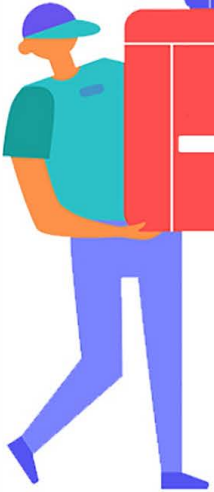


خرید کتاب های کنکور

با تخفیف ویژه

و ارسال رایگان

Medabook.com



مدابوک



دریافت برنامه ریزی و مشاوره

از مشاوران رتبه برتر

هوشه کنکوری آیدی نوین

۰۲۱ ۲۸۴۲۵۴



آمار و احتمال

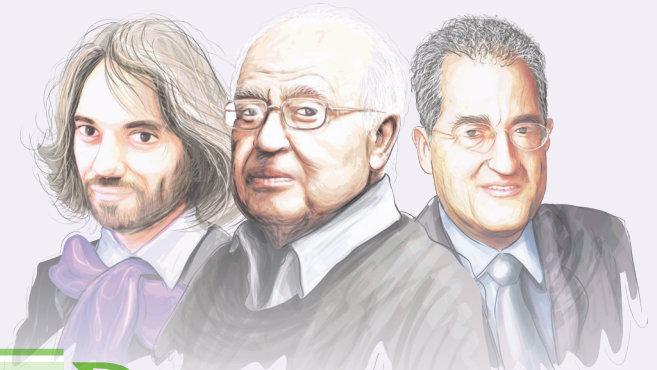


STATISTICS & PROBABILITY

CEDRIC VILLANI ANDREY KOLMOGOROV RONALD FISHER BERTRAND RUSSELL

- | | | |
|-----|-------------------------|---|
| ۱۰ | آشنایی با مبانی ریاضیات | 1 |
| ۵۴ | احتمال | 2 |
| ۱۲۴ | آمار توصیفی | 3 |
| ۱۶۲ | آمار استنباطی | 4 |

ریاضیات گسسته



DISCRETE MATHEMATICS

MICHAEL ATIYAH EDWARD WITTEN DAVID MUMFORD

- | | | |
|-----|-----------------------|---|
| ۲۰۲ | آشنایی با نظریه اعداد | 1 |
| ۲۷۸ | گراف و مدل سازی | 2 |
| ۳۴۴ | ترکیبیت | 3 |

پاسخ نامه

ANSWERS

- | | |
|-----|------------------|
| ۴۱۸ | پاسخ نامه |
| ۴۹۷ | تست های کنکور ۹۹ |

منطق ریاضی که به آن **منطق نمادین** نیز گفته می‌شود، دستور زبان ریاضی یا مطالعه در ساختار جمله‌هایی است که در ریاضی به کار برده می‌شود. این شاخه از ریاضی به بررسی دقیق استدلال‌ها می‌پردازد و اعتبار یک استدلال را مشخص می‌کند.

هر جمله خبری که در حال حاضر یا آینده، دارای ارزش درست یا ارزش نادرست باشد را **گزاره** می‌نامند.

مجموع هر دو عدد فرد، همواره عددی زوج است. $2^1 - 1 = 1$ عددی اول است.

جملات امری، پرسشی، عاطفی، احساسی، تعجبی و دعایی گزاره محسوب نمی‌شوند.

کتاب‌ها را روی میز بگذارید. [امری] آیا ۹۹۷ عددی اول است؟ [پرسشی] بیا و کشتی ما در شط شراب انداز. [احساسی]

چه هوای دل‌انگیزی! [تعجبی] ای کاش نرفته بودی! [دعایی] تو را من چشم در راهم [عاطفی]

حدس‌های ریاضی که هنوز درستی آن‌ها اثبات یا رد نشده است، گزاره محسوب می‌شوند.

هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲ را می‌توان به صورت مجموع دو عدد اول نوشت. [حدس گلدباخ]

بی‌نهایت عدد اول مانند p وجود دارد که $p + 2$ هم اول باشد.

جمله‌های خبری که نتوانیم ارزش آن‌ها را تعیین کنیم، گزاره محسوب نمی‌شوند.

درس ریاضی از فیزیک آسان‌تر است. عربی دشوارترین درس است.

کنکور امسال خیلی مفهومی بود. روزبه قد بلند است.

می‌بینی نیست

1 منطق ریاضی [منطق نمادین]، است.

A دستور زبان ریاضی B یافتن علت و معلول در ریاضی

2 مطالعه ساختار جمله‌هایی که در ریاضی به‌کار برده می‌شود، است.

A مربوط به فلسفه علم B مربوط به منطق ریاضی

3 منطق ریاضی به می‌پردازد.

A بررسی دقیق استدلال‌ها B فلسفه وجودی قضیه‌ها

4 منطق ریاضی را مشخص می‌کند.

A جمله بندی استدلال‌ها B اعتبار یک استدلال

5 سه جمله 1، 2 و 3 مربوط به یک استدلال است:

1 هیچ عدد زوجی به جز ۲، عدد اول نیست.

2 ۱۸ عددی زوج است.

3 ۱۸ عددی اول نیست.

در این استدلال جملات 1 و 2 را و جمله 3 را می‌نامند.

A مفروضات استدلال - نتیجه استدلال B مقدم - تالی

6 جمله «مجموع هر دو عدد فرد، همواره عددی زوج است.» یک گزاره

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

7 جمله « $2^{523} - 1$ عددی اول است.» یک گزاره

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

8 جمله «کتاب‌ها را روی میز بگذارید.» یک جمله است و

A امری - گزاره محسوب نمی‌شود B غیرخبری - گزاره محسوب می‌شود

9 جمله «آیا ۲۰۳ عددی اول است؟» گزاره

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

10 جمله «مجموع هر دو عدد اول، زوج است.» گزاره

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

11 جمله «چه صبح دل‌انگیزی!» گزاره

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

12 جمله «بی‌نهایت عدد اول وجود دارد.» گزاره

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

13 جمله «ای کاش نرفته بودی!» گزاره

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

14 جمله «قشنگ یعنی تعبیر عاشقانه اشکال» گزاره

A محسوب نمی‌شود B محسوب می‌شود

15 «هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲ را می‌توان به صورت مجموع دو عدد اول نوشت.»

یک است که به مشهور است.

A قضیه ریاضی - اصل گاوس B حدس ریاضی - حدس گلدباخ



1 کدام یک از جملات زیر گزاره محسوب نمی شود؟

- (۱) همه اعداد اول فرد هستند
 (۳) عدد ۷ جزء اعداد مقدس است.
 (۲) بعضی اعداد صحیح، مربع کامل هستند.
 (۴) مربع هیچ عدد صحیح فرد بر ۸ بخش پذیر نیست.

2 کدام یک از گزینه های زیر یک گزاره است؟

- (۱) قد علی از رضا بلندتر است.
 (۳) علی از رضا خوشگل تر است.
 (۲) علی قد بلند است.
 (۴) علی خوشگل است.

3 کدام یک از گزینه های زیر یک گزاره است؟

- (۱) روزبه باهوش است.
 (۳) کنکور امسال خیلی مفهومی بود.
 (۲) درس آمار و احتمال درس ساده ای است.
 (۴) اسحاق نیوتن در روز اول ماه می ۱۶۰۱ متولد شد.

02

جدول ارزش گزاره ها

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

هر گزاره همواره دارای یکی از دو ارزش درست یا نادرست است. بنابراین اگر دو گزاره مانند p و q را در نظر بگیرید، آن گاه برای ارزش آن ها می توان یک جدول به شکل مقابل تشکیل داد که دارای ۴ حالت است.

اگر ارزش یک گزاره همواره درست باشد آن را با T و اگر ارزش آن همواره نادرست باشد با F نشان می دهند. [این دو حرف، حروف اول کلمات True و False هستند].

به طور کلی اگر n گزاره داشته باشیم، جدول ارزش آن ها دارای 2^n سطر است.

مینی تست

- 1 هر همواره دارای یکی از دو ارزش درست یا نادرست است.
 A گزاره B قضیه
 2 ارزش گزاره «عکس هر عدد مثبت از خودش کوچک تر است.» است.
 A درست B نادرست
 3 ارزش گزاره «مربع هر عدد طبیعی از خودش بزرگ تر است.» است.
 A درست B نادرست
 4 ارزش گزاره «مجموع هر دو عدد طبیعی متوالی فردی فرد است.» است.
 A درست B نادرست
 5 در جدول ارزش چند گزاره، اگر دو سطر دلخواه را در نظر بگیریم،
 A تمام درایه های دو سطر با هم تفاوت دارند
 B حداقل یک تفاوت در درایه های آن ها وجود دارد
 6 جدول ارزش ۳ گزاره، دارای حالت است.
 A ۸ B ۶

1 A 2 B 3 B 4 A 5 B 6 A

4 ارزش کدام یک گزاره های زیر نادرست است؟

- (۱) مجموع هر سه عدد فرد، فرد است.
 (۳) مجموع هر سه عدد زوج، عددی زوج است.
 (۲) حاصل ضرب هر سه عدد فرد، عددی فرد است.
 (۴) حاصل ضرب هر چهار عدد فرد، عددی زوج است.

5 ارزش کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

- (۱) مربع هر عدد اول، فرد است.
 (۳) جمع هر دو عدد اول همواره زوج است.
 (۲) مربع هر عدد صحیح، یک عدد طبیعی است.
 (۴) توان چهارم هر عدد فرد، همواره عددی فرد است.

6 ارزش کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

- (۱) جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
 (۳) جمع هر دو عدد اول، عددی مرکب است.
 (۲) جمع هر دو عدد گویا، عددی گویا است.
 (۴) جمع هر دو عدد مربع کامل، هیچگاه مربع کامل نیست.

7 اگر از میان تعدادی گزاره، یک گزاره را حذف کنیم از تعداد سطرهای جدول ارزش گزاره ها ۸ سطر کم می شود، تعداد گزاره های اولیه کدام است؟

۳ (۱) ۴ (۳) ۵ (۲) ۶ (۴)





8 در جدول ارزش گزاره‌های p, q, r, s چند بار حرف «ن» به معنای نادرست نوشته می‌شود؟

۱۶ (۱) ۸ (۲) ۳۲ (۳) ۶۴ (۴)

9 اگر ۵ گزاره به گزاره‌های موجود اضافه کنیم، تفاضل یا خارج قسمت تعداد سطرهای جدول ارزش جدید نسبت به قدیم کدام است؟

۱) تفاضل برابر ۵ ۲) خارج قسمت برابر ۳۲ ۳) خارج قسمت برابر ۵ ۴) تفاضل برابر ۳۲

نقیض گزاره

03

جمله‌ای خبری که معنایی متضاد و مخالف با خود گزاره دارد را **نقیض گزاره** می‌نامند.

☀️ نقیض گزاره «۵ عددی اول است» به صورت «۵ عددی اول نیست» خواهد بود.

🍏 ساده‌ترین روش برای ساختن نقیض یک گزاره، آوردن عبارت «این‌طور نیست که» قبل از گزاره اصلی یا «منفی کردن فعل جمله خبری» است.

نقیض گزاره p را با $\sim p$ نشان می‌دهند و به علامت « \sim » **ناقص** می‌گویند.

🍏 نقیض کلمات و نمادهای مهم و پرکاربرد را در جدول زیر ببینید:

نقیض نمادها		نقیض کلمات	
$<$	\geq	فرد	زوج
$>$	\leq	گنگ	گویا
$=$	\neq	نیست	است

🍏 اگر دو گزاره p و q دارای ارزش یکسانی باشند، آن را به صورت $p \equiv q$ نمایش می‌دهیم.

🍏 اگر p یک گزاره باشد، نقیض نقیض گزاره p را به صورت $\sim(\sim p)$ نشان می‌دهند که همواره هم ارز منطقی با خود گزاره p است، یعنی:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

🍏 معمولاً برای ساده کردن گزاره‌هایی که **فعل‌های منفی** در آن‌ها به کار رفته، می‌توان از نقیض نقیض استفاده کرد.

☀️ گزاره «۲۴ عددی غیرزوج نیست» معادل است با: $24 \text{ عددی زوج است} \equiv \sim(24 \text{ عددی غیرزوج نیست}) \sim$

مینی‌تست

6 نقیض گزاره «مریم دانش آموز است.» به صورت «.....» است.

A مریم دانش آموز نیست B مریم دانشجو است

7 نقیض گزاره « $x \geq y$ » به صورت «.....» است.

A $x < y$ B $x \leq y$

8 گزاره « $x < y$ » نقیض گزاره «.....» است.

A $x > y$ B $x \geq y$

9 نقیض گزاره «.....» به صورت $a \neq b$ است.

A $a < b$ B $a = b$

10 نقیض گزاره «۲ عددی طبیعی است.» به صورت «.....» است.

A ۲ عددی گنگ است B ۲ عددی غیرطبیعی است

11 نقیض گزاره «۲ عددی اول است.» به صورت «.....» است.

A ۲ عددی مرکب است B ۲ عددی غیراول است

1 گزاره «قد علی ۱۸۷ سانتی‌متر است.» نقیض گزاره «.....» است.

A قد علی کم‌تر از ۱۸۷ سانتی‌متر است.

B چنین نیست که قد علی ۱۸۷ سانتی‌متر است.

2 نقیض گزاره «میلاد زبان انگلیسی می‌آموزد.» به صورت «.....» است.

A میلاد زبان فارسی می‌آموزد

B چنین نیست که میلاد زبان انگلیسی می‌آموزد

3 نقیض گزاره «۱۷ عددی زوج نیست.» به صورت «.....» قابل بیان است.

A ۱۷ عددی غیر فرد است B ۱۷ عددی اول است

4 نقیض گزاره «۲ عددی زوج است.» به صورت «.....» می‌باشد.

A ۲ عددی فرد است B ۲ عددی فرد نیست

5 نقیض گزاره « $\sqrt{2}$ عددی گویا است.» به صورت «.....» است.

