای ثابت مقداری ثابت است و با تغییر ولتاژ دو سر آن تغییری نمی‌کند.

۲- با توجه به قانون اهم، داریم:

۲ برابر ۲ برابر
 $V = R \cdot I \Rightarrow$ جریان عبوری دو برابر می‌شود.

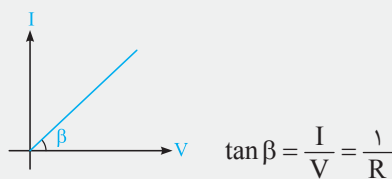
تمرین ۲ نمودار ولتاژ دو سر یک رسانای اهمی بر حسب شدت جریان عبوری از آن را رسم کنید.

پاسخ



در این نمودار هر چه مقاومت جسم بزرگ‌تر باشد، شیب نمودار بزرگ‌تر است.

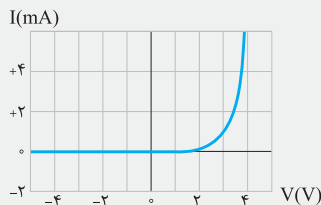
تذکر شیب نمودار $I - V$ ، عکس مقاومت یک رسانا، را نشان می‌دهد:



در این نمودار هر چه مقاومت جسم بزرگ‌تر باشد، شیب نمودار کم‌تر است.

تذکر برای برخی از وسیله‌ها مانند دیود نورگسیل (LED) که از قانون اهم پیروی

نمی‌کنند، نمودار جریان عبوری از آن‌ها بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها، دیگر به صورت یک خط راست گذرنده از مبدأ نیست. به طور مثال به شکل مقابل توجه کنید:



نمودار جریان بر حسب اختلاف پتانسیل برای یک دیود نورگسیل

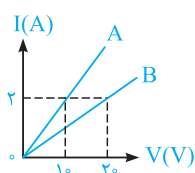
با توجه به خلاصه نکات فوق، می‌دانیم که نسبت اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا به شدت جریان عبوری از آن در دمای ثابت، برابر مقاومت الکتریکی رسانا است.

از طرفی می‌دانیم که اندازه مقاومت الکتریکی با تغییر جریان عبوری از آن، تغییر نمی‌کند و گزینه (۳) صحیح است.

با استفاده از قانون اهم برای محاسبه مقاومت رشته لامپ داریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{10}{0.2} = 50 \Omega$$

با توجه به نمودار مقابل، می‌توان نوشت:

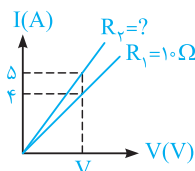


$$\begin{cases} I_A = 2A \\ V_A = 10V \end{cases} \Rightarrow R_A = \frac{V_A}{I_A} = \frac{10}{2} = 5 \Omega$$

$$\begin{cases} I_B = 2A \\ V_B = 20V \end{cases} \Rightarrow R_B = \frac{V_B}{I_B} = \frac{20}{2} = 10 \Omega$$

$$\Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{10}{5} = 2$$

با توجه به نمودار مقابل، داریم:



$$\begin{cases} V_1 = V \\ I_1 = 4A \end{cases} \Rightarrow R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V}{4}$$

$$\begin{cases} V_2 = V \\ I_2 = 5A \end{cases} \Rightarrow R_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{V}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{V}{4}}{\frac{V}{5}} = \frac{5}{4} \Rightarrow R_2 = \frac{4}{5} R_1 = \frac{4}{5} \times 10 = 8 \Omega$$

گام اول: ابتدا با توجه به رابطه $R = \frac{V}{I}$ ، شدت جریان عبوری از مقاومت را به دست می‌آوریم:

$$R = 10 \Omega, V = 8V \Rightarrow R = \frac{V}{I} \Rightarrow 10 = \frac{8}{I} \Rightarrow I = \frac{8}{10} A$$

گام دوم: اکنون با توجه به روابط $q = ne$ و $q = It$ ، به سادگی می‌توان بار الکتریکی شارش یافته در سیم را در مدت زمان یک ثانیه محاسبه کرد:

$$I = \frac{\Lambda}{10} A, t = 1s \Rightarrow It = ne \Rightarrow n = \frac{It}{e} = \frac{0.8 \times 1}{1.6 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^{18}$$

۴۱۷۶۶ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۳ تحلیل ارتباط بین مقاومت الکتریکی یک رسانا با جنس و ابعاد آن و بررسی انواع مقاومت‌ها (تست‌های ۱۷۶۶ تا ۱۷۸۵)

به طور کلی در یک دمای ثابت، مقاومت الکتریکی یک سیم رسانا به سطح مقطع، طول و جنس آن بستگی داشته و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A = \pi r^2$$

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

R : مقاومت الکتریکی سیم (Ω)

L : طول سیم (m)

ρ : مقاومت ویژه سیم ($\Omega \cdot m$)

A : سطح مقطع سیم (m^2)

نکات مهم و کاربردی

۱ در رابطه ارائه شده، تأثیر عامل جنس رسانا بر مقاومت یک سیم، در مقاومت ویژه سیم (ρ) وارد می‌شود.

۲ واحد مقاومت ویژه در SI عبارت است از:

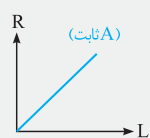
$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \rho = \frac{R \cdot A}{L} \Rightarrow \rho \text{ واحد} \equiv \frac{\Omega \times m^2}{m} = \Omega \cdot m \text{ (اهم متر)}$$

۳ مقاومت یک سیم با طول و مقاومت ویژه آن رابطه مستقیم و با سطح مقطع آن رابطه عکس دارد.