A $\sqrt{2}$ عددی گنگ نیست B $\sqrt{2}$ عددی گنگ است

← NEXT

درک و فهم ریاضی بدون توجه به استدلال امکان ندارد و آموزش ریاضیات را محدود به حفظ کردن رویه‌ها و الگوریتم‌ها خواهد کرد. اگر برای اثبات درستی یا نادرستی یک گزاره، از حقایق استفاده کنیم که درستی آن‌ها را قبلاً پذیرفته‌ایم، از نوعی استدلال به نام **استدلال استنتاجی** استفاده کرده‌ایم. استدلال استنتاجی دارای انواع و اقسامی است:



برای اثبات یک گزاره به روش **اثبات مستقیم**، ابتدا باید گزاره داده شده را به زبان ریاضی برگردانیم. جدول زیر برای برگرداندن یک گزاره به زبان ریاضیات کمک مهمی به شما می‌کند:

عبارت فارسی	نماد ریاضی	عبارت فارسی	نماد ریاضی	عبارت فارسی	نماد ریاضی
عدد زوج	$2k$	عدد مکعب کامل	k^3	عدد فرد	$2k+1$
عدد فرد	$2k+1$	عدد فرد مربع کامل	$(2k+1)^2$	عدد مضرب ۳	$3k$
عدد مضرب ۳	$3k$	دو عدد فرد	$2k+1, 2k'+1$	عدد مربع کامل	k^2
عدد مربع کامل	k^2	دو عدد زوج	$2k, 2k'$		
دو عدد فرد متوالی	$2k-1, 2k+1$	دو عدد زوج متوالی	$2k, 2k+2$	سه عدد متوالی	$k-1, k, k+1$
دو عدد زوج متوالی	$2k, 2k+2$	سه عدد متوالی	$k-1, k, k+1$	عدد گویا	$\frac{p}{q}; p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0$

به کمک اثبات مستقیم نشان دهید جمع سه عدد طبیعی متوالی مضرب ۳ است.

$$n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3 = 3(n+1)$$

سه عدد طبیعی متوالی را با n و $n+1$ و $n+2$ نشان می‌دهیم، در این صورت داریم:

مینی تست

- درک و فهم ریاضی بدون امکان پذیر نیست.
 - استدلال
 - دانشتن رویه‌ها و الگوریتم‌ها
- مثال‌های زیر برای اثبات درستی حدس **گلدباخ** مبنی بر این‌که «هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲ را می‌توان برحسب مجموع دو عدد اول نوشت»
 - کافی است
 - کافی نیست
- مثال‌های زیر برای اثبات درستی حدس **فرما** مبنی بر این‌که «عدد $F_n = 2^{2^n} + 1$ به‌ازای همهٔ عددهای حسابی n اول است»
 - کافی است
 - کافی نیست
- نمایش کلی یک عدد زوج به صورت است.
 - $2k$
 - k^2
- نمایش کلی یک عدد فرد به صورت است.
 - $2k+1$
 - $k+1$
- نمایش کلی عدد مضرب ۳ به صورت است.
 - $3k$
 - k^3
- نمایش کلی عدد مربع به صورت است.
 - 2^k
 - k^2
- نمایش کلی دو عدد صحیح متوالی به صورت است.
 - $2k, k$
 - $k+1, k$
- نمایش کلی دو عدد فرد متوالی به صورت است.
 - $2k-1, 2k+1$
 - $2k+1, 2k+1$
- نمایش کلی دو عدد زوج متوالی به صورت است.
 - $4k, 2k$
 - $2k+2, 2k$
- نمایش کلی دو عدد فرد متمایز به صورت است.
 - $2k+3, 2k+1$
 - $2k'+1, 2k+1$
- اگر a, b دو عدد صحیح و ab فرد باشد، $a^2 + b^2$ است.
 - زوج
 - مضرب ۳
- حاصل ضرب دو عدد به شکل $6q+5$ عددی به شکل است.
 - $6k+1$
 - $6k+5$
- حاصل ضرب دو عدد به شکل $4q+3$ عددی به شکل است.
 - $4k+3$
 - $4k+1$
- مربع عددی به شکل $5q+3$ عددی به شکل است.
 - $5k-1$
 - $5k+1$

← NEXT

16 مربع عددی به شکل $8q + 7$ عددی به شکل است.

A $8k + 1$ B $8k - 1$

17 مکعب عددی به شکل $7q + 2$ عددی به شکل است.

A $7k + 1$ B $7k + 2$

16 A 17 A

633 اگر k حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی باشد، کدام عبارت مربع کامل است؟

A $6k + 1$ B $8k + 1$ C $2k + 1$ D $4k + 1$

634 درستی کدام گزینه با استفاده از «اثبات مستقیم» قابل استدلال نیست؟

- (1) مجموع دو عدد فرد متوالی مضرب 4 است. (2) مربع هر عدد فرد، عددی فرد است. (3) مجموع هر سه عدد طبیعی متوالی مضرب 3 است. (4) مجموع دو عدد زوج متوالی مضرب 4 است.

02

مثال نقض

اگر حکمی در مورد تمام اعضای یک مجموعه بیان شود، به آن **حکم کلی** گفته می‌شود. احکام کلی ممکن است درست یا نادرست باشند. احکام کلی معمولاً با کلماتی نظیر **هر**، **همه**، **تمام** و ... یا **هیچ**، **هیچ یک**، **هیچکدام** و ... بیان می‌شوند.

❖ «تمام اعداد اول، فرد هستند» یک حکم کلی نادرست است زیرا 2 عددی اول است ولی فرد نیست.

❖ «مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است» یک حکم کلی درست است.

🍏 به مثالی که نشان دهد یک حکم کلی، نادرست است، **مثال نقض [پاد نمونه]** گفته می‌شود.

❖ برای رد حکم کلی «به ازای همه n های طبیعی، عبارت $n^2 + n + 41$ عددی اول است» عدد $n = 40$ یک مثال نقض است زیرا:

$$n = 40 \Rightarrow 40^2 + 40 + 41 = 40(40 + 1) + 41 = (40 \times 41) + 41 = 41(40 + 1) = 41 \times 41 \quad \text{مربک}$$

🍏 با ارائه **مثال نقض** نمی‌توان درستی یک حکم را اثبات کرد، بلکه فقط برای نشان دادن **نادرستی یک حکم**، از مثال نقض استفاده می‌کنیم.

❖ «عدد صحیحی وجود ندارد که دو برابر آن مربع کامل و سه برابر آن مکعب کامل باشد.» یک حکم کلی است که مثال نقض آن 72 می‌باشد.

$$72 \times 2 = 144 = 12^2 \quad 72 \times 3 = 216 = 6^3$$

1 مثال نقض [پاد نمونه] برای یک حکم کلی به کار می‌رود.

A اثبات درستی B رد کردن

2 ارائه یک **مثال نقض** برای کافی است.

A اثبات درستی یک حکم کلی B رد یک حکم کلی

3 اگر نتوانیم برای یک حکم کلی مثال نقضی بیابیم

A به معنی درست بودن آن است B دلیلی بر درست بودن آن نیست

4 عدد 2 مثال نقضی برای گزاره «.....» است.

A هر عدد اول، فرد است B هر عدد فرد، اول است

5 « $2 = (\sqrt{2} + 1) + (1 - \sqrt{2})$ » مثال نقضی برای گزاره «.....» است.

A مجموع دو عدد گنگ، گنگ است B مجموع دو عدد گنگ، گویا است

6 یک مثال نقض برای حکم کلی «حاصل ضرب دو عدد گنگ، عددی گنگ است»

تساوی است.

A $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ B $(\sqrt{3} - 1) \times (\sqrt{3} + 1) = 2$

7 عدد کلیت حکم «مربع هر عدد مثبت بزرگ‌تر از خود آن عدد است» را نقض می‌کند.

A $\sqrt{2} - 1$ B $\sqrt{3} - 2$

8 یک مثال نقض برای گزاره «هر عدد به شکل $F_n = 2^{2^n} + 1$ اول است» عدد است.

A $n = 3$ B $n = 5$

9 یک مثال نقض برای گزاره «برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از 1، عدد $M_n = 2^n - 1$ اول است» عدد است.

A $n = 6$ B $n = 7$

← NEXT

10 گزاره مثال نقض ندارد.

A مکعب هر طبیعی از مربع آن بزرگ تر است.

B مکعب هر عدد فرد، عددی فرد است.

11 برای گزاره «مکعب هر عدد طبیعی از مربع آن بزرگ تر است» مثال نقض است.

A ۲

B ۱

12 اعداد یک مثال نقض برای «اگر x, y گویا باشد x^y گویا است» است.

A $y = \frac{1}{4}, x = 2$

B $y = 2, x = \frac{1}{4}$

13 گزاره هیچ مثال نقضی ندارد.

A اگر x, y گنگ باشند، x^y حتماً گنگ است

B اگر x, y گویا باشند $x \pm y$ گویا است

14 با استفاده از می توان نشان داد حکم کلی «مجموع سه عدد طبیعی

متوالی ۳ بخش پذیر است» است.

A مثال نقض - نادرست

B اثبات مستقیم - درست

15 روش اثبات درستی حکم فوق به صورت است.

A $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1) = 3k$

B $(2k - 1) + 2k + (2k + 1) = 6k = 3(2k)$

16 با استفاده از می توان نشان داد حکم کلی «مربع هر عدد طبیعی

از خودش بزرگ تر است» است.

A مثال نقض - نادرست

B اثبات مستقیم - درست

17 مثال نقض برای رد درستی گزاره فوق است.

A ۱

B اعداد بین صفر و یک

18 با استفاده از می توان نشان داد ارزش گزاره «مجموع هر دو عدد فرد،

عدد زوج است» است.

A مثال نقض - نادرست

B اثبات مستقیم - درست

19 روش اثبات مستقیم برای استدلال درستی گزاره فوق به صورت است.

A $(2k - 1) + (2k + 1) = 4k = 2(2k) = 2k'$

B $(2k + 1) + (2k' + 1) = 2k + 2k' + 2 = 2(k + k' + 1) = 2k''$

20 با استفاده از می توان نشان داد «حاصل جمع دو عدد فرد متوالی،

مضرب ۴ است».

A اثبات مستقیم

B برهان خلف

21 روش اثبات برای تأیید درستی گزاره فوق به صورت است.

A $(2k + 1) + (2k' + 1) = 2(k + k' + 1) = 2 = 2(k + k' + 1) = 4k''$

B $(2k + 1) + (2k + 3) = 4k + 4 = 4(k + 1) = 4k'$

22 با استفاده از می توان نشان داد ارزش گزاره «مجموع سه عدد زوج

متوالی مضرب ۶ است» است.

A مثال نقض - نادرست

B اثبات مستقیم - درست

23 روش اثبات برای تأیید درستی حکم فوق به صورت است.

A $(2k - 2) + (2k) + (2k + 2) = 6k$

B $(2k) + (2k + 4) + (2k + 8) = 6k + 12 = 6(k + 2) = 6k'$

24 با استفاده از می توان نشان داد ارزش گزاره «اگر k حاصل ضرب دو عدد

متوالی باشد آنگاه $4k + 1$ مربع کامل است» است.

A مثال نقض - نادرست

B اثبات مستقیم - درست

25 اثبات درستی گزاره فوق به صورت زیر است در جای خالی کدام عبارت قرار می گیرد؟

$k = n(n + 1) \Rightarrow 4k + 1 = 4n(n + 1) + 1 = \dots\dots\dots$

A $(4n + 1)^2$

B $(2n + 1)^2$

26 با استفاده از می توان نشان داد ارزش گزاره «تفاضل مکعب های دو

عدد صحیح متوالی عددی فرد است» است.

A مثال نقض - نادرست

B اثبات مستقیم - درست

27 از هر دو عدد طبیعی متوالی حتماً یکی از آن ها است. بنابراین حاصل

ضرب دو عدد طبیعی متوالی است.

A زوج - زوج

B فرد - فرد

28 از هر سه عدد طبیعی متوالی حتماً یکی از آن ها است. بنابراین حاصل

ضرب سه عدد طبیعی متوالی است.

A مربع کامل - مربع کامل

B مضرب ۳ - مضرب ۳

29 بنابراین می توان گفت حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی است.

A همواره مضرب ۶ است

B همواره مضرب ۴ است

30 اگر حاصل ضرب چند عدد فرد باشد است.

A همه آن ها فرد هستند

B ممکن است بعضی از آن ها زوج باشد

31 اگر حاصل ضرب چند عدد زوج باشد است.

A همه آن ها زوج هستند

B حداقل یکی از آن ها زوج است

32 با استفاده از می توان نشان داد ارزش گزاره «اگر ab فرد باشد $a + b$

زوج است» است.

A مثال نقض - نادرست

B اثبات مستقیم - درست

33 با استفاده از می توان نشان داد ارزش گزاره «اگر ab زوج باشد $a + b$

نیز زوج است» است.

A مثال نقض - نادرست

B اثبات مستقیم - درست

← NEXT

10 B 11 B 12 A 13 B 14 B 15 A 16 A 17 A 18 B 19 B 20 A 21 B 22 B 23 A

24 B 25 B 26 B 27 A 28 B 29 A 30 A 31 B 32 B 33 A



- 5 اگر $a|n^2+2, a|n+3$ آنگاه مقادیر a عبارتند از A $\pm 1, \pm 11$
B $\pm 1, \pm 13$
- 6 اگر $a|2n+1, a|n-2$ آنگاه برای n صحیح وجود دارد.
A ± 5
B ± 4
- 7 اگر $a|n^2+1, a|n+2$ آنگاه برای n صحیح وجود دارد.
A ± 2
B ± 4
- 8 اگر $a|n^2-2, a|n$ آنگاه برای n طبیعی وجود دارد.
A ± 5
B ± 4

5 A 6 B 7 B 8 A

- 668 اگر $a|5m-3$ و $a|7m+1$ برای a چند جواب صحیح وجود دارد؟
A 16
B 8
C 4
D 6
- 669 اگر $a|12m+1$ و $a|18m-1$ آنگاه برای a چند جواب صحیح وجود دارد؟
A 4
B 8
C 16
D 12
- 670 اگر $a|8m+3$ و $a|6m-4$ ، برای a چند جواب طبیعی و غیراول وجود دارد؟
A 2
B 4
C 6
D 1
- 671 اگر $a|n+2$ و $a|n^2-5n+6$ برای a چند جواب طبیعی وجود دارد؟
A 8
B 12
C 4
D 6
- 672 اگر $a|n^2+2n+3$ و $a|n+3$ برای n چند جواب طبیعی وجود دارد؟
A 1
B 2
C 3
D 12
- 673 اگر $a|n+2$ و $a|3n-1$ آنگاه برای n چند جواب صحیح وجود دارد؟
A 1
B 2
C 3
D 4



13 نقاط با مختصات صحیح

اگر بخواهیم نقاطی با طول و عرض صحیح واقع بر یک منحنی با ضابطه کسری را پیدا کنیم [اگر تابع کسری نبود با فاکتورگیری از y آن را به صورت کسری در می آوریم] باید ببینیم به ازای چند مقدار صحیح برای X ، صورت کسر بر مخرج کسر بخش پذیر است یا به عبارتی مخرج، صورت را عادی می کند.

تعداد نقاط با طول و عرض صحیح واقع بر منحنی $XY + 2X^2 + Y + 3 = 0$ کدام است؟

ابتدا با فاکتورگیری از Y ، تابع را به صورت کسری در می آوریم:

$$XY + 2X^2 + Y + 3 = 0 \Rightarrow Y(X+1) = -2X^2 - 3 \Rightarrow Y = -\frac{2X^2 + 3}{X+1}$$

حال باید صورت کسری یعنی $2X^2 + 3$ بر مخرج کسری یعنی $X+1$ بخش پذیر باشد:

ریشه

$$X+1 \mid 2X^2 + 3 \Rightarrow X+1 \mid 2(-1)^2 + 3 \Rightarrow X+1 \mid 5 \Rightarrow X+1 = \pm 1, \pm 5 \Rightarrow 4 \text{ نقطه}$$

- 1 منحنی $y = \frac{x+1}{x-4}$ از با مختصات صحیح می گذرد.
A 4 نقطه
B 2 نقطه
- 2 منحنی $y = \frac{x^2+1}{x+3}$ از با مختصات صحیح می گذرد.
A 8 نقطه
B 6 نقطه

1 A 2 A

- 674 منحنی $y = \frac{x^3-3}{x-3}$ از چند نقطه با مختصات صحیح می گذرد؟
A 8
B 6
C 16
D 12

- 13 به کمک می توان نشان داد اگر p اول و a طبیعی باشد، نتیجه گیری « $a | p \Rightarrow a = 1$ » است.
 A مثال نقض - نادرست
 B اثبات مستقیم - درست
- 14 کوچک ترین عدد اول که $7 + 10!$ را عاد می کند است.
 A 7
 B 2
- 15 عبارت $n^4 + 4$ همواره
 A مرکب است
 B مرکب نیست

13 B 14 A 15 B

681 کدام گزاره الزاماً درست است؟

- (1) هر عدد اول، چهار مقسوم علیه صحیح دارد.
 (2) همه اعداد اول فرد هستند.
 (3) مجموعه اعداد اول متناهی است.
 (4) عدد «1» عددی اول است.

682 مجموع مربعات دو عدد اول برابر 29 است، تفاضل این دو عدد کدام است؟

- (1) 4 (2) 2 (3) 3 (4) 4

683 اگر p و q دو عدد اول و $p^3 + q^3 = 13^3$ باشد، $|p - q|$ کدام است؟

- (1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 4

684 اگر p, q, r اعداد اول و $p > q > r$ و داشته باشیم $p + q + r = 54$ حاصل $\frac{p+q}{r}$ کدام است؟

- (1) 24 (2) 26 (3) 22 (4) 30

685 اگر p, q, r همگی اول و $r = p^2 - q^2$ آن گاه $p + q + r$ کدام است؟

- (1) 10 (2) 8 (3) 12 (4) 14

686 اگر p عددی اول باشد و $a | p^2$ آنگاه برای a ، چند جواب طبیعی وجود دارد؟

- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 6

687 به ازای چند عدد اول مانند n عبارت $2^n + 1$ عددی اول است؟

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) بی شمار

688 اگر p و q اعداد اول و ریشه های معادله $x^2 - px + q = 0$ صحیح باشند، حاصل ضرب ریشه های معادله کدام است؟

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 5

🍏 اگر m توانی از 2 نباشد، عبارت $2^m + 1$ مرکب است. اما اگر m توانی از 2 باشد، عبارت $2^m + 1$ ممکن است اول باشد. ولی قطع نیست.

🍏 اعدادی به شکل $F_n = 2^{2^n} + 1$ را اعداد فرما می نامند. چون پیر فرما [Pierre de Fermat] در قرن شانزدهم با مشاهد این که اعداد:

$$F_0 = 2^{2^0} + 1 = 3, F_1 = 2^{2^1} + 1 = 5, F_2 = 2^{2^2} + 1 = 17, F_3 = 2^{2^3} + 1 = 257, F_4 = 2^{2^4} + 1 = 65537$$

همگی اعدادی اول هستند. طی نامه ای به مرسن [Marin Mersenne] اعلام می کند که من اعدادی به شکل $F_n = 2^{2^n} + 1$ یا ضام که همواره اول اند. بعدها در قرن هفدهم لئونارد اویلر نشان می دهد که $F_5 = 2^{2^5} + 1 = 641 \times 67 \times 127 \times 17$ عددی مرکب است. امروزه معلوم شده F_n به ازای $5 \leq n \leq 24$ همگی مرکب هستند و اما مبارزه بر سر یافتن عدد اول دیگری در میان اعداد فرما، ادامه دارد.

🍏 اگر m عددی اول نباشد، عبارت $2^m - 1$ مرکب است. اما اگر m عدد اول باشد، عبارت $2^m - 1$ ممکن است اول باشد ولی قطع نیست.

🍏 اعدادی که به شکل $M_n = 2^n - 1$ باشند و M_n اول باشد، اعداد مرسن نامیده می شوند.

7 کوچک ترین مضرب مشترک ۸ و ۶ عبارت است از

۲ A ۲۴ B

8 حاصل $[3, 4]$ برابر با

۱۲ A ۱ B

9 حاصل $[36, 48]$ برابر با

۱۰۸ A ۱۴۴ B

10 حاصل $[8, 16]$ برابر با

۱۶ A ۸ B

11 حاصل $[8, 1]$ برابر با

۸ A ۱ B

12 حاصل $[[8, 10], 15]$ برابر با

۱۲۰ A ۲۴۰ B

13 حاصل $[-10, -6, 4]$ برابر با

۱۲۰ A ۶۰ B

14 حاصل $[a, 1]$ برابر با

۱ A $|a|$ B

15 حاصل $[a, -1]$ برابر با

۱ A $|a|$ B

16 حاصل $[a, a]$ برابر با

$|a|$ A ۱ B

17 حاصل $[a, a^n]$ برابر با

$|a|^n$ A $|a|$ B

18 اگر a, b نسبت به هم اول باشند $[a, b]$ برابر با

۱ A $|ab|$ B

19 حاصل $[-a, b]$ برابر با

$-[a, b]$ A $[a, b]$ B

20 حاصل $[-a, -b]$ برابر با

$[a, b]$ A $-[a, b]$ B

21 اگر $b | a$ حاصل $[a, b]$ برابر با

$|a|$ A $|b|$ B

22 اگر $|a, b| =$ باشد آنگاه

$a | b$ A $b | a$ B

23 اگر $[a, b] = c$ حاصل $[a, c]$ برابر با

c A $|a|$ B

24 حاصل $[[a, -b], -a]$ برابر با

$[a, b]$ A $|a|$ B

25 حاصل $[a, (a, b)]$ برابر با

$[a, b]$ A $|a|$ B

26 حاصل $(a, [a, b])$ برابر با

$[a, b]$ A $|a|$ B

27 حاصل $[a, [a, b]]$ برابر با

$|a|$ A $[a, b]$ B

28 حاصل $[1397, 2019], [1397, 2019]$ برابر با

۱۳۹۷ A ۲۰۱۹ B

29 حاصل $[1398, 2020], [1398, 2020]$ برابر با

۲۰۲۰ A ۱۳۹۸ B

30 حاصل $[[18, 12], 18]$ برابر با

۳۶ A ۱۴۴۴ B

31 حاصل $[m^3, m^2], m$ برابر با

$|m^3|$ A m^2 B

32 حاصل $[|m^2, m^3], m$ برابر با

m^2 A $|m|$ B

33 حاصل $(m^2, m^4), [-m^3, m^2]$ برابر با

m^2 A m^4 B

34 اگر $a | b$ کدام نتیجه درست است؟

$[a^2, b] = |b|$ B $[a, b^2] = b^2$ A

35 اگر $ab | c$ حاصل $[a, c]$ برابر با

$|c|$ A $|a|$ B

36 اگر $a + b | a$ حاصل $[a + b, b]$ برابر با

$|b|$ A $|a + b|$ B

37 اگر $[a, b] = c$ باشد، حاصل $[ab, c^2]$ برابر با

$|ab|$ A c^2 B

38 اگر $[a, b] = c$ باشد، حاصل $[ac, c^2]$ برابر با

c A c^2 B



717 کوچکترین عضو مجموعه $A = \{x > 0 : 24 | x, 18 | x\}$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۱۸ (۲) ۷۲ (۳) ۴۳۲ (۴)

718 حاصل $([a, -1], a^2)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $|a|$ (۲) a^2 (۳) -1 (۴)

719 اگر $a^3 | b^2$ کدام نتیجه‌گیری الزاماً صحیح نیست؟

- $(a, b) = |a|$ (۱) $[a, b] = |b|$ (۲) $[a, b^2] = b^2$ (۳) $(a^2, b) = a^2$ (۴)

720 با توجه به نمادهای «بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک» عدد $[154, (227, 429)]$ کدام است؟ (خارج - ۹۸)

- ۴۶۲ (۱) ۴۷۸ (۲) ۵۰۶ (۳) ۹۲۴ (۴)

721 اگر m یک عدد طبیعی باشد، حاصل $[m^2, m], 2m^3$ برابر با است.

- $2m^3$ (۱) m^2 (۲) m^4 (۳) m (۴)

722 اگر $(a^2, b) = a^2$ باشد، حاصل $[a, 2b^3]$ برابر با است.

- $2ab^3$ (۱) a (۲) $2b^3$ (۳) a^2 (۴)

723 اگر $a = 3k + 1$ باشد، حاصل $[a, a+3], [a, a+3]$ برابر با است.

- $a(a+3)$ (۱) a (۲) $\frac{a(a+3)}{3}$ (۳) $a+3$ (۴)

21

چاقی و لاغری
درب.م.م و ک.م.م

می‌دانیم ب.م.م هر دو عدد، هر یک از اعداد را می‌شمارد و ک.م.م هر دو عدد، بر هر یک از اعداد بخش پذیر است:

ادامه لورل - هاردی درب.م.م و ک.م.م

$a b \xrightarrow{\text{لاغر}} (a, \text{)} a$	$a (b, \text{)} \xrightarrow{\text{چاق}} a b$	1 گرفتن ب.م.م بین دو عدد باعث لاغر شدن می‌شود، یعنی برای هر عدد دلخواه a عدد $(a, \text{)}$ همواره لاغرتر از a است.
$a b \xrightarrow{\text{چاق}} a [b, \text{)}$	$[a, \text{)} b \xrightarrow{\text{لاغر}} a b$	2 گرفتن ک.م.م بین دو عدد باعث چاق شدن می‌شود، یعنی برای هر عدد دلخواه a عدد $[a, \text{)}$ همواره چاق‌تر از a است.
$c [a, b] \xrightarrow{\text{چاق}} c a \times b$	$a \times b c \xrightarrow{\text{لاغر}} [a, b] c$	3 می‌دانیم $[a, b] \times (a, b) = a \times b$ یعنی حاصل ضرب دو عدد همواره چاق‌تر از ک.م.م دو عدد است.

مینی تست

- | | | |
|---|--|--|
| 5 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$a [b, c] \Rightarrow a (b, c)$ B | $a (b, c) \Rightarrow a [b, c]$ A | 1 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$a b \Rightarrow a (b, c)$ A |
| 6 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$[a, b] c \Rightarrow (a, b) c$ B | $(a, b) c \Rightarrow [a, b] c$ A | 2 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$(b, c) a \Rightarrow b a$ B |
| 7 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$a bc \Rightarrow a [b, c]$ B | $a [b, c] \Rightarrow a bc$ A | 3 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$a b \Rightarrow a [b, c]$ A |
| 8 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$[a, b] c \Rightarrow ab c$ B | $ab c \Rightarrow [a, b] c$ A | 4 کدام نتیجه‌گیری درست است؟
$[b, c] a \Rightarrow b a$ A |

- 1 B 2 A 3 A 4 A 5 A 6 B 7 A 8 A



14 مجموعه‌های $A_1 = \{x \in \mathbb{Z} : x = 3k\}$ و $A_2 = \{x \in \mathbb{Z} : x = 3k + 2\}$ و مجموعه

A_3 مجموعه \mathbb{Z} را افزاز کرده‌اند، مجموعه A_3 کدام است؟

A $A_3 = \{x \in \mathbb{Z} : x = 3k - 1\}$

B $A_3 = \{x \in \mathbb{Z} : x = 3k + 1\}$

15 در هم‌نهشتی به پیمانۀ ۶، مجموعه \mathbb{Z} به هم‌نهشتی افزاز می‌شود.

A دسته ۵ B دسته ۶

16 دسته‌های هم‌نهشتی یک افزاز برای \mathbb{Z} هستند.

A $[7]_7, [12]_7, [5]_7, [6]_7$ B $[21]_7, [12]_7, [7]_7, [5]_7$

17 در هم‌نهشتی به پیمانۀ \mathbb{Z} به تعداد کلاس‌های کم‌تری افزاز می‌شود.

A 7 B 12

18 اگر دو عدد ۲۱، ۱۱۲ در هم‌نهشتی به پیمانۀ m هم‌نهشت باشد، مجموعه \mathbb{Z}

حداقل به کلاس افزاز می‌شود.

A ۹۱ کلاس B ۷ کلاس

19 اگر هم‌نهشتی $a \equiv -2$ را به صورت تساوی بنویسیم به شکل است.

A $a = 7k + 2$ B $a = 7k - 2$

20 اگر $a \equiv 7$ باشد، کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی a برابر با است.

A ۱۰۳ B ۱۰۲

5 منظور از $[2]_5$ مجموعه است.

A $\{x \in \mathbb{Z} : x = 5k - 2\}$ B $\{x \in \mathbb{Z} : x = 5k + 2\}$

6 دسته هم‌نهشتی $[3]_8$ شامل بی‌شمار عدد است که عبارتند از

A $\{\dots, -2, 3, 8, 13, \dots\}$ B $\{\dots, -1, 2, 5, 8, 11, \dots\}$

7 می‌دانیم $17 \in [2]_5$ و $42 \in [2]_5$ بنابراین

A $42 \equiv 17$ B $42 \not\equiv 17$

8 اگر $a \in [r]_m$ و $b \in [r]_m$ آن‌گاه

A $a \equiv b$ B $a \not\equiv b$

9 کدام دو عدد به دسته هم‌نهشتی $[r]_8$ تعلق دارند؟

A ۳۲، ۶۵ B ۲۳، ۴۸

10 دسته هم‌نهشتی $[2]_7$ شامل عدد است.

A ۳۶ B ۲۳

11 دسته هم‌نهشتی $[6]_{11}$ شامل عدد نیست.

A ۳۹ B ۲۷

12 اگر $[r]_7$ شامل عدد ۲۵ باشد، عدد r برابر است.

A ۳ B ۴

13 اگر $[2]_m$ شامل عدد ۲۴ باشد، آن را می‌توان به صورت نشان داد.