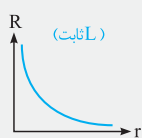
$$\begin{cases} R \propto \rho \\ R \propto L \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \\ R \propto \frac{1}{A} \end{cases}$$

۴ با توجه به این‌که در سیم‌های با مقطع دایره‌ای، سطح مقطع برابر $A = \pi r^2$ می‌باشد، بنابراین مقاومت یک سیم فلزی استوانه‌ای با مجذور شعاع مقطع آن رابطه معکوس دارد.

$$R \propto \frac{1}{A} \xrightarrow{A = \pi r^2} R \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$



$$R \propto L$$



$$R \propto \frac{1}{r^2} \text{ (یا } R \propto \frac{1}{A} \text{)}$$

۵ با توجه به ارتباط بین مقاومت یک سیم با طول و شعاع سطح مقطع آن، نمودارهای مقابل را می‌توان رسم کرد:

بررسی یک موضوع کاربردی و بسیار مهم

فرض کنید سیمی را از دستگاهی عبور دهیم تا با ثابت ماندن جرم آن، طول آن ۲ برابر شود، یعنی سیم کشیده شده (L بزرگ‌تر) و سطح مقطع آن کم می‌شود (A کم‌تر). برای تحلیل نحوه تغییرات مقاومت الکتریکی سیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\vec{V} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{L}}{\text{ثابت}}$$

۲ برابر $\frac{1}{r^2}$ برابر

مرحله ۱: می‌دانیم که اگر جرم سیم ثابت بماند، حجم آن نیز ثابت می‌ماند ($\rho = \frac{m}{V}$ ثابت: چگالی) و داریم:

یعنی با این عمل سطح مقطع نصف می‌شود.

مرحله ۲: تغییرات مقاومت سیم را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right) = \frac{2L_1}{L_1} \times \frac{A_1}{\frac{1}{4}A_1} = 4$$

روش دیگر تحلیل:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \begin{matrix} \uparrow \text{ برابر } 2 \\ \downarrow \text{ برابر } \frac{1}{4} \end{matrix}$$

در نهایت می‌توان گفت اگر طول یک سیم با ثابت ماندن جرم آن، α برابر شود، مقاومت آن سیم α^2 برابر خواهد شد:

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \text{ یا } \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

انواع مقاومت‌ها

به طور کلی انواع اصلی مقاومت‌ها به دو نوع تقسیم‌بندی می‌شوند:

۱- مقاومت‌های پیچیده (آجری)

این مقاومت‌ها شامل پیچیده‌ای از سیم نازک هستند که به دور یک هسته پیچیده می‌شوند. در صورت نیاز به مقاومت‌های کوچک بسیار دقیق و همچنین مقاومت‌های با توان بالا می‌توان از این نوع مقاومت‌ها استفاده کرد. یکی از انواع مشهور این مقاومت‌ها رنوستا می‌باشد که در مدارهای الکترونیکی پتانسیومتر نامیده می‌شود. مقاومت رنوستا قابل تغییر می‌باشد و به این ترتیب می‌تواند جریان را در مدار تنظیم و کنترل کند.

۲- مقاومت‌های ترکیبی

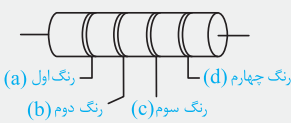
این نوع مقاومت‌ها معمولاً از کربن، برخی نیم‌رساناها و یا فیلم‌های نازک فلزی ساخته می‌شوند که در داخل پوشش پلاستیکی قرار گرفته‌اند.

معمولاً برای نشان دادن مقادیر این نوع مقاومت‌ها که بسیار پرکاربرد هستند، از حلقه‌های رنگی بر روی آن‌ها استفاده می‌شود، هر یک از این رنگ‌ها، نشان‌دهنده یک عدد هستند و مقاومت آن‌ها از رابطه مقابل به دست می‌آید:

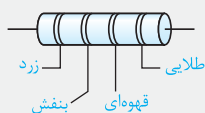
چند تذکر:

▶ $\overline{ab}$ منظور $a \times b$ نیست، بلکه منظور عدد $\overline{ab}$ در کنار هم است، یعنی اگر ۲ و ۴ کنار هم قرار بگیرد، عدد ۲۴ می‌شود. به طور مثال در شکل مقابل با توجه به رنگ مقاومت‌ها، که زرد عدد ۴، بنفش عدد ۷ و قهوه‌ای عدد ۱ است، مقدار مقاومت برابر است با:

$$R = \overline{ab} \times 10^c = 47 \times 10^1 = 470 \Omega$$



$$R = \overline{ab} \times 10^c$$



▶ حلقه چهارم در مقاومت‌های ترکیبی، یک حلقه طلایی یا نقره‌ای است که تolerانس نامیده می‌شود و مقدار مجاز انحراف از مقدار دقیق مقاومت را برحسب درصد مشخص می‌کند. نبود نوار چهارم به معنای آن است که تolerانس ۲۰ درصد است.

در مثال فوق که حلقه چهارم طلایی رنگ است، به معنای آن است که تolerانس ۵ درصد می‌باشد، یعنی مقدار مقاومت واقعی از ۹۵٪ تا ۱۰۵٪ مقدار محاسبه شده می‌تواند باشد.

$$(1 - 0.05)R < R_{\text{واقعی}} < (1 + 0.05)R \Rightarrow 0.95 \times 470 < R < 1.05 \times 470$$

▶ برای خواندن مقدار این نوع مقاومت‌ها، آن‌ها را طوری در مقابل خود می‌گیریم که حلقه تolerانس در سمت راست ما قرار گیرد.

شناخت برخی مقاومت‌های خاص و دیود

▶ اینجا می‌خواهیم به توضیح مختصر هم درباره سری از مقاومت‌ها بپردازیم تا بیشتر با انواع مقاومت‌ها آشنا بشویم ...