A $\{x \in \mathbb{Z} : 11k + 2\}$ B $\{x \in \mathbb{Z} : 13k - 2\}$

5 B 6 A 7 A 8 B 9 B 10 B 11 B 12 B 13 A 14 B 15 B 16 A 17 A 18 B 19 B 20 B

760 در هم‌نهشتی به پیمانۀ m سه عدد ۴۱، ۱۳۲، a در یک کلاس هم‌ارزی قرار دارند. کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی a به طوری که مجموعه \mathbb{Z} به تعداد

کم‌تری کلاس هم‌ارزی افزاز شود، کدام است؟

A ۱۰۲ (۱) B ۱۰۳ (۲) C ۱۰۴ (۳) D ۱۰۶ (۴)

761 مجموعه اعداد طبیعی را به سه مجموعه A, B, C افزاز کرده‌ایم. اگر $A = \{n : n = 7k + 2, k \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{n : n = 7k - 3, k \in \mathbb{N}\}$ ، کدام

دو عدد، به یک کلاس هم‌ارزی حاصل از این افزاز، تعلق دارند؟

A ۲۱ و ۱۳ (۱) B ۲۳ و ۱۳ (۲) C ۳۲ و ۲۱ (۳) D ۳۲ و ۲۳ (۴)

762 رابطه هم‌نهشتی $xRy \Leftrightarrow 7 \mid x^2 - y^2$ مجموعه \mathbb{Z} را به چند کلاس هم‌ارزی افزاز می‌کند؟

A ۷ (۱) B ۲ (۲) C ۴ (۳) D ۳ (۴)

763 مجموعه اعداد صحیح توسط چهار مجموعه A_1, A_2, A_3, A_4 افزاز شده است به طوری که $A_1 = \{x \in \mathbb{Z} : x = 4k\}$ ، $A_2 = \{x \in \mathbb{Z} : x = 4k + 1\}$ و

$A_3 = \{x \in \mathbb{Z} : x = 4k - 1\}$ ، کدام دو عدد به مجموعه A_4 تعلق دارند؟

A ۲۲ و ۳۴ (۱) B ۳۰ و ۵۱ (۲) C ۱۷ و ۴۲ (۳) D ۴۸ و ۵۲ (۴)

764 رابطه هم‌نهشتی $xRy \Leftrightarrow 8 \mid x^2 - y^2$ مجموعه اعداد فرد را به چند کلاس هم‌ارزی افزاز می‌کند؟

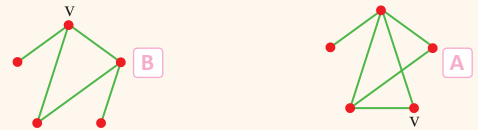
A ۱ (۱) B ۲ (۲) C ۳ (۳) D ۴ (۴)

765 رابطه فوق مجموعه اعداد زوج را به چند کلاس هم‌ارزی افزاز می‌کند؟

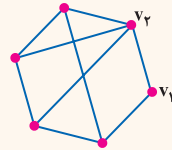
A ۱ (۱) B ۲ (۲) C ۳ (۳) D ۴ (۴)



6 در گراف درجه رأس ۷ برابر ۳ است.



7 در گراف مقابل $\deg(v_1) - \deg(v_2)$ برابر با است.



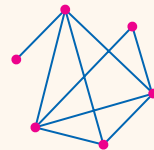
A ۱

B ۲

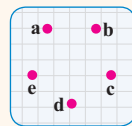
8 درجه رأس های گراف مقابل به صورت است.

A ۱, ۲, ۳, ۴, ۴, ۴, ۳

B ۱, ۱, ۳, ۳, ۳, ۳, ۴



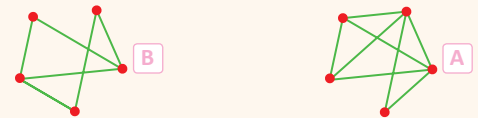
9 در گراف G اگر $V = \{a, b, c, d, e\}$ و $E = \{ab, ac, bd, cd, de\}$ باشد درجه رأس ها به صورت است. [رسم کنید]



A ۱, ۲, ۲, ۲, ۳

B ۱, ۲, ۲, ۳, ۳

10 درجه رأس های گراف برابر ۲, ۲, ۳, ۴, ۴ است.



11 اگر درجه یک رأس گراف، برابر با صفر باشد، یعنی

A هیچ یالی به آن رأس متصل نیست B گراف یک رأس دارد

12 اگر درجه یک رأس از گراف صفر باشد، به آن رأس گفته می شود.

A ایزوله B غیرمتصل

13 یک گراف به تعداد دلخواه و متناهی رأس ایزوله داشته باشد.

A می تواند B نمی تواند

14 در یک گراف از مرتبه p، اگر درجه یک رأس p-1 باشد، آن رأس را یک

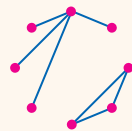
..... می نامند.

A رأس فول B رأس نیم فول

15 در گراف شکل مقابل است.

A $\Delta(G) = 1$

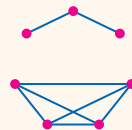
B $\Delta(G) = 4$



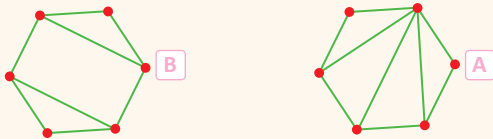
16 در گراف شکل مقابل است.

A $\delta(G) = 3$

B $\delta(G) = 1$



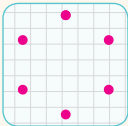
17 در گراف اختلاف $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ بیشتر است.



18 در یک گراف ساده، درجه یکی از رأس ها ۶ است. این گراف دارد.

A حداقل ۷ رأس B حداکثر ۷ رأس

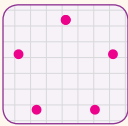
19 در یک گراف ساده مانند G اگر $\Delta(G) = 4$ باشد، این گراف دارد.



A حداقل ۴ یال

B دقیقاً ۴ یال

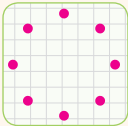
20 در گراف ساده G از مرتبه ۵، اگر $\Delta(G) = 3$ باشد، این گراف دارد.



A حداکثر ۸ یال

B حداکثر ۷ یال

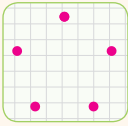
21 در گراف ساده G با ۸ رأس $\delta(G) = 1$ است. این گراف دارد.



A حداقل یک یال

B حداقل ۴ یال

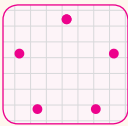
22 در گراف ساده G با ۵ رأس $\delta(G) = 1$ است. این گراف دارد.



A حداقل یک یال

B حداقل ۳ یال

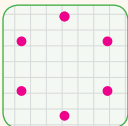
23 در گراف ساده G از مرتبه ۵، اگر $\delta(G) = 1$ باشد، این گراف دارد.



A حداکثر ۵ یال

B حداکثر ۷ یال

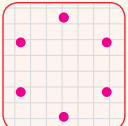
24 در گراف ساده G از مرتبه ۶، اگر $\delta(G) = 2$ باشد، وجود دارد.



A حداقل ۶ یال

B دقیقاً ۶ یال

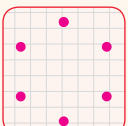
25 در یک گراف ساده G از مرتبه ۶ اگر $\delta(G) = 2$ باشد، وجود دارد.



A حداکثر ۱۲ یال

B حداکثر ۱۰ یال

26 در یک گراف ساده G از مرتبه ۶ اگر $\Delta(G) = 2$ باشد، وجود دارد.

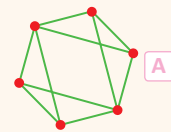
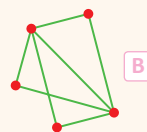


A حداکثر ۱۲ یال

B حداکثر ۶ یال

← NEXT

27 در گراف دو رأس فول وجود دارد.



28 یک گراف هم رأس فول و هم رأس ایزوله داشته باشد.

B نمی تواند

A می تواند

29 در گرافی با p رأس، یک رأس از درجه $p-1$ است. این گراف ندارد.

B رأس ایزوله

A رأس درجه 2

30 اگر در یک گراف از مرتبه p دو رأس از درجه $p-1$ وجود داشته باشد، درجه

سایر رأس ها، است.

A دقیقاً 2

B حداقل 2

31 در گراف های ساده درجه دو رأس یکسان باشد.

B نمی تواند

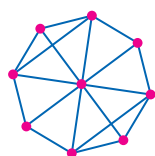
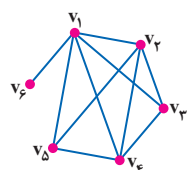
A می تواند

32 در هر گراف ساده، درجه

A حداقل دو رأس یکسان است

B هیچ دو رأسی یکسان نیست

27 B 28 B 29 B 30 B 31 A 32 A



879 در شکل مقابل، نمودار گراف G داده شده است. اختلاف تعداد رأس های زوج و رأس های فرد گراف کدام است؟

- ۱ (2)
- ۲ (1)
- ۳ (3) صفر
- ۴ (4)

880 در گراف G مطابق شکل حاصل $\Delta(G) - \delta(G)$ کدام است؟

- ۳ (2)
- ۴ (1)
- ۵ (4)
- ۶ (3)

881 در گراف ساده ای با 8 رأس اگر مینیمم درجه رأس های گراف 3 باشد، این گراف حداکثر چند یال دارد؟

- ۲۵ (4)
- ۲۴ (3)
- ۲۳ (2)
- ۲۲ (1)

882 در گراف ساده $G = (V, E)$ ، دو رأس از درجه $\delta = 1$ وجود دارد. اگر مرتبه گراف 9 باشد، گراف حداکثر چند یال دارد؟

- ۲۴ (4)
- ۲۳ (3)
- ۲۲ (2)
- ۲۱ (1)

883 در گراف ساده ای با 12 یال اگر ماکزیمم درجه رأس ها 5 باشد، حداقل تعداد اعضای مجموعه V کدام است؟

- ۸ (4)
- ۷ (3)
- ۶ (2)
- ۵ (1)

884 در گراف ساده G با 5 رأس، اگر $\Delta(G) = 4$ و $\delta(G) = 2$ باشد، یال وجود دارد.

- ۸ (2) حداکثر
- ۵ (1) حداقل
- ۷ (3) حداکثر
- ۴ (4) حداقل

885 حاصل ضرب درجات رأس های یک گراف برابر 7 است. این گراف حداقل چند رأس دارد؟

- ۴ (4) چنین گرافی وجود ندارد
- ۸ (3)
- ۷ (2)
- ۱۴ (1)

886 حاصل ضرب درجات رأس های گراف G برابر 13 است. حاصل $\Delta(G) - \delta(G)$ کدام است؟

- ۱ (4)
- ۲ (3)
- ۱۳ (2)
- ۱۲ (1)

887 در یک گراف ساده با 9 رأس و 6 یال حداکثر چند رأس ایزوله وجود دارد؟

- ۵ (4)
- ۴ (3)
- ۳ (2)
- ۲ (1)

888 در یک گراف ساده با 10 رأس و 11 یال حداکثر چند رأس ایزوله وجود دارد؟

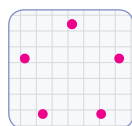
- ۶ (4)
- ۵ (3)
- ۴ (2)
- ۳ (1)

889 در یک گراف ساده از مرتبه 12 و اندازه 4 حداقل چند رأس ایزوله وجود دارد؟

- ۷ (4)
- ۶ (3)
- ۵ (2)
- ۴ (1)

890 در گراف ساده ای از مرتبه 20 اندازه برابر 5 است. این گراف حداقل چند رأس ایزوله دارد؟

- ۱۵ (4)
- ۱۴ (3)
- ۱۲ (2)
- ۱۰ (1)



14 اندازه گراف K_p برابر است.

۶ (A) ۴ (B)

15 اندازه گراف K_8 برابر است.

۱۰ (A) ۱۵ (B)

16 اندازه گراف کاملی برابر ۱۵ است. این گراف رأس دارد.

۷ (A) ۶ (B)

17 اندازه گراف کاملی برابر ۲۱ است. این گراف رأس دارد.

۷ (A) ۸ (B)

18 اندازه گراف چهار برابر مرتبه آن است.

K_8 (A) K_9 (B)

19 در گراف کامل مرتبه و اندازه برابر است.

K_3 (A) K_4 (B)

20 در چند گراف کامل مرتبه از اندازه بزرگ تر است؟

۳ (A) ۲ (B)

6 هر گراف یک گراف است.

کامل - منتظم (A) منتظم - کامل (B)

7 هر گراف الزاماً یک گراف نیست.

کامل - منتظم (A) منتظم - کامل (B)

8 گراف G که در آن تمام رأس های آن برابر با $V(G)$ باشد، است.

همسایگی باز - منتظم (A) همسایگی بسته - کامل (B)

9 درجه همه رأس های گراف K_p برابر با است.

$p-1$ (A) p (B)

10 در گراف درجه همه رأس ها ۵ است.

K_5 (A) K_6 (B)

11 هر گراف از مرتبه p یک گراف کامل است که آن را با K_p نشان می دهند.

$(p-1)$ - منتظم (A) p - منتظم (B)

12 گراف ۳ - منتظم مرتبه ۴ را با نشان می دهند.

K_3 (A) K_4 (B)

13 اندازه گراف کامل مرتبه p رابطه به دست می آید.

$\frac{p(p-1)}{2}$ (A) $\frac{p(p+1)}{2}$ (B)

6 A 7 B 8 B 9 A 10 B 11 A 12 B 13 A 14 A 15 A 16 B 17 A 18 B 19 A 20 B



909 در گراف کاملی مجموع مرتبه و اندازه ۶ است. این گراف چند رأس دارد؟

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴)

910 مجموع مرتبه و اندازه گراف کاملی ۱۰ است. این گراف چند یال دارد؟

۶ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۴ (۴)

911 مجموع مرتبه و اندازه گراف کاملی ۱۵ است. این گراف چند رأس دارد؟

۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

912 حاصل ضرب مرتبه و اندازه گراف کاملی ۲۴ است. این گراف چند یال دارد؟

۶ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

913 حاصل ضرب مرتبه و اندازه گراف کاملی ۵۰ است. این گراف چند یال دارد؟

۱۰ (۱) ۵ (۲) ۲۵ (۳) ۱۵ (۴)

914 حاصل ضرب مرتبه و اندازه گراف کاملی ۹۰ است. در این گراف درجه رأس ها کدام است؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴)

915 تفاضل اندازه و مرتبه گراف کاملی ۱۴ است. در این گراف همسایگی باز هر رأس چند عضو دارد؟

۸ (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴)

916 تفاضل مرتبه و اندازه گراف کاملی ۲۰ است. در این گراف همسایگی بسته هر رأس چند عضو دارد؟

۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

917 گراف مقابل با اضافه شدن چند یال، کامل می شود؟

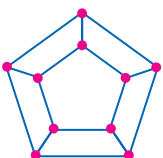
۱۰ (۱) ۹ (۲)

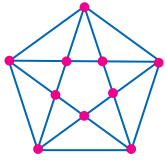
۸ (۳) ۱۱ (۴)

918 در گراف مقابل با اضافه شدن چند یال، درجه تمام رأس ها برابر ۹ می شود؟

۳۵ (۱) ۲۵ (۲)

۲۰ (۳) ۳۰ (۴)





919 گراف G مطابق شکل مفروض است، با اضافه شدن چند یال در این گراف $\delta(G)=9$ خواهد شد؟

۳۰ (۲) ۲۵ (۱)

۲۰ (۴) ۳۵ (۳)

920 یک گراف ۳- منتظم مرتبه ۶ با اضافه شدن چند یال، به یک گراف ۵- منتظم مرتبه ۶ تبدیل می شود؟

۷ (۴) ۱۰ (۳) ۶ (۲) ۹ (۱)

921 یک گراف ۲- منتظم مرتبه ۸ با اضافه شدن چند یال، همسایگی بسته تمام رأس ها یکسان می شود؟

۲۱ (۴) ۱۹ (۳) ۱۸ (۲) ۲۰ (۱)

922 یک گراف ۱- منتظم مرتبه ۶ با اضافه شدن چند یال، همسایگی باز تمام رأس ها ۵ عضوی خواهد شد؟

۱۵ (۴) ۱۲ (۳) ۱۱ (۲) ۹ (۱)

923 به گراف ۴- منتظم G ، ۱۸ یال اضافه کرده ایم تا هر دو رأس متمایزش مجاور شوند. گراف G چند رأس دارد؟

۱۱ (۴) ۱۰ (۳) ۹ (۲) ۸ (۱)

924 گراف ساده با اضافه شدن ۱۳ یال کامل و با کم شدن ۷ یال از آن ۲- منتظم می شود. مجموع مرتبه و اندازه این گراف کدام است؟

۲۳ (۴) ۱۹ (۳) ۲۲ (۲) ۲۱ (۱)

925 اگر مجموعه $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ مجموعه رأس های گراف ساده G باشند و دو رأس متمایز با این شرط مجاور باشند که اعداد مربوط به رأس های

آن ها نسبت به هم اول باشند، این گراف با اضافه شدن چند یال کامل می شود؟

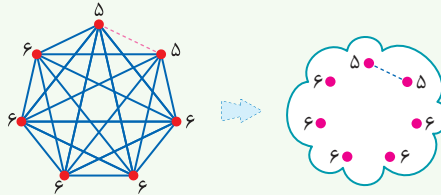
۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

10 گراف های نزدیک به کامل

اگر اندازه یک گراف نزدیک به یک گراف کامل باشد برای بررسی وضعیت، بهتر است آن را با گراف کامل هم مرتبه خودش، مقایسه کنیم. در این موارد به جای این که کل یال ها را رسم کنیم از روش نمادین برای رسم گراف استفاده می کنیم. به مثال زیر دقت کنید:

اگر اندازه یک گراف از مرتبه ۷ برابر ۲۰ باشد، این گراف چند رأس از درجه ۵ دارد؟

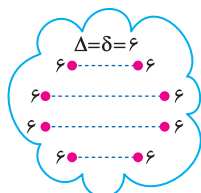
این گراف یک یال از گراف K_7 کم تر دارد. بنابراین همه رأس های آن به جز دو رأس، دارای درجه ۶ $\Delta = 6$ و آن دو رأس دارای درجه ۵ $\delta = 5$ هستند.



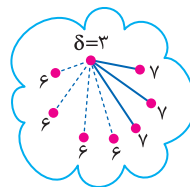
اگر اندازه یک گراف مرتبه ۸ برابر ۲۴ باشد، حداقل و حداکثر مقدار $\Delta - \delta$ را به دست آورید.

این گراف دارای ۲۴ یال است که نزدیک به گراف K_8 است، ولی ۴ یال کم تر از K_8 دارد. برای حل این مسئله، ابتدا فرض می کنیم که یک گراف کامل مرتبه ۸ داریم. سپس برای یافتن حداکثر و حداقل $\Delta - \delta$ گراف مورد نظر به صورت زیر عمل می کنیم:

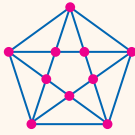
1) $Max(\Delta - \delta)$: برای این که $\Delta - \delta$ حداکثر شود، باید تا حد امکان Δ زیاد و δ کم شود. برای این منظور هر ۴ یال را از یک رأس برمی داریم؛



$$\Rightarrow \text{Min}(\Delta - \delta) = 6 - 6 = 0$$



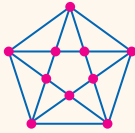
$$\Rightarrow \text{Max}(\Delta - \delta) = 7 - 3 = 4$$



5 گراف مقابل دارای دور با طول 5 است.

12 A

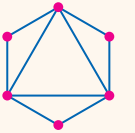
10 B



6 گراف مقابل دارای دور با طول 4 است.

10 A

5 B



7 گراف مقابل دارای دور با طول فرد است.

5 A

7 B

8 گراف فوق دور با طول زوج دارد.

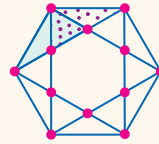
4 B

3 A

9 گراف مقابل دور به طول فرد دارد.

صفر B

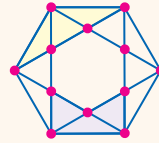
6 A



1 گراف مقابل دارای دور با طول 4 است.

10 A

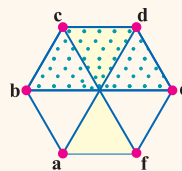
12 B



2 گراف مقابل دارای دور با طول 5 است.

10 A

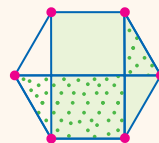
12 B



3 گراف مقابل دارای دور با طول 4 است.

9 A

6 B



4 گراف زیر دارای دور با طول 5 است.

6 A

4 B

1 B 2 B 3 A 4 A 5 A 6 A 7 B 8 B 9 B

1004 گراف مقابل [گراف پترسن] دارای دور با طول 5 است.

12 (2)

10 (1)

11 (4)

8 (3)

1005 گراف مقابل چند دور با طول 5 دارد؟

7 (2)

5 (1)

12 (4)

10 (3)

1006 گراف مقابل چند دور با طول 4 دارد؟

5 (2)

4 (1)

7 (4)

6 (3)

1007 گراف مقابل چند دور به طول 4 دارد؟

4 (2)

1 (1)

6 (4)

5 (3)

1008 گراف مقابل چند دور به طول فرد دارد؟

9 (2)

8 (1)

7 (4)

10 (3)

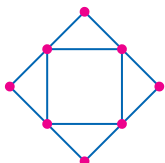
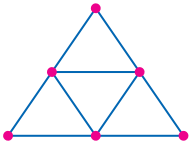
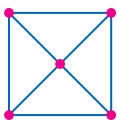
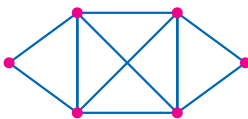
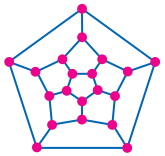
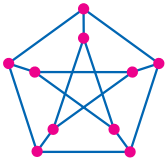
1009 گراف مقابل چند دور با طول 5 دارد؟

4 (2)

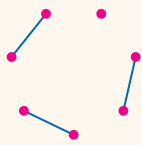
2 (1)

8 (4)

6 (3)



50 برای این که عدد احاطه‌گری گراف زیر برابر ۲ شود، باید حداقل یال

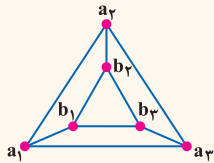


به گراف اضافه شود.

۳ A

۲ B

51 در گراف زیر مجموعه‌های احاطه‌گر دو عضوی به صورت است.



{a₁, a₂} A

{a₁, b₂} B

52 اگر G یک گراف n رأسی با ماکزیمم درجه Δ باشد و γ(G) عدد احاطه‌گری

باشد، آن گاه نامساوی همواره برقرار است.

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \quad A$$

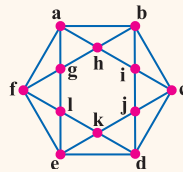
$$\gamma(G) \leq \left\lceil \frac{n}{\Delta} \right\rceil \quad B$$

53 درگرافی از مرتبه ۱۳ اگر Δ=۳ باشد، عدد احاطه‌گری نمی‌تواند باشد.

۴ B

۳ A

44 در گراف زیر، مجموعه یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.



{a, k, j} A

{b, e, g, j} B

45 عدد احاطه‌گری گراف فوق برابر با است.

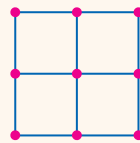
۳ A

۴ B

46 عدد احاطه‌گری گراف مقابل برابر با است.

۳ A

۴ B

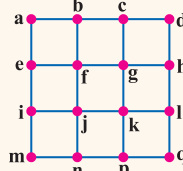


47 در گراف مقابل، مجموعه یک مجموعه

احاطه‌گر مینیمم است.

{b, i, p, h} A

{e, c, i, n} B



48 عدد احاطه‌گری گراف فوق برابر با است.

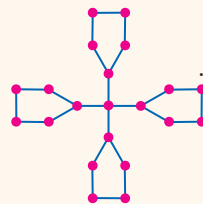
۵ A

۴ B

49 عدد احاطه‌گری گراف مقابل برابر با است.

۷ A

۸ B



44 A 45 B 46 A 47 A 48 B 49 B 50 A 51 B 52 A 53 A

1041 عدد احاطه‌گری در مکمل گراف G با درجه رئوس ۲, ۲, ۳, ۳, ۳, ۵ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

1042 در گراف همبند و دور دار G مجموع مرتبه و اندازه ۹ است. مقدار γ(G) کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

1043 در گراف G از مرتبه ۱۳ عدد احاطه‌گری برابر ۳ است، کوچک‌ترین مقدار برای Δ(G) در این گراف کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

1044 گراف مقابل، گراف نظیر با نقشه یک منطقه شامل چند روستا و جاده‌های بین آن روستاها و مسافت بین آن‌هاست. اگر

بخواهیم چند مدرسه در برخی از روستاها احداث کنیم به طوری که فاصله هر روستا از نزدیک‌ترین مدرسه بیش از ۴ کیلومتر

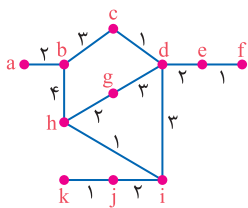
نباشد حداقل چند مدرسه باید احداث کرد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



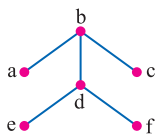
1045 در گراف مقابل با حذف کدام یال عدد احاطه‌گری تغییر نمی‌کند؟

ab (۴)

bd (۳)

bc (۲)

df (۱)



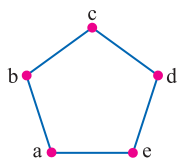
1046 گراف مقابل چند γ-مجموعه متمایز فاقد رأس C دارد؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)



1047 بازه‌های (۴, ۹), (۲, ۴), (۳, ۵), (۱, ۳), (۵, ۷) را در نظر بگیرید. دو رأس متناظر با بازه‌های (a, b), (c, d) در گراف G مجاورند به شرط آن که

اشتراک این دو بازه تهی نباشد. عدد احاطه‌گری گراف G کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

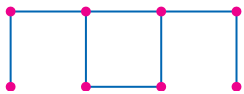


1048 حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف G از مرتبه ۵ برابر ۵۴ است. عدد احاطه‌گری مکمل گراف G کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1049 حداقل چند یال به گراف مقابل باید اضافه کرد تا عدد احاطه‌گری آن یک واحد کم شود؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



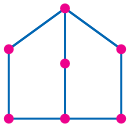
1050 اعضای مجموعه $V = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ را به عنوان رأس‌های گراف G در نظر بگیرید. اگر دو رأس متمایز به این شرط مجاور باشند که مجموع اعداد

نظیر آن‌ها مضرب ۳ باشد، عدد احاطه‌گری گراف G کدام است؟

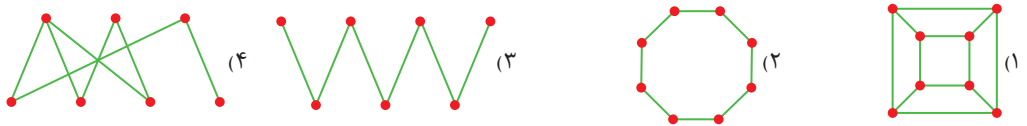
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1051 در گراف مقابل با حذف حداکثر چند یال عدد احاطه‌گری ثابت می‌ماند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



1052 عدد احاطه‌گری کدام گراف از سایرین کوچک‌تر است؟



1053 در گراف ناهمبند و نامنتظم G مجموع مرتبه و اندازه برابر ۵ است. عدد احاطه‌گری این گراف کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1054 در گراف همبند G مجموع مرتبه و اندازه برابر ۷ و عدد احاطه‌گری ۲ است، تعداد رأس‌های از درجه مینیمم در این گراف کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1055 در گراف ناهمبند G از مرتبه ۷ تعداد یال‌ها برابر ۱۵ است. عدد احاطه‌گری این گراف کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

1056 کمترین مقدار برای احاطه‌گری یک گراف ناهمبند کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1057 در گراف ۳-منتظم و ناهمبند G از مرتبه ۸ عدد احاطه‌گری کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1058 در یک گراف $\Delta(G) = 4$ و $\gamma(G) = 3$ است. حداکثر مرتبه گراف کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵) ۶ (۶) ۷ (۷) ۸ (۸) ۹ (۹) ۱۰ (۱۰) ۱۱ (۱۱) ۱۲ (۱۲)

1059 در مکمل گراف G با درجه رئوس ۲, ۲, ۲, ۲, ۴ عدد احاطه‌گری کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1060 اگر $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ مجموعه رأس‌های گراف G باشد و دو رأس با این شرط همسایه باشند که مجموع اعداد نظیر آن‌ها برابر ۷ باشد، عدد

احاطه‌گری این گراف کدام است؟

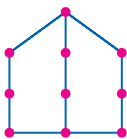
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1061 در گراف فاقد دور G از مرتبه ۵ اندازه برابر ۳ است. کمترین مقدار ممکن برای عدد احاطه‌گری این گراف کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

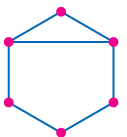
1062 عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)



1063 در گراف شکل مقابل با اضافه کردن حداقل چند یال عدد احاطه‌گری یک واحد کاهش می‌یابد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



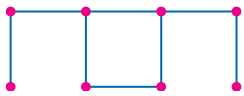


1048 حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف G از مرتبه ۵ برابر ۵۴ است. عدد احاطه‌گری مکمل گراف G کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1049 حداقل چند یال به گراف مقابل باید اضافه کرد تا عدد احاطه‌گری آن یک واحد کم شود؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



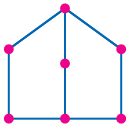
1050 اعضای مجموعه $V = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ را به عنوان رأس‌های گراف G در نظر بگیرید. اگر دو رأس متمایز به این شرط مجاور باشند که مجموع اعداد

نظیر آن‌ها مضرب ۳ باشد، عدد احاطه‌گری گراف G کدام است؟

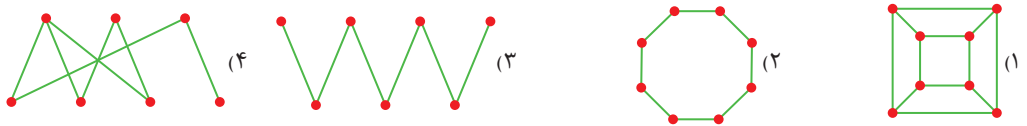
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1051 در گراف مقابل با حذف حداکثر چند یال عدد احاطه‌گری ثابت می‌ماند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



1052 عدد احاطه‌گری کدام گراف از سایرین کوچک‌تر است؟



1053 در گراف ناهمبند و نامنتظم G مجموع مرتبه و اندازه برابر ۵ است. عدد احاطه‌گری این گراف کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1054 در گراف همبند G مجموع مرتبه و اندازه برابر ۷ و عدد احاطه‌گری ۲ است، تعداد رأس‌های از درجه مینیمم در این گراف کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1055 در گراف ناهمبند G از مرتبه ۷ تعداد یال‌ها برابر ۱۵ است. عدد احاطه‌گری این گراف کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

1056 کمترین مقدار برای احاطه‌گری یک گراف ناهمبند کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1057 در گراف ۳-منتظم و ناهمبند G از مرتبه ۸ عدد احاطه‌گری کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1058 در یک گراف $\Delta(G) = 4$ و $\gamma(G) = 3$ است. حداکثر مرتبه گراف کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵) ۶ (۶) ۷ (۷) ۸ (۸) ۹ (۹) ۱۰ (۱۰) ۱۱ (۱۱) ۱۲ (۱۲)

1059 در مکمل گراف G با درجه رؤس ۲, ۲, ۲, ۲, ۴ عدد احاطه‌گری کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1060 اگر $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ مجموعه رأس‌های گراف G باشد و دو رأس با این شرط همسایه باشند که مجموع اعداد نظیر آن‌ها برابر ۷ باشد، عدد

احاطه‌گری این گراف کدام است؟

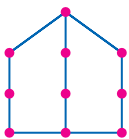
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1061 در گراف فاقد دور G از مرتبه ۵ اندازه برابر ۳ است. کمترین مقدار ممکن برای عدد احاطه‌گری این گراف کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

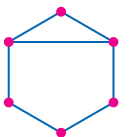
1062 عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)



1063 در گراف شکل مقابل با اضافه کردن حداقل چند یال عدد احاطه‌گری یک واحد کاهش می‌یابد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



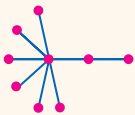
21 اگر در یک گراف p رأسی $\Delta = p - 1$ باشد، عدد احاطه‌گری برابر با است.