▶ **ترمیستور:** ترمیستور نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما متفاوت از مقاومت‌های معمولی است. اغلب از ترمیستورها به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود.

نماد ترمیستور در مدارهای الکتریکی به صورت مقابل است:

▶ **مقاومت‌های نوری (LDR):** مقاومت نوری، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود.

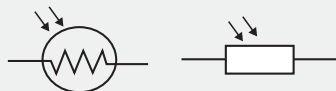
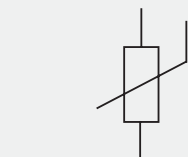
در رابطه با این نوع از مقاومت‌ها به موارد زیر توجه کنید:

۱- نوعی از این مقاومت‌ها از جنس نیم‌رسانای خالص، مانند سیلیسیم هستند که با افزایش شدت نور تابیده شده، بر تعداد حامل‌های بار الکتریکی آن‌ها افزوده شده و در نتیجه از مقاومت آن‌ها کاسته می‌شود.

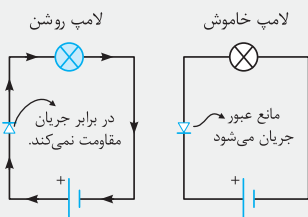
۲- با توجه به کاهش مقاومت LDR بر اثر افزایش شدت روشنایی تابیده شده بر سطح آن، مقاومت الکتریکی آن‌ها را برحسب شدت روشنایی (که با یکای LUX سنجیده می‌شود)، به صورت مقابل نشان می‌دهند:

۳- این نوع از مقاومت‌ها را در مدارهای الکتریکی با یکی از دو نماد مقابل نشان می‌دهند:

▶ در انتهای کار می‌خواهیم شما رو با دیود که یک قطعهٔ جالب است، آشنا کنیم ...



دیود



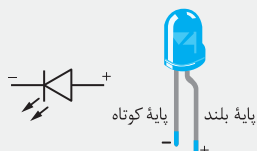
دیود قطعه‌ای است که در یک جهت، جریان الکتریکی را از خود عبور می‌دهد (مقاومت ناچیز دارد) و در جهت مخالف مانع عبور جریان الکتریکی از خود می‌شود (مقاومت بی‌نهایت دارد).

در رابطه با دیود، به موارد زیر توجه کنید:

۱ در مدارهای الکتریکی، دیودها را با نماد $\left(\begin{array}{c} \text{---} \diagup \text{---} \\ | \end{array} \right)$ نشان می‌دهند. در این نماد، پیکان در جهتی است که جریان الکتریکی می‌تواند از دیود عبور کند.

۲ از دیودها برای یکسو کردن جریان‌های متناوب به جریان مستقیم استفاده می‌شود که در فصل آخر این کتاب بیشتر با این موضوع آشنا می‌شوید.

۳ یکی از معروف‌ترین انواع دیودها، دیود نورگسیل یا LED است که در شکل مقابل تصویر آن و نماد آن در مدارهای الکتریکی نشان داده شده است.



حال برای یادگیری بهتر، به تمرین‌های زیر توجه کنید:

تمرین ۱ قطر مقطع سیم مسی A، ۲ برابر قطر مقطع سیم مسی B است و طول آن نیز $\frac{1}{4}$ طول سیم B است. اگر مقاومت سیم A برابر 5Ω باشد، مقاومت سیم B چند اهم است؟ (یاضی فارغ ۹۰، تمرینی دافل ۹۱)

۸۰ (۴)

۴۰ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

پاسخ با توجه به رابطه $R = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho L}{\pi d^2}$ ، می‌توان نوشت:

$$d_A = 2d_B, L_A = \frac{1}{4}L_B, \rho_A = \rho_B, R_A = 5\Omega, R_B = ?$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_B}{5} = 1 \times 4 \times (2)^2 = 16 \Rightarrow R_B = 80\Omega \quad (\text{گزینه ۴})$$

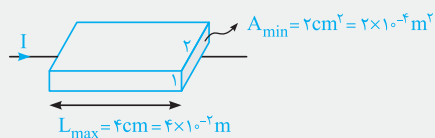
تمرین ۲ ابعاد یک مکعب مستطیل فلزی ۱، ۲ و ۴ سانتی‌متر است. این مکعب مستطیل را می‌توان از هر یک از دو وجه مقابل آن در مدار قرار داد. نسبت بزرگ‌ترین مقاومت آن به کوچک‌ترین مقاومت آن چند است؟

۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)



پاسخ بیشترین مقاومت مکعب مستطیل هنگامی است که سطح مقطع آن کم‌ترین و طول آن بیشترین مقدار را داشته باشد و با توجه به این موضوع بیشترین مقاومت مکعب مستطیل برابر است با:

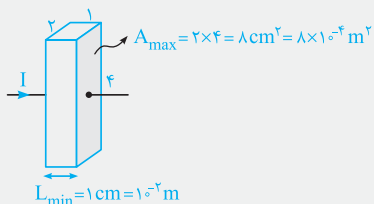
$$R_{\max} = \rho \frac{L_{\max}}{A_{\min}} = \rho \times \frac{4 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-4}} = 200\rho$$

از طرفی کم‌ترین مقاومت مکعب مستطیل وقتی است که سطح مقطع آن بیشترین و طول آن کم‌ترین مقدار را داشته باشد و در نتیجه در این حالت داریم:

$$R_{\min} = \rho \frac{L_{\min}}{A_{\max}} = \rho \times \frac{10^{-2}}{8 \times 10^{-4}} = 12.5\rho$$

بنابراین نسبت بیشترین مقاومت به کم‌ترین مقاومت مکعب مستطیل برابر است با:

$$\frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{200\rho}{12.5\rho} = 16 \quad (\text{گزینه ۳})$$



با توجه به خلاصه نکات فوق، مقاومت الکتریکی یک سیم رسانا به مقاومت ویژه ماده سازنده آن بستگی دارد که این مقاومت ویژه، خود به جنس سیم رسانا بستگی دارد. بنابراین گزینه (۴) نادرست می‌باشد.

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

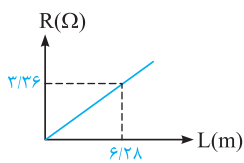
۴۱۷۶۷ اندازه مقاومت الکتریکی یک سیم، از رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ به دست می‌آید که A سطح مقطع سیم است. از طرفی می‌دانیم که مساحت مقطع سیمی به قطر d، برابر $A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}$ است و می‌توان نوشت:

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho L}{\frac{\pi d^2}{4}} \Rightarrow R \propto \frac{1}{d^2} \Rightarrow (\text{مقاومت با مجذور قطر سیم، رابطه معکوس دارد}).$$



۲۱۷۶۸

با توجه به نمودار داده شده، در طول $6/28 \text{ m}$ مقاومت سیم برابر $3/36 \Omega$ است، بنابراین می توان نوشت:



$$R = 3/36 \Omega, \rho = 1/68 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}, L = 6/28 \text{ m}, A = ?$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 3/36 = 1/68 \times 10^{-8} \times \frac{6/28}{A} \Rightarrow A = 3/14 \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

با توجه به سطح مقطع دایره ای سیم، $A = \pi r^2$ بوده و داریم:

$$A = \pi r^2 \approx 3/14 r^2 \xrightarrow{A = 3/14 \times 10^{-8} \text{ m}^2} 3/14 r^2 = 3/14 \times 10^{-8} \Rightarrow r = 10^{-4} \text{ m} = 0/1 \text{ mm} \Rightarrow \text{قطر سیم} : d = 2r = 0/2 \text{ mm}$$

با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۳)، گزینه (۴) صحیح است. ۴۱۷۶۹

با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، برای مقایسه مقاومت دو سیم A و B داریم: ۱۱۷۷۰

$$\rho_A = \rho_B, L_A = L_B, R_A = R_B$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A \propto d^2} 1 = 3 \times 1 \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 = 3 \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \sqrt{3}$$

برای محاسبه مقاومت الکتریکی هر یک از آن ها، ابتدا با توجه به شکل های زیر، سطح مقطع هر کدام را به دست می آوریم: ۴۱۷۷۱

$$\left. \begin{array}{l} \text{سیم مسی: } A_1 = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4} = \pi \frac{(4)^2}{4} = 4\pi \text{ mm}^2 \Rightarrow R_1 = \rho \frac{L_1}{A_1} = \rho \times \frac{1}{4\pi} \\ \text{لوله مسی: } A_2 = \frac{\pi d^2}{4} - \frac{\pi d'^2}{4} = \frac{\pi}{4} (d^2 - d'^2) = \frac{\pi}{4} (4^2 - 2^2) = 3\pi \text{ mm}^2 \Rightarrow R_2 = \rho \frac{L_2}{A_2} = \rho \times \frac{1}{3\pi} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\frac{\rho}{3\pi}}{\frac{\rho}{4\pi}} = \frac{4}{3}$$

با توجه به قطر سیم $D = 2 \text{ mm}$ ، سطح مقطع سیم برابر است با: ۲۱۷۷۲

$$\text{قطر: } D = 2 \text{ mm} \Rightarrow \text{شعاع: } r = \frac{D}{2} = 1 \text{ mm} \Rightarrow A = \pi r^2 \approx 3 \times (10^{-3})^2 = 3 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

حال مقاومت این سیم برابر است با:

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1/7 \times 10^{-8} \times \frac{180}{3 \times 10^{-6}} = 1/02 \Omega$$

خوب است بدانیم

در صنعت تولید سیم، سیم ها را با ضخامت های معینی می سازند و معلوم می کنند هر سیم چه جریان بیشینه ای را می تواند تحمل کند. بدیهی است هر چه ضخامت سیم بزرگ تر باشد، جریان بیشتری را می تواند تحمل کند. به هر سیم با ضخامت معین، گد (نمره) مشخصی را اختصاص می دهند. جدول زیر برخی از این کدگذاری ها با جریان مجاز بیشینه چند سیم را براساس استاندارد بین المللی SWG و استاندارد آمریکایی AWG نشان می دهد.

نمره بندی سیم های توپر مسی بر اساس دو استاندارد SWG و AWG				
جریان بیشینه مجاز (A)	قطر (mm)	نمره براساس SWG	قطر (mm)	نمره براساس AWG
۱۱۹	۷/۰۱	۲	۷/۳۵	۱
۹۴	۶/۴۰	۳	۶/۵۴	۲
۷۵	۵/۸۹	۴	۵/۸۸	۳
:	:	:	:	:

به عنوان مثال در سیستم بین المللی (SWG)، نمره ۳ مربوط به سیم توپر مسی با قطر $6/4 \text{ mm}$ است که جریان بیشینه 94 A را می تواند تحمل کند.