- ۱ (A) ۲ (B)

22 در گرافی با درجهٔ رؤوس $1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 7$ ، عدد احاطه‌گری برابر با است.

- ۷ (A) ۱ (B)

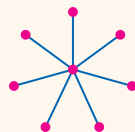
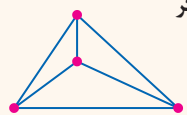
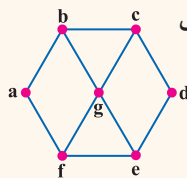
23 عدد احاطه‌گری گراف مقابل برابر با است.



- ۲ (A) ۳ (B)

24 اگر در یک گراف p رأسی $\Delta = p - 2$ باشد، عدد احاطه‌گری برابر با است.

- ۲ (A) ۳ (B)



18 در گراف مقابل مجموعهٔ احاطه‌گر دو عضوی وجود دارد.

- ۲ (A) ۳ (B)

19 در گراف مقابل، تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر تک عضوی برابر با است.

- ۱ (A) ۴ (B)

20 عدد احاطه‌گری در گراف مقابل برابر با است.

- ۱ (A) ۷ (B)

18 A 19 B 20 A 21 A 22 B 23 A 24 A

1069 در گراف 2 -منتظم G از مرتبهٔ 12 فقط دورهای با طول 3 وجود دارد. عدد احاطه‌گری این گراف کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

1070 عدد احاطه‌گری گراف P_n برابر 6 است. حداقل مقدار n کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴)

1071 در گراف P_n تعداد مسیرهای با طول 2 برابر 10 است. عدد احاطه‌گری این گراف کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

1072 از گراف C_6 حداکثر چند یال می‌توان حذف کرد به طوری که عدد احاطه‌گری آن تغییری نکند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1073 در گراف 2 -منتظم G از مرتبهٔ 11 بیش از یک دور با طول 4 وجود دارد. در این گراف $\chi(G)$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

1074 عدد احاطه‌گری مکمل گراف P_{11} کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

1075 در گراف C_n عدد احاطه‌گری برابر 5 است. برای n چند جواب مختلف وجود دارد؟

- ۱۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴)

1076 عدد احاطه‌گری در کدام گراف با عدد احاطه‌گری گراف مقابل برابر است؟

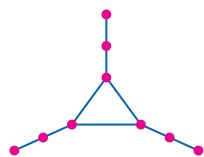
- ۱- منتظم مرتبهٔ 10 ۲- منتظم مرتبهٔ 8
۳- C_8 ۴- P_{10}

1077 عدد احاطه‌گری در مکمل گراف C_{10} کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

1078 مجموعهٔ $V = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ را به عنوان رأس‌های گراف G در نظر بگیرید. اگر دو رأس متمایز با این شرط مجاور باشند که اعداد نظیر آن‌ها متوالی باشند، عدد احاطه‌گری گراف G کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



1106 چند گراف با رئوس $V = \{a, b, c\}$ وجود دارد که مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دو عضوی یکتا داشته باشد؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

1107 در گراف همبند G حاصل ضرب مرتبه و اندازه 20 است. یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال در این گراف حداکثر چند عضو دارد؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)
۵ (۴)

1108 چند گراف با رئوس $V = \{a, b, c\}$ وجود دارد که مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دو عضوی غیر یکتا داشته باشد؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)
۶ (۱)

1109 گراف C_6 چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال سه عضوی دارد؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)
بیش از ۳

1110 در کدام گراف هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال، یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم نیز هست؟



1111 یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال در گراف مقابل حداکثر چند عضو دارد؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)
۵ (۱)
۶ (۲)
۷ (۳)
۸ (۴)

1112 در گراف G از مرتبهٔ 5 حاصل ضرب درجهٔ رأس‌ها 18 است، در این گراف یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال حداکثر چند عضو دارد؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)
۵ (۴)
۶ (۲)
۷ (۳)
۸ (۴)

1113 چند گراف با رئوس $V = \{a, b, c\}$ وجود دارد که هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم نیز باشد؟

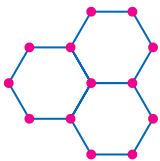
- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)
۵ (۳)
۶ (۲)
۷ (۳)
۸ (۴)

1114 مجموعهٔ $V = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ را به عنوان رأس‌های گراف سادهٔ G در نظر بگیرید اگر دو رأس متمایز با این شرط مجاور باشند که اعداد نظیر آن‌ها نسبت به هم غیر اول باشند، در این صورت حداکثر تعداد اعضای یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال در این گراف کدام است؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)
۵ (۳)
۶ (۲)
۷ (۳)
۸ (۴)

1115 در یک گراف همبند و فاقد دور از مرتبهٔ 6 دو رأس از درجهٔ 3 وجود دارد. یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال در این گراف حداکثر چند عضو دارد؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)
۵ (۴)
۶ (۲)
۷ (۳)
۸ (۴)



17 تعداد اعداد سه رقمی زوج برابر با است.

$9 \times 10 \times 5$ B $8 \times 8 \times 5$ A

18 تعداد اعداد سه رقمی زوج با ارقام متمایز برابر با است.

$9 \times 8 \times 1 + 8 \times 8 \times 4$ B $8 \times 8 \times 5$ A

15 تعداد اعداد سه رقمی فرد برابر با است.

$8 \times 8 \times 5$ B $9 \times 10 \times 5$ A

16 تعداد اعداد سه رقمی فرد با ارقام متمایز برابر با است.

$9 \times 10 \times 5$ B $8 \times 8 \times 5$ A

15 A 16 A 17 B 18 B

1136 تعداد اعداد سه رقمی که رقم وسط آن‌ها مضرب 3 باشد، کدام است؟

$270(4)$ $224(3)$ $360(2)$ $400(1)$

1137 تعداد اعداد سه رقمی زوج که در آن‌ها رقم 7 به کار نرفته باشد کدام است؟

$280(4)$ $405(3)$ $720(2)$ $360(1)$

1138 چند عدد چهار رقمی با ارقام فرد متمایز و بزرگ‌تر از 3000 وجود دارد؟

$72(4)$ $96(3)$ $48(2)$ $250(1)$

1139 با ارقام 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 چند عدد سه رقمی بزرگ‌تر از 310 می‌توان نوشت؟

$97(4)$ $98(3)$ $101(2)$ $100(1)$

1140 با ارقام 1, 2, 3, 4, 5 چند عدد سه رقمی فرد بزرگ‌تر از 300 با ارقام متمایز می‌توان ساخت؟

$21(4)$ $42(3)$ $48(2)$ $36(1)$

04

اصل تفریق

در بعضی مسائل، محاسبه تعداد حالت‌های نامطلوب، از محاسبه تعداد حالت‌های مطلوب مسئله راحت‌تر است. برای حل این نوع مسائل، ابتدا تعداد حالت‌های نامطلوب را محاسبه می‌کنیم و از تعداد کل حالت‌های ممکن کم می‌کنیم. این اصل را اصل تفریق یا متمم می‌نامند.

تعداد حالت‌های نامطلوب - تعداد کل حالت‌ها = تعداد حالت‌های مطلوب

مهم‌ترین کاربردهای اصل تفریق در مسائل شمارش

- برای محاسبه تعداد اعدادی که شامل رقم مشخصی باشند، تعداد اعداد فاقد آن رقم را حساب می‌کنیم و سپس تعداد اعداد فاقد آن رقم را از کل اعداد کم می‌کنیم.
- در مسائل مربوط به شمارش اگر به کلماتی نظیر حداقل (لااقل یا دست‌کم) یا حداکثر برخوردیم، احتمالاً باید به سراغ اصل تفریق (متمم) برویم.
- مسائلی که از فعل‌های منفی در آن‌ها استفاده شده باشد، معمولاً به کمک اصل تفریق حل می‌شوند.

3 تعداد اعداد سه رقمی بزرگ‌تر از 300 با این ارقام برابر با است.

$3 \times 6 \times 5$ A $3 \times 6 \times 6 - 1$ B

4 تعداد اعداد سه رقمی بزرگ‌تر از 401 برابر با است.

$2 \times 6 \times 6 - 2$ A $2 \times 6 \times 6 - 1$ B

5 تعداد اعداد سه رقمی کوچک‌تر از 300 برابر با است.

$2 \times 6 \times 6$ A $2 \times 5 \times 4$ B

ارقام {0, 1, 2, 3, 4, 5} را در نظر بگیرید؛

1 تعداد اعداد سه رقمی فاقد 2 با این ارقام برابر با است.

$4 \times 5 \times 5$ A $4 \times 4 \times 3$ B

2 تعداد اعداد سه رقمی شامل رقم 2 با این ارقام برابر با است.

$4 \times 5 \times 5$ A

$5 \times 6 \times 6 - 4 \times 5 \times 5$ B

← NEXT

1 A 2 B 3 B 4 A 5 A





Comprehensive Test

Rene Descartes
1650-1596

سراسری ریاضی - داخل ۹۹

آزمون جامع ۱

دهم + یازدهم + دوازدهم

۱. اگر A و B دو مجموعه غیر تهی با شرط $A \subseteq B$ باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟

$A - B' = A$ (۲)

$B - A' = A$ (۱)

$B \cap A' = \emptyset$ (۳)

$A \cap B' = \emptyset$ (۴)

۲. مجموعه $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ با کدام مجموعه برابر است؟

$A \cap B'$ (۲)

$A \cup B'$ (۱)

B' (۴)

A (۳)

۳. در مجموعه‌های چهار عضوی $A = \{x+2, 1, 4, y\}$, $B = \{5, 7, z, t-1\}$ ، فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد. تعداد مجموعه‌های به صورت $\{(x, y), (z, t)\}$ کدام است؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۶ (۴)

۴ (۳)

۴. کدام یک از گزاره‌های زیر، هم ارز منطقی گزاره $p \Leftrightarrow q$ است؟

$(p \vee q) \vee \sim(p \wedge q)$ (۲)

$(p \wedge q) \vee \sim(p \vee q)$ (۱)

$(p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$ (۴)

$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$ (۳)

۵. تعداد اعداد طبیعی چهار رقمی بخش پذیر بر ۵، با ارقام غیر تکراری، کدام است؟

۹۵۲ (۲)

۹۴۸ (۱)

۹۷۲ (۴)

۹۶۸ (۳)

۶. تعداد جملات در بسط عبارت $(a+b+c)^{12}$ ، کدام است؟

۷۸ (۲)

۷۲ (۱)

۹۱ (۴)

۸۴ (۳)

۷. در جعبه‌ای ۷ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۱۰ کتاب ریاضی موجود است. حداقل چند کتاب از این جعبه برداریم تا مطمئن باشیم، حداقل ۴ کتاب، هم موضوع است؟

۹ (۲)

۱۰ (۱)

۷ (۴)

۸ (۳)

۸. به تصادف یک عدد طبیعی دو رقمی انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ است؟

$\frac{3}{5}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

$\frac{8}{15}$ (۴)

$\frac{7}{15}$ (۳)

۹. تاس همگنی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده یک عدد فرد است، احتمال این که لااقل یکی از تاس‌های رو شده ۲ باشد، کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{5}{12}$ (۱)

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{7}{12}$ (۳)



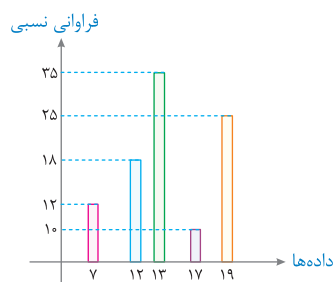


۱۰. سه ظرف داریم. در ظرف اول ۹ مهره سفید، در دومی ۹ مهره سیاه و در سومی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. به تصادف از یک ظرف ۲ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره سیاه است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{11}{18}$
- (۳) $\frac{25}{36}$
- (۴) $\frac{13}{18}$

۱۱. A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای هستند. اگر $P(A) = \frac{5}{4}$, $P(B|A) = \frac{5}{25}$, $P(B) = \frac{5}{3}$ باشد، $P(B|A')$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{1}{5}$



۱۲. با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمی گسسته، میانگین کدام است؟

- (۱) ۱۳
- (۲) ۱۳/۸
- (۳) ۱۴
- (۴) ۱۴/۲

۱۳. چند عدد طبیعی مضرب ۹ وجود دارد، که باقی‌مانده تقسیم آن اعداد بر ۴۳۰، با مجذور خارج قسمت، برابر باشد؟

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

۱۴. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ برابر بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک آن‌ها است. اگر مجموع این دو عدد ۱۳۶ باشد، تفاضل آن دو عدد، کدام است؟

- (۱) ۴۲
- (۲) ۴۸
- (۳) ۵۲
- (۴) ۵۶

۱۵. اگر عدد $2^n - 1$ بر عدد ۲۱۷ بخش پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی n ، کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

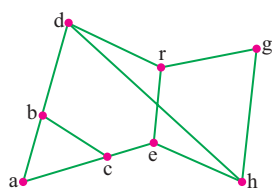
۱۶. عدد چهار رقمی \overline{aabb} مجذور عدد دو رقمی \overline{cc} است. $a - b$ ، کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۱۷. اگر درجه رأس‌های یک گراف ۴، ۴، ۲، ۲، ۲، ۲ باشد، تعداد تمام دورهای موجود، کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

۱۸. در گراف زیر، کدام مجموعه، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال، نیست؟