برای پاسخ به این سؤال، گام های زیر را طی می کنیم: ۱۱۷۷۳

گام اول: (محاسبه نسبت طول دو سیم، یعنی $\frac{L_A}{L_B}$): با توجه به آن که هر دو سیم از یک جنس هستند، بنابراین چگالی دو سیم با هم برابر است و می توان نوشت:

$$\rho' = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho' V \xrightarrow{m_A = m_B} \rho'_A V_A = \rho'_B V_B \xrightarrow{\rho'_A = \rho'_B} V_A = V_B$$

چگالی

با توجه به رابطه فوق، حجم دو سیم با هم برابر است. از طرفی می‌دانیم که حجم سیم برابر حاصل ضرب طول سیم در مساحت مقطع آن است و می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B \Rightarrow A_A \times L_A = A_B \times L_B \Rightarrow \frac{\pi d_A^2}{4} \times L_A = \frac{\pi d_B^2}{4} \times L_B$$

$$\frac{d_A = \sqrt{2} d_B}{\text{صورت سؤال}} \Rightarrow (\sqrt{2} d_B)^2 \times L_A = d_B^2 \times L_B \Rightarrow 2L_A = L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{2}$$

گام دوم: (محاسبه جواب): با توجه به رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ ، می‌توان نوشت:

$$\rho_A = \rho_B, \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{2}, \frac{d_A}{d_B} = \sqrt{2}, R_B = 10 \Omega, R_A = ?$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = 1 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow R_A = \frac{1}{4} R_B = 2.5 \Omega$$

با توجه به آن‌که جرم و چگالی دو سیم برابر است، در نتیجه حجم دو سیم نیز یکسان است و می‌توان نوشت: **۲ ۱۷۷۴**

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{A_2}{A_1} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \xrightarrow{A = \frac{\pi D^2}{4}} \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4 \xrightarrow{\text{صورت مسئله}} n = 4$$

برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم (برای جلوگیری از ابهام، مقاومت ویژه را با ρ و چگالی ماده را با ρ' نشان داده‌ایم): **۱ ۱۷۷۵**

گام اول: دو سیم مسی و آلومینیومی هم‌طول هستند و در مقایسه سطح مقطع آن‌ها داریم:

$$L_{Al} = L_{Cu}, \rho_{Cu} = \frac{1}{2} \rho_{Al}$$

$$R_{Al} = R_{Cu} \Rightarrow \rho_{Al} \frac{L_{Al}}{A_{Al}} = \rho_{Cu} \frac{L_{Cu}}{A_{Cu}} \Rightarrow \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = 2$$

گام دوم: حال در مرحله بعد جرم دو سیم را به صورت زیر مقایسه می‌کنیم:

$$m = \rho' V = \rho' (AL)$$

$$\frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{\rho'_{Al}}{\rho'_{Cu}} \times \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \times \frac{L_{Al}}{L_{Cu}} \Rightarrow \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{2/7}{9} \times 2 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

مشابه با تست قبل، در مقایسه جرم دو سیم داریم (برای جلوگیری از ابهام، مقاومت ویژه را با ρ و چگالی ماده را با ρ' نشان داده‌ایم): **۴ ۱۷۷۶**

$$m_B = \frac{2}{3} m_A \xrightarrow{m = \rho' V} \rho'_B V_B = \frac{2}{3} \rho'_A V_A \Rightarrow \rho'_B A_B L_B = \frac{2}{3} \rho'_A A_A L_A$$

$$\rho'_B = \frac{1}{3} \rho'_A, L_B = L_A \Rightarrow \frac{1}{3} \rho'_A \times A_B = \frac{2}{3} \rho'_A \times A_A \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = \frac{1}{2}$$

در ادامه برای مقایسه مقاومت ویژه (ρ) داریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = 1 \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} = 1 \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} \times 1 \times \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = 2$$

با توجه به رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ و یکسان بودن سطح مقطع سیم‌ها، به مقایسه مقاومت آن‌ها می‌پردازیم: **۱ ۱۷۷۷**

$$\begin{cases} R_A = \frac{\rho_A L_A}{A} = \frac{1.5 \rho \times 2L}{A} = 3 \frac{\rho L}{A} \\ R_B = \frac{\rho_B L_B}{A} = \frac{2 \rho \times L}{A} = 2 \frac{\rho L}{A} \Rightarrow R_A = 3 R_C, R_C = 2 R_B \\ R_C = \frac{\rho_C L_C}{A} = \frac{\rho L}{A} \end{cases}$$

از طرفی تعداد الکترون‌های عبوری برابر $n = \frac{It}{e}$ می‌باشد. از طرفی طبق رابطه $I = \frac{V}{R}$ ، جریان با مقاومت رابطه عکس دارد. بنابراین داریم:

$$q = It = ne \Rightarrow n = \frac{It}{e}$$

$$n \propto I \propto \frac{1}{R} \Rightarrow n \propto \frac{1}{R} \Rightarrow n_C = 3 n_A, n_B = 2 n_C$$



سؤال را در سه گام به صورت زیر حل می‌کنیم: **۲ ۱۷۷۸**

$$V = RI \Rightarrow \mathcal{R} = R \times 1/2 \Rightarrow R = \frac{\mathcal{R}}{1/2} = 2/5 \Omega$$

مقاومت ویژه $\leftarrow$

$$R = \rho' \frac{L}{A} \Rightarrow 2/5 = 1/8 \times 10^{-8} \times \frac{25}{A} \Rightarrow A = 1/8 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \rho AL = 8000 \times 1/8 \times 10^{-7} \times 25 = 36 \times 10^{-3} \text{ kg} = 36 \text{ gr}$$

با توجه به ثابت ماندن جرم سیم و چگالی آن، می‌توان فهمید که حجم آن نیز ثابت می‌ماند. بنابراین می‌توان نوشت: **۲ ۱۷۷۹**

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{(1)} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{16 R_1}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \mathcal{R} = \frac{L_2}{10} \Rightarrow L_2 = 40 \text{ cm}$$

با توجه به ثابت ماندن حجم، داریم: **۱ ۱۷۸۰**

$$V' = V \Rightarrow L' A' = LA \Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{A}{A'}$$

از طرفی با توجه به رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ ، می‌توان نوشت:

$$\frac{D'}{D} = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}'} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{L'}{L} \times \frac{A}{A'} = \left(\frac{A}{A'}\right)^2 \xrightarrow{A = \frac{\pi D^2}{4}} \frac{R'}{R} = \left(\frac{D}{D'}\right)^4 = \left(\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}'}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