- (۱) $\{a, e, g\}$
- (۲) $\{a, f, g\}$
- (۳) $\{b, c, g\}$
- (۴) $\{e, f, h\}$

۱۹. در یک گراف ۷ رأسی غیرتهی و غیرکامل $K -$ منتظم، K چند عدد می‌تواند اختیار کند؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۲۰. سه دوست با هم به اردویی ۳ روزه می‌روند. ۳ مجله ریاضی ۱، ۲، ۳، با سه مجله ادبی A, B, C در اختیار آن‌ها قرار دارد در هر روز هریک از آنان یک مجله ریاضی و یک مجله ادبی مطالعه می‌کنند، [و هر مجله ادبی با هر مجله ریاضی دقیقاً یک بار استفاده شود] اگر برنامه‌ریزی مجله ریاضی به صورت مربع لاتین زیر باشد، به چند طریق برنامه‌ریزی ادبی انجام شود، به شرط آن‌که نفر اول در روز اول مجله A را مطالعه کند؟

۱	۳	۲
۲	۱	۳
۳	۲	۱

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴



1286 ۲ به رنگ جمله‌ها و ارتباط آن‌ها با محاسبات در بسط $(a+b-c)^6$ دقت کنید:

$$(-1)^3 \times \frac{6!}{2!1!3!} = -4 \times 60 = -240$$

1287 ۳ برای ایجاد شدن جمله xy^2 باید توان x برابر ۱ و توان y برابر ۲ شود. از طرفی چون مجموع توان‌ها باید ۵ باشد، پس توان عدد ۲ نیز برابر ۲ است، بنابراین به رنگ جمله‌ها و ارتباط آن‌ها با محاسبات در بسط $(3x+y+2)^5$ دقت کنید:

$$xy^2 \text{ ضرب} = (3)^1 (1)^2 (2)^2 \times \frac{5!}{1!2!2!} = 12 \times 30 = 360$$

1288 ۲ اگر توان جملات را X_1, X_2, X_3 فرض کنیم، تعداد کل جملات بسط برابر تعداد جواب‌های صحیح و منفی معادله $X_1 + X_2 + X_3 = 8$ است حال چون می‌خواهیم توان x برابر ۲ باشد، در معادله به جای X_1 عدد ۲ قرار می‌دهیم و داریم:

$$2 + X_2 + X_3 = 8 \Rightarrow X_2 + X_3 = 6 \Rightarrow N = \binom{1+6}{1} = 7$$

1289 ۴ فرض می‌کنیم توان جملات بسط X_1, X_2, X_3 هستند. بنابراین باید تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $X_1 + X_2 + X_3 = 7$ را با شرط $X_1 > 3$ یعنی $X_1 \geq 4$ به دست آوریم، بنابراین ۴ پرتقال از ۷ پرتقال موجود را کنار می‌گذاریم و ۳ پرتقال باقی‌مانده را بین ۳ نفر توزیع می‌کنیم:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 3 \Rightarrow N = \binom{2+3}{2} = 10$$

1290 ۱ چون تعداد جواب‌های صحیح را در بازه $[0, 3]$ می‌خواهیم، پس قدر مطلق بی‌تأثیر است. بنابراین متغیر صحیح و نامنفی X_4 را به طرف اول اضافه می‌کنیم و نامعادله را به معادله تبدیل می‌کنیم:

$$X_1 + |X_2| + \sqrt{X_3} \leq 2 \Rightarrow X_1 + X_2 + \sqrt{X_3} + X_4 = 2$$

حال چون رادیکال روی متغیر X_3 قرار گرفته، پس به آن عدد می‌دهیم:

$$\begin{aligned} 1 \quad X_3 = 0 &\Rightarrow X_1 + X_2 + X_4 = 2 \Rightarrow N_1 = \binom{2+2}{2} = 6 \\ 2 \quad X_3 = 1 &\Rightarrow X_1 + X_2 + X_4 = 1 \Rightarrow N_2 = \binom{2+1}{2} = 3 \end{aligned} \Rightarrow N = 6 + 3 = 9$$

1291 ۲ عدد سه رقمی مورد نظر را به صورت $\overline{X_1 X_2 X_3}$ در نظر می‌گیریم، بنابراین باید تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی نامعادله $X_1 + X_2 + X_3 \leq 9$ را با شرط $X_1 \geq 1$ به دست آوریم. حال متغیر صحیح و نامنفی X_4 را به طرف اول اضافه می‌کنیم و نامعادله را به معادله تبدیل می‌کنیم:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 9 \xrightarrow{X_1 \geq 1} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 8 \Rightarrow N = \binom{11}{3} = 165$$

1292 ۳ متغیر صحیح و نامنفی X_4 را به طرف چپ اضافه می‌کنیم و نامعادله را به معادله تبدیل می‌کنیم، اما متغیرهای اصلی نامعادله باید طبیعی باشند، بنابراین ابتدا ۲ پرتقال از ۷ پرتقال موجود را به آن‌ها می‌دهیم و ۴ پرتقال باقی‌مانده را توزیع می‌کنیم:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 4 \Rightarrow N = \binom{3+4}{3} = 35$$

1293 ۴ ابتدا نامعادله را به صورت $3 \leq X_1 + X_2 + X_3 \leq 8$ می‌نویسیم. حال باید تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی $2 \leq X_1 + X_2 + X_3 \leq 8$ را از تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی نامعادله $8 \leq X_1 + X_2 + X_3 \leq 8$ کم کنیم، بنابراین هر دو نامعادله را به معادله تبدیل می‌کنیم:

$$1 \quad X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 8 \Rightarrow N_1 = \binom{3+8}{3} = 165$$

$$N = 165 - 10 = 155$$

$$2 \quad X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 2 \Rightarrow N_2 = \binom{2+3}{3} = 10$$

1294 ۱ ابتدا متغیر صحیح و نامنفی X_4 را به طرف اول اضافه می‌کنیم و نامعادله را به معادله $7 = X_1 + 2X_2 + X_3 + X_4$ تبدیل می‌کنیم. حال چون متغیر X_2 دارای حالت غیرعادی است، پس باید به آن عدد می‌دهیم:

$$1 \quad X_2 = 1 \Rightarrow X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 5 \Rightarrow N_1 = \binom{5+2}{2} = 21$$

$$N = 21 + 10 = 31$$

$$2 \quad X_2 = 2 \Rightarrow X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 3 \Rightarrow N_2 = \binom{3+2}{2} = 10$$

1295 ۳ اگر تعداد مدادهایی که به افراد می‌رسد را با X_1 و تعداد خودکارها را با Y_1 نمایش دهیم، خواهیم داشت:

$$1 \quad Y_1 + Y_2 + Y_3 = 5 \Rightarrow N_1 = \binom{4+2}{2} = 15$$

$$2 \quad X_1 + X_2 + X_3 = 4 \Rightarrow N_2 = \binom{5+2}{2} = 21$$

حال چون توزیع مدادها و خودکارها توأم با هم انجام می‌شود باید تعداد جواب‌های این دو معادله را در هم ضرب کنیم:

$$N = N_1 \times N_2 = 15 \times 21 = 315$$

1296 ۴ معادله کوچک‌تر را در معادله بزرگ‌تر جای‌گذاری می‌کنیم تا به دستگاه

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 5 \\ X_1 + X_2 + X_3 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_4 + X_5 = 3 \\ X_1 + X_2 + X_3 = 2 \end{cases}$$

حال تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی دو معادله اخیر را در هم ضرب می‌کنیم:

$$N = N_1 \times N_2 = \binom{3+1}{1} \binom{2+2}{2} = \binom{4}{1} \binom{4}{2} = 4 \times 6 = 24$$

1297 ۲ تعداد راه‌های ممکن برابر با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی دستگاه

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 7 \\ X_1 + X_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_3 + X_4 + X_5 = 3 \\ X_1 + X_2 = 4 \end{cases}$$

$$N = N_1 \times N_2 = \binom{3+2}{2} \binom{4+1}{1} = 10 \times 5 = 50$$

1298 ۳ با توجه به اعداد معلوم مربع لاتین را کامل می‌کنیم:

۳	۲	۴	۱
۱	۴	۲	۳
۴	۱	۳	۲
۲	۳	۱	۴

$$a + b = 3 + 2 = 5$$

1299 **۳** با توجه به مربع لاتین داده شده، باید اعداد روی قطر فرعی یکسان باشند. همچنین می‌دانیم تعداد مربع‌های لاتینی که اعداد روی قطر فرعی آن‌ها یکسان است، برابر ۶ است.

1300 **۴** در این مربع لاتین اعداد روی قطر اصلی یکسان اند. از طرفی اگر اعداد روی قطر اصلی یکسان باشند، اعداد روی قطر فرعی ۱، ۲، ۳ هستند که مجموع آن‌ها برابر ۶ است.

1301 **۲** با توجه به این که در مربع لاتین، در هیچ سطر و هیچ ستونی عدد تکراری وجود ندارد، پس تنها مقدار قابل قبول $a = 2$ است.

1302 **۳** دو مربع لاتین وجود دارد که سطر اول آن‌ها $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ باشد:

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

 $\rightarrow a+b=5$

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

 $\rightarrow a+b=2$

1303 **۳** با توجه به این که $27 = 3 \times 3 \times 3$ ، پس ارقام روی قطر اصلی همگی برابر هستند. بنابراین ارقام روی قطر فرعی، ارقام متمایز ۱، ۲، ۳ هستند که حاصل ضرب آن‌ها برابر ۶ است.

1304 **۳** برای برنامه‌ریزی نیاز به یک مربع لاتین 3×3 است و از آن‌جا که ۱۲ مربع لاتین 3×3 وجود دارد بنابراین به ۱۲ طریق می‌توان برنامه تدریس برای این ۳ مدرس در ۳ کلاس متمایز در ۳ جلسه متوالی تعیین کرد.

1305 **۳** اگر یک درایه از یک مربع لاتین 3×3 معلوم باشد، ۴ مربع لاتین قابل تصور است، که در ۲ تای آن‌ها اعداد روی قطر اصلی یکسان است و در ۲ تای دیگر اعداد روی قطر فرعی یکسان است.

1306 **۲** اگر یک سطر یا یک ستون از مربع لاتین 3×3 معلوم باشد، دو مربع لاتین قابل تصور است، که در یکی از آن‌ها اعداد روی قطر اصلی یکسان است و در دیگری اعداد روی قطر فرعی یکسان است.

1307 **۲** اگر جایگاه یکی از اعداد در مربع لاتین مشخص شده باشد (مثلاً بدانییم «۱» در کدام خانه‌ها قرار گرفته است) دو مربع لاتین 3×3 با این شرایط قابل تصور است.

1308 **۲** مربع لاتین داده شده را کامل می‌کنیم، سپس تغییرات را مرحله به مرحله

اعمال می‌کنیم:

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

 $\xrightarrow{\text{تعویض جای سطر اول و دوم}}$

۲	۳	۱
۳	۱	۲
۱	۲	۳

 $\xrightarrow{\begin{matrix} 2 \rightarrow 3 \\ 3 \rightarrow 2 \end{matrix}}$

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

1309 **۲** در مربع داده شده اعداد قطر اصلی یکسان است، بنابراین با مربعی متعامد است که اعداد قطر فرعی یکسان باشد.

1310 **۲** خانه‌های a, b, c, d در مربع دیگر همگی با ۲ پر شده‌اند؛ پس باید به جای آن‌ها ارقام متمایز ۱، ۲، ۳، ۴ قرار گیرند که مجموع آن‌ها برابر ۱۰ است.

1311 **۲** می‌دانیم تعداد مربع‌های لاتینی که همه اعداد روی قطر اصلی یا قطر فرعی آن‌ها برابر ۳ باشد، دو تا است. که هر مربع لاتینی که اعداد روی قطر اصلی آن ۳ است، با دو مربع لاتین دیگری که همه اعداد روی قطر فرعی آن برابر ۳ است، متعامد می‌باشد. پس ۴ جفت مربع لاتین با شکل‌های گفته شده وجود دارد.

1312 **۴** با توجه به این که $6 = 3 \times 2 \times 1$ است، پس اعداد تشکیل دهنده روی قطر اصلی ۱، ۲، ۳ هستند. یعنی در مربع لاتین A، اعداد روی قطر فرعی یکسان هستند. بنابراین مربع لاتین A، با مربعی متعامد است که اعداد روی قطر اصلی آن یکسان باشد. که فقط گزینه ۴ این ویژگی را دارد.

در این سؤال، نیازی به تکمیل مربع‌های لاتین نیست. در گزینه ۴، چون اعداد روی نواری که موازی قطر اصلی اصلی است، یکسان هستند، پس اعداد روی قطر اصلی آن نیز یکسان اند.

1313 **۴** در مربع لاتین A، همه اعداد روی قطر فرعی یکسان اند. بنابراین با همه مربع‌های لاتین 3×3 که اعداد روی قطر اصلی آن‌ها یکسان است متعامد است، پس گزینه ۴ جواب است.

1314 **۲** خانه‌هایی که در مربع لاتین داده شده، با رقم «۲» پر شده‌اند، در گزینه‌های ۱ و ۲ نیز با رقم «۲» پر شده‌اند. خانه‌هایی که در مربع لاتین داده شده با رقم «۴» پر شده‌اند، در گزینه ۳ نیز با رقم «۴» پر شده‌اند. پس این مربع‌ها نمی‌توانند با مربع لاتین داده شده متعامد باشند.

1315 **۴** مربع لاتین داده شده با ۶ مربع لاتین دیگر که اعداد روی قطر اصلی آن‌ها یکسان است، متعامد است.

1316 **۲** مربع A با تمام مربع‌های لاتین حاصل از جایگشت روی اعضای B متعامد است، از طرفی با اعمال جایگشت روی اعضای B می‌توان $3! = 6$ مربع لاتین جدید به دست آورد که همگی با A متعامد هستند.

1317 **۴** بررسی گزینه‌ها:

۱ فقط اگر A یک مربع لاتین 3×3 باشد درست است و برای مربع‌های لاتین مراتب بالاتر نادرست است.

۲ فقط اگر A یک مربع لاتین 3×3 باشد درست است و برای مربع‌های لاتین مراتب بالاتر نادرست است.

۳ در یک مربع لاتین از هر مرتبه اگر یک جایگشت روی اعضای آن اعمال کنیم قطعاً مربع لاتینی غیر متعامد با خودش حاصل می‌شود.

1318 **۱** مربع لاتین A را تکمیل می‌کنیم. سپس تغییرات گفته شده را انجام می‌دهیم:

بنابراین مربع A فقط با مربع B متعامد است.

۲	۳	۱
۱	۲	۳
۳	۱	۲

 \rightarrow

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

 \rightarrow

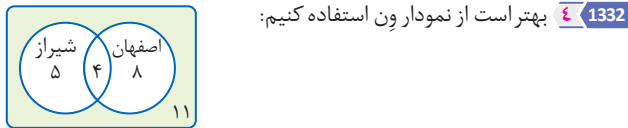
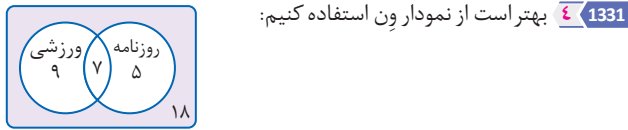
۳	۲	۱
۱	۳	۲
۲	۱	۳

1319 **۲** اگر قرار باشد سه برادر در سه روز مختلف از سه پیراهن مختلف استفاده کنند، باید یک مربع لاتین 3×3 برای پیراهن‌ها در نظر بگیریم. همچنین اگر برادرها بخواهند طی سه روز از سه کت مختلف نیز استفاده کنند، یک مربع لاتین 3×3 نیز باید برای کت‌ها در نظر بگیریم. حال برای این که هر کت و هر پیراهن دقیقاً یک بار با هم مورد استفاده قرار گیرد، باید این دو مربع متعامد باشند. بنابراین گزینه ۲ جواب است.