دقت: در واقع با این کار، ما هم طول سیم را زیاد کرده‌ایم و هم مساحت مقطع آن را کم کرده‌ایم، بنابراین طبق رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ باید مقاومت سیم بسیار بیشتر شود.

$$\uparrow R = \frac{\rho \uparrow L}{A \downarrow}$$

گام اول: (محاسبه طول سیم): ابتدا محیط (طول) یک دور سیم را که به دور استوانه‌ای به شعاع 10 سانتی‌متر پیچیده شده است، محاسبه می‌کنیم: **۲ ۱۷۸۱**

$$L_0 = 2\pi r \xrightarrow{r=10 \text{ cm}=0.1 \text{ m}} L_0 = 2\pi(0.1) = 0.2\pi \text{ m} \xrightarrow{100 \text{ دور سیم}} L_{\text{کل}} = 100 L_0 = 20\pi \text{ m}$$

گام دوم: (محاسبه مقاومت سیم): ابتدا دقت کنید که مساحت مقطع سیمی به قطر d برابر $A = \frac{\pi d^2}{4}$ است، اکنون با توجه به رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$

می‌توان نوشت:

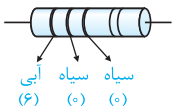
$$d = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}, L = 20\pi \text{ m}, \rho = 1/7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}, R = ?$$

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho L}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{1/7 \times 10^{-8} \times 20\pi}{\frac{\pi \times 4 \times 10^{-6}}{4}} = 0.34 \Omega$$

با توجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۳)، گزینه (۳) صحیح است. **۳ ۱۷۸۲**

با توجه به توضیحات مطرح شده در خلاصه نکات (۳)، گزینه (۴) عبارت نادرستی است. **۴ ۱۷۸۳**

با توجه به رابطه $R = ab \times 10^c$ ، می‌توان نوشت: **۳ ۱۷۸۴**



$$R = 60 \times 10^0 = 60 \Omega$$

با توجه به این‌که خطای مرتبط با رنگ طلایی برابر 5 درصد است، بنابراین مقدار مقاومت الکتریکی جسم موردنظر از 0.95 تا 1.05 مقاومت به‌دست آمده می‌تواند تغییر کند. **۱ ۱۷۸۵**

$$R = 60 \Omega \Rightarrow (R - 0.05R) < R_{\text{واقعی}} < R + 0.05R \Rightarrow 0.95R < R_{\text{واقعی}} < 1.05R$$

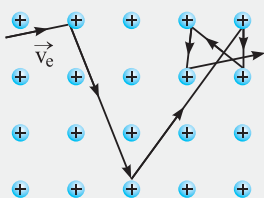
$$\Rightarrow 0.95 \times 60 < R_{\text{واقعی}} < 1.05 \times 60 \Rightarrow 57 < R_{\text{واقعی}} < 63$$

۱۷۸۶ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

(تست‌های ۱۷۸۶ تا ۱۷۹۳)

اثر دما بر مقاومت الکتریکی یک جسم رسانا

خلاصه نکات



به طور کلی وقتی دمای یک رسانای فلزی افزایش می‌یابد، ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌ها و یون‌های آن افزایش می‌یابد و موجب افزایش برخورد الکترون‌های آزاد با شبکه اتمی رسانای فلزی می‌شود. به این ترتیب، مقاومت رسانا در برابر عبور جریان زیاد می‌شود. شکل مقابل حرکت الکترون در داخل شبکه بلوری یک فلز را نشان می‌دهد. در واقع با افزایش دمای جسم رسانا، مقاومت ویژه ماده افزایش پیدا می‌کند که به صورت زیر مقدار تغییرات آن محاسبه می‌شود:

$$\Delta \rho = \rho_0 \alpha \Delta \theta$$

$\Delta \rho$: میزان تغییر مقاومت ویژه ماده، ρ_0 : مقاومت ویژه اولیه ماده، α : ضریب دمایی مقاومت ویژه، $\Delta \theta$: میزان تغییر دمای جسم

نکات مهم و کاربردی

۱ با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ و این‌که تغییرات طول و سطح مقطع جسم را در اثر افزایش دما ناچیز در نظر می‌گیریم، بنابراین تغییر دما به علت تغییر مقاومت ویژه جسم، مقاومت خود جسم را نیز تغییر می‌دهد.

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\text{از دو طرف } \Delta \text{ می‌گیریم}} \Delta R = (\Delta \rho) \frac{L}{A} \xrightarrow{\Delta \rho = \rho_0 \alpha \Delta \theta} \Delta R = \left(\rho_0 \frac{L}{A} \right) \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta R = R_0 \alpha \Delta \theta$$

ΔR : میزان تغییر مقاومت جسم، R_0 : مقاومت اولیه جسم

۲ برای محاسبه مقاومت ثانویه جسم می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$\text{مقاومت ثانویه} = \text{مقاومت اولیه} + \text{تغییر مقاومت} \Rightarrow R_T = R_0 + \Delta R \Rightarrow R_T = R_0 (1 + \alpha \Delta \theta)$$

هم‌چنین برای مقاومت ویژه ثانویه ماده می‌توان نوشت:

$$\rho_T = \rho_0 (1 + \alpha \Delta \theta)$$

۳ با توجه به این‌که تغییرات دما برحسب کلون با تغییرات دما برحسب درجه سلسیوس یکسان است، بنابراین در روابط فوق می‌توان از هر دو استفاده کرد (یعنی اگر دمای جسمی 20° درجه سلسیوس افزایش یابد، دمای آن برحسب کلون نیز 20° واحد افزایش یافته است).

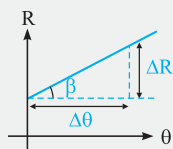
$$\Delta \theta = \Delta T$$

۴ ضریب دمایی مقاومت ویژه (α) یک ضریب ثابت می‌باشد که به جنس ماده بستگی دارد و یکای آن برابر است با:

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_0 \cdot \Delta \theta} \Rightarrow \alpha \text{ یکای } \frac{\Omega}{\Omega \times ^\circ C} \equiv \frac{1}{^\circ C} \text{ یا } \frac{1}{K}$$

۵ آزمایش‌ها نشان می‌دهند که در یک گستره دمایی نسبتاً بزرگ، مقاومت ویژه فلزات (ρ) با دما تقریباً به طور خطی تغییر می‌کند.

۶ ضریب دمایی (α)، برای یک جسم رسانا مقداری مثبت است. به همین دلیل، مقاومت یک جسم رسانا با افزایش دما، افزایش می‌یابد.



$$\tan \beta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{\Delta R}{\Delta \theta} = R_0 \alpha$$

↓
مقاومت اولیه

۷ ضریب دمایی (α)، برای مواد نیم‌رسانا (مانند گرافیت، سیلیسیم و ژرمانیم) منفی است و در

$$R_T = R_0 (1 + \alpha \Delta \theta)$$

ضریب دمایی نیم‌رساناها منفی است ($\alpha < 0$)

نتیجه مقاومت آن‌ها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

بررسی مفهومی تغییر مقاومت نیم‌رسانا با تغییر دما

برای بررسی نحوه تغییر مقاومت ویژه نیم‌رسانا با تغییر دما، به موارد زیر توجه کنید:

۱) اگر یک نیم‌رسانا داشته باشیم، در دماهای پایین تعداد حامل‌های بار ناچیز است و نیم‌رسانا مانند یک نارسا رفتار می‌کند.

۲) با افزایش دما، بر تعداد این حامل‌های بار افزوده می‌گردد.

۳) گرچه با افزایش دما تعداد برخوردهای کاتوره‌ای حامل‌های بار با شبکه اتمی افزایش می‌یابد اما تأثیر افزایش تعداد حامل‌های بار بیشتر از افزایش

این برخوردهای کاتوره‌ای است و به این ترتیب مقاومت ویژه نیم‌رساناها با افزایش دما کاهش می‌یابد.

نتیجه ضریب دمایی برای نیم‌رساناها منفی است، یعنی مقاومت ویژه نیم‌رساناها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

با توجه به خلاصه نکات فوق، مقاومت رساناها (مثل روی) در اثر افزایش دما، افزایش می‌یابد، بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

۴۱۷۸۷ با روشن شدن لامپ، دمای رشته سیم رسانای داخل آن افزایش یافته و مقاومت آن نیز افزایش می‌یابد.

۴۱۷۸۸ تغییرات مقاومت یک رسانا در اثر افزایش دما از رابطه $\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta$ به دست می‌آید و داریم:

$$R_T = 46/8 \Omega, R_1 = 40 \Omega \Rightarrow \Delta R = 46/8 - 40 = 6/8 \Omega, \alpha = 0/0068 K^{-1}$$

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 6/8 = 40 \times 0/0068 \times (\theta_T - 20) \Rightarrow \theta_T - 20 = 25 \Rightarrow \theta_T = 45^\circ C$$

تمرین مقاومت سیمی از آلیاژ کروم و نیکل در دمای 20° درجه سلسیوس 50Ω است. مقاومت این سیم در دمای 100° درجه سلسیوس

(ریاضی فارغ ۹۱)

چند اهم می‌شود؟ (ضریب دمایی این آلیاژ $4 \times 10^{-4} K^{-1}$ است.)

۵۲/۰۸ (۴)

۵۱/۶۰ (۳) ✓

۵۰/۶۴ (۲)

۵۰/۱۶ (۱)

۳۱۷۸۹ با توجه به رابطه $R_T = R_1 + \Delta R = R_1 + R_1 \alpha \Delta \theta = R_1 (1 + \alpha \Delta \theta)$ می‌توان نوشت:

$$R_T = R_1 (1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow 180 = 150 [1 + (4 \times 10^{-3}) \times (\theta_T - 20)] \Rightarrow 1 + 4 \times 10^{-3} (\theta_T - 20) = \frac{180}{150} = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow \theta_T = 70^\circ C \xrightarrow{T=70+273} T_T = 70 + 273 = 343 K$$

تذکر

دماسنج مقاومت پلاتینی یکی از سه دماسنج معیار برای اندازه‌گیری دما است. در رابطه با این دماسنج، به موارد زیر توجه کنید:

(۱) از دماسنج مقاومت پلاتینی می‌توان برای اندازه‌گیری دقیق دما در گستره دمایی حدوداً از $14 K$ تا $1235 K$ استفاده کرد.

(۲) دماسنج‌های معمولی در دو انتهای این گستره کار نمی‌کنند و نمی‌توان از آن‌ها برای اندازه‌گیری دماهای بسیار بالا یا بسیار پایین استفاده کرد.

(۳) اساس کار دماسنج‌های مقاومت پلاتینی مبتنی بر تغییر مقاومت الکتریکی با دما است.

(۴) در این دماسنج‌ها از پلاتین استفاده می‌کنند که پلاتین تقریباً دچار خوردگی نمی‌شود و نقطه ذوب بالایی دارد.