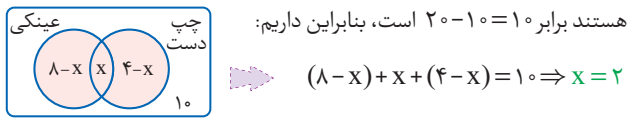


1329 $|A \cup B| = 8 + 5 - 4 = 9$

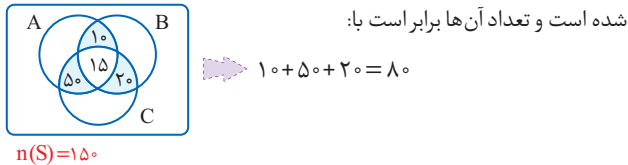
1330 $|\overline{A \cup B}| = 42 - (15 + 12 - 7) = 22$



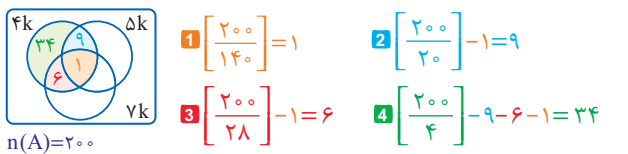
1333 چون تعداد کل دانش آموزان برابر ۲۰ است و تعداد دانش آموزانی که نه عینکی و نه چپ دست هستند برابر ۱۰ است، پس تعداد دانش آموزانی که عینکی یا چپ دست هستند برابر $20 - 10 = 10$ است، بنابراین داریم:



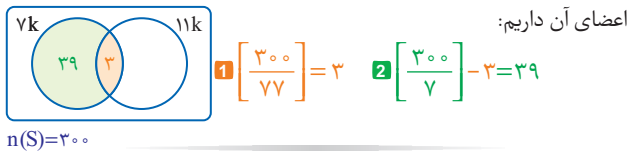
1334 ناحیه مربوط به افرادی که دقیقاً دو مجله می خوانند با رنگ آبی مشخص شده است و تعداد آن‌ها برابر است با:



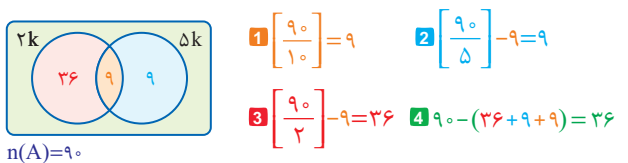
1335 ناحیه مورد نظر با رنگ سبز مشخص شده است. بنابراین برای مشخص کردن تعداد اعضای این ناحیه مراحل عملیات را به صورت زیر دنبال می کنیم:



1336 ناحیه مورد نظر با رنگ سبز مشخص شده است و برای مشخص کردن تعداد اعضای آن داریم:



1337 می دانیم $20 = 2^2 \times 5$ است. بنابراین اعدادی که نسبت به ۲۰ اول هستند، نباید عامل‌های عدد ۲۰ را داشته باشند. یعنی نه مضرب ۲ باشند و نه مضرب ۵، ناحیه مورد نظر با رنگ سبز مشخص شده است و داریم:



1320 در مربع لاتین گت‌ها خانه مربوط به برادر بزرگ‌تر (L) در روز اول را با a و در مربع لاتین پیراهن‌ها با x پُر می‌کنیم. به همین ترتیب، خانه مربوط به برادر کوچک‌تر (S) در روز سوم را در مربع لاتین گت‌ها با a و در مربع لاتین پیراهن‌ها با z پُر می‌کنیم و سپس بقیه خانه‌ها را تکمیل می‌کنیم:

	S	M	L
اول			a
دوم		a	
سوم	a		

	S	M	L
اول	y	z	x
دوم	x	y	z
سوم	z	x	y

با توجه به مربع‌های لاتین واضح است برادر بزرگ در روز سوم باید پیراهن‌ها را بپوشد.

1321 خانه مربوط به برادر بزرگ‌تر در روز اول را در مربع لاتین گت‌ها با a و در مربع لاتین پیراهن‌ها با z پُر می‌کنیم. خانه مربوط به برادر وسطی در روز دوم را در مربع لاتین گت‌ها با b و در مربع لاتین پیراهن‌ها با z پُر می‌کنیم و سپس بقیه خانه‌ها را تکمیل می‌کنیم. با توجه به مربع‌ها برادر کوچک در روز سوم گت c را با پیراهن z می‌پوشد:

	S	M	L
اول	b	c	a
دوم	a	b	c
سوم	c	a	b

	S	M	L
اول			z
دوم		z	
سوم	z		

1322 باید یک جفت مربع لاتین 3×3 برای این برنامه‌ریزی استفاده کنیم و همان‌طور که می‌دانیم ۳۶ جفت مربع لاتین متعامد 3×3 وجود دارد.

1323 مربع‌های لاتین متعامد از مرتبه‌های ۱، ۲، ۶ وجود ندارند.

1324 باید دو مربع لاتین متعامد 6×6 برای این برنامه‌ریزی استفاده شود و همان‌طور که می‌دانیم دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد. بنابراین این کار نشدنی است.

1325 مربع A یک مربع لاتین شبه چرخشی و مربع B یک مربع لاتین چرخشی است؛ بنابراین $a = 4, b = 3, c = 2$ است.

1326 با تعویض جای ستون دوم و سوم مربع لاتین A، به یک مربع لاتین چرخشی می‌رسیم.

1327 هریک از مربع‌های لاتین را کامل می‌کنیم. برای هریک از مربع‌های لاتین در گزینه‌های ۱، ۲، و ۳ دو مربع لاتین وجود دارد که فقط یکی از آن‌ها از نوع لاتین چرخشی است یعنی امکان دارد مربع غیر چرخشی نیز باشد.

1	<table border="1"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	<table border="1"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr></table>	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	2	<table border="1"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	<table border="1"><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr><tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr><tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr></table>	۲	۱	۳	۱	۳	۲	۳	۲	۱
۱	۲	۳																																							
۳	۱	۲																																							
۲	۳	۱																																							
۱	۲	۳																																							
۲	۳	۱																																							
۳	۱	۲																																							
۱	۲	۳																																							
۳	۱	۲																																							
۲	۳	۱																																							
۲	۱	۳																																							
۱	۳	۲																																							
۳	۲	۱																																							
3	<table border="1"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr></table>	۱	۲	۳	۲	۱	۳	۳	۲	۱	<table border="1"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	4	<table border="1"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	<table border="1"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr></table>	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۲	۱
۱	۲	۳																																							
۲	۱	۳																																							
۳	۲	۱																																							
۱	۲	۳																																							
۳	۱	۲																																							
۲	۳	۱																																							
۱	۲	۳																																							
۳	۱	۲																																							
۲	۳	۱																																							
۱	۲	۳																																							
۲	۳	۱																																							
۳	۲	۱																																							

1328 چون مربع لاتین A، یک مربع لاتین چرخشی 3×3 است، پس همه ارقام روی قطر اصلی آن «۱» هستند. حال چون مربع لاتین B با مربع لاتین A متعامد است، پس ارقام روی قطر اصلی آن ارقام متمایز ۱، ۲، ۳ هستند که مجموع آن‌ها برابر ۶ است.

داخل - ۹۹

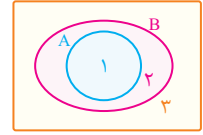
۱ یک شکل متناسب با $A \subseteq B$ رسم می‌کنیم، سپس به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱ $B - A' \Rightarrow \{1, 2\} \cup \{2, 3\} = \{1\} = A$

۲ $A - B' \Rightarrow \{1\} \cup \{3\} = \{1\} = A$

۳ $A \cap B' = \{1\} \cap \{3\} = \emptyset$

۴ $B \cap A' \Rightarrow \{1, 2\} \cap \{2, 3\} = \{2\} \neq \emptyset$



۲ می‌دانیم طبق $A - B = A \cap B'$ است و همچنین طبق قانون جذب $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B) = A$ است. بنابراین:

$$(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$$

$$\underbrace{(A - B)}_{A \cap B'} \cup \underbrace{((B \cap C)')}_{B' \cup C'} \cap \underbrace{((B' \cup A) - B)}_{(B' \cup A) \cap B' = B'}$$

$$= (A \cap B') \cup ((B' \cup C') \cap B') = (A \cap B') \cup B' = B'$$

جذب

۳ اگر A و B دو مجموعهٔ ناتهی باشند و $A \times B = B \times A$ باشد، آنگاه $A = B$ خواهد بود، بنابراین حالات زیر قابل تصور است:

$$\begin{matrix} 1 \begin{cases} x+2=5 \\ y=7 \\ z=1 \\ t-1=4 \end{cases} & 2 \begin{cases} x+2=5 \\ y=7 \\ z=4 \\ t-1=1 \end{cases} & 3 \begin{cases} x+2=7 \\ y=5 \\ z=1 \\ t-1=4 \end{cases} & 4 \begin{cases} x+2=7 \\ y=5 \\ z=1 \\ t-1=4 \end{cases} \end{matrix}$$

بنابراین، تعداد مجموعه‌های به شکل $\{(x, y), (z, t)\}$ برابر است با ۴ است.

۴ می‌دانیم $p \Leftrightarrow q \equiv (p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ بنابراین:

$$p \Leftrightarrow q \equiv \sim(p \vee q) \vee (p \wedge q) \equiv (p \wedge q) \vee \sim(p \vee q)$$

۵ چون تکرار ارقام مجاز نیست، باید مسئله را به دو قسمت تقسیم

کنیم، یعنی تعداد اعداد مضرب ۵ و مختوم به صفر را حساب کنیم و یک‌بار

تعداد اعداد مضرب ۵ و مختوم به ۵ را:

$$\begin{matrix} \{0\} & \{5\} \\ \downarrow & \downarrow \\ 9 \times 8 \times 7 \times 1 + 8 \times 8 \times 7 \times 1 = 504 + 448 = 952 \end{matrix}$$

۶ باید تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $X_1 + X_2 + X_3 = 12$

را به دست آوریم که برابر است با:

$$\binom{12+2}{2} = \binom{14}{2} = \frac{14 \times 13}{2} = 91$$

۷ بدترین حالات ممکن حالتی است که ۳ کتاب ادبی، ۳ کتاب هنر [که

لیته ۳ کتاب هنر نداریم و ۱ کتاب هنر برمی‌داریم] و ۳ کتاب ریاضی برداریم که در

این حالت با این‌که ۸ کتاب برداشته‌ایم ولی هنوز ۴ کتاب هم موضوع نداریم.

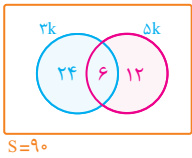
حال اگر یک کتاب دیگر برداریم این کتاب به یقین یا ادبی است یا ریاضی و ما

حداقل ۴ کتاب هم موضوع داریم، بنابراین حداقل تعداد کتاب‌ها برابر است

با: $n = (3+2+3)+1 = 9$

۸ تعداد اعداد دورقمی برابر با $9 \times 10 = 90$ است، حال یک

نمودار رسم می‌کنیم و داریم:



$$P(A) = \frac{24+6+12}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

۹ فضای نمونه تعداد حالاتی است که مجموع سه تاس فرد آمده که

برابر با نصف کل حالات است یعنی:

$$n(S) = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times 6 = 108$$

حال باید ببینیم در چند حالت از این ۱۰۸ حالت حداقل یکی از تاس‌های

رونده «۲» است، ابتدا تعداد کل حالاتی که حداقل یکی از تاس‌ها «۲» باشد

را پیدا می‌کنیم:

$$n = 6 \times 6 \times 6 - 5 \times 5 \times 5 = 91$$

حال یکی از ۹۱ حالت $(2, 2, 2)$ است و از ۹۰ حالت باقی‌مانده دقیقاً در نصف

حالات مجموع زوج و در نصف دیگر حالات مجموع فرد است. یعنی در ۴۵

حالت مجموع فرد و حداقل یکی ۲ است، بنابراین حاصل این احتمال شرطی

برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{45}{108} = \frac{5}{12}$$

۱۰



از ظرف اول هر دو مهره‌ای که خارج کنیم الزاماً سفید است و احتمال لاقط یک

سیاه صفر است، از ظرف دوم هر دو مهره‌ای که خارج شود حتماً سیاه است و

احتمال لاقط یک سیاه برابر ۱ است و از ظرف سوم اگر دو مهره خارج کنیم در

صورتی حداقل یکی سیاه است که هر دو سفید نباشد:

$$P = \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{\binom{2}{2}}{\binom{8}{2}}\right) = 0 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{11}{18}$$

۱۱ ابتدا به کمک $P(B|A)$ حاصل $P(A \cap B)$ را به دست می‌آوریم:

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow 0/25 = \frac{P(B \cap A)}{0/4} \Rightarrow P(B \cap A) = 0/1$$

حال با معلوم بودن $P(A \cap B)$ می‌توانیم احتمال شرطی خواسته شده را

به دست آوریم:

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B - A)}{1 - P(A)} = \frac{0/3 - 0/1}{1 - 0/4} = \frac{0/2}{0/6} = \frac{1}{3}$$

۱۲ ظاهراً نموداری که داده شده مربوط به درصد فراوانی نسبی است،

بنابراین:

$$\frac{\sum p_i \cdot x_i}{100} = \frac{7 \times 12 + 12 \times 18 + 13 \times 35 + 17 \times 10 + 19 \times 25}{100} = 14$$



14 \leftarrow ابتدا بین دو عبارت سمت راست n^2 را حذف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} d | 3n + 5 \\ d | 3n^2 - 2n + 6 \end{aligned} \Rightarrow d | \underbrace{n(3n + 5) - (3n^2 - 2n + 6)}_{7n - 6}$$

حال بین دو عبارت درجه یک اولیه و درجه یک حاصل شده n را حذف می‌کنیم:

$$\begin{cases} d | 7n - 6 \\ d | 3n + 5 \end{cases} \Rightarrow d | \underbrace{3(7n - 6) - 7(3n + 5)}_{-53} \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 53$$

15 \leftarrow می‌دانیم $105 = 5 \times 3 \times 7$ بنابراین ابتدا کوچک‌ترین توان از ۲ را پیدا

می‌کنیم که باقی‌مانده آن بر ۱۰۵ برابر باشد:

$$\begin{cases} 2^2 \equiv 1 \Rightarrow 2^{12} \equiv 1 \\ 2^4 \equiv 1 \Rightarrow 2^{12} \equiv 1 \\ 2^3 \equiv 1 \Rightarrow 2^{12} \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow 2^{12 \cdot 105} \equiv 1$$

بنابراین $2^{12k} \equiv 1$ است، در نتیجه:

$$n = 12k \Rightarrow 10 \leq 12k \leq 99 \Rightarrow k = 2, 3, \