۲۱۷۹۰ **گام اول:** محاسبه مقاومت سیم در دمای اولیه:

$$R_1 = \rho \frac{L}{A} = 6/8 \times 10^{-5} \times \frac{1/5}{3 \times 10^{-6}} = 34 \Omega$$

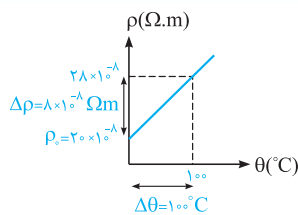
گام دوم: محاسبه مقدار مقاومت ثانویه در اثر افزایش دمای مقاومت:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta, R_T = R_1 + \Delta R = R_1 + R_1 \alpha \Delta \theta = R_1 (1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow R_T = 34 (1 + 2 \times 10^{-3} \times (420 - 320)) = 34 \times 1/2 = 40/8 \Omega$$

۳۱۷۹۱ با توجه به رابطه $\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta$ ، در مقایسه تغییرات مقاومت دو سیم، داریم:

$$(A) R_{1A} = 100 \Omega, \alpha_A = 6 \times 10^{-3} \frac{1}{K}, (B) \text{ سیم آلومینیومی: } R_{1B} = 150 \Omega, \alpha_B = 4 \times 10^{-3} \frac{1}{K}, \Delta \theta_A = \Delta \theta_B = 100^\circ C$$

$$\frac{\Delta R_B}{\Delta R_A} = \frac{R_{1B}}{R_{1A}} \times \frac{\alpha_B}{\alpha_A} \times \frac{\Delta \theta_B}{\Delta \theta_A} = \frac{150}{100} \times \frac{4 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-3}} \times 1 = 1$$



۲۱۷۹۲ با توجه به نمودار داده شده، اگر مقاومت ویژه اولیه ماده را برابر $20 \times 10^{-8} \Omega.m$ در نظر بگیریم، در اثر افزایش دمای $\Delta\theta = 100^\circ C$ ، مقاومت ویژه ماده $28 \times 10^{-8} \Omega.m$ ($28 - 20$) افزایش یافته است، بنابراین می توان نوشت:

$$\Delta\rho = \rho_0 \alpha \Delta\theta \Rightarrow 8 \times 10^{-8} = 20 \times 10^{-8} \times \alpha \times 100 \Rightarrow \alpha = 4 \times 10^{-3} K^{-1}$$

۲۱۷۹۳ با توجه به رابطه $\Delta R = R_0 \alpha \Delta\theta$ ، داریم:

$$\Delta R = -\frac{16}{100} R_0, \quad \Delta\theta = 100^\circ C, \quad \alpha = ?$$

$$\Delta R = R_0 \alpha \Delta\theta \Rightarrow -\frac{16}{100} R_0 = R_0 \times \alpha \times 100 \Rightarrow \alpha = -2 \times 10^{-3} \frac{1}{K}$$

۲۱۷۹۴ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

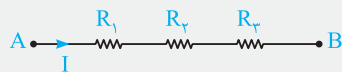
(تست های ۱۷۹۴ تا ۱۸۱۱)

محاسبه مقاومت معادل در یک مدار

خلاصه نکات

در ابتدا به بررسی دو اتصال سری و موازی در بین مقاومت ها می پردازیم.

۱- اتصال سری: در این حالت، شدت جریان عبوری از هر یک از مقاومت ها با یکدیگر یکسان است و مقاومت معادل مدار عبارت است از:



$$\Rightarrow I = I_1 = I_2 = I_3$$

$$\Rightarrow R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

نکات مهم و کاربردی

۱ اگر n مقاومت مشابه R_0 را به طور سری (متوالی) به یکدیگر متصل کنیم، مقاومت معادل آن ها عبارت است از:

$$R_T = nR_0$$

۲ اگر دو مقاومت یک سر مشترک و بدون انشعاب داشته باشند، با یکدیگر به صورت متوالی (سری) متصل شده اند.

$\left. \begin{aligned} R_2, R_1 &\Leftarrow \text{به صورت سری متصل شده اند.} \\ R_4, R_3 &\Leftarrow \text{به صورت سری نیستند زیرا از سر مشترکشان انشعاب خارج شده است.} \end{aligned} \right\}$

۲- اتصال موازی: در این حالت، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ها با یکدیگر یکسان است و مقاومت معادل مدار عبارت است از:

$$\text{مقاومت معادل: } \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

نکات مهم و کاربردی

۱ اگر n مقاومت مشابه را به صورت موازی ببندیم، مقاومت معادل مدار عبارت است از:

$$R_T = \frac{R_0}{n}$$

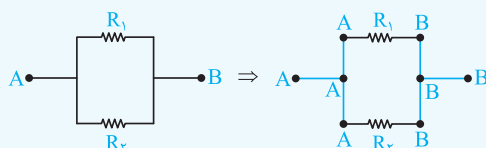
$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

۲ اگر دو مقاومت R_1 و R_2 را به صورت موازی متصل کنیم، مقاومت معادل آن ها برابر است با:

۳ به سادگی می توان نشان داد که در اتصال موازی مقاومت ها، مقاومت معادل مدار از کوچک ترین مقاومت موجود در مدار نیز کوچک تر است.

بررسی یک موضوع کاربردی

ایده جالبی که می توان از آن برای تشخیص شکل معادل مدار کمک گرفت، روشی به نام روش نام گذاری نقاط می باشد. در این روش، باید گره های مدار را نام گذاری کنیم و اگر دو نقطه با یک سیم رسانا به هم متصل شوند، هم نام هستند. به طور مثال در شکل مقابل تمام نقاط سمت چپ



توسط سیم آبی رنگ به هم وصل شده اند و هم نام هستند (نقطه A). همین وضعیت برای سمت راست مدار نیز برقرار است. با توجه به این که مقاومت های R_1 و R_2 هر دو بین نقاط A و B قرار دارند، پس موازی هستند.

توجه شود که مهم ترین تکنیک در این قسمت، تکنیک نام گذاری نقاط و توانایی رسم شکل معادل، برای یک مدار نسبتاً پیچیده است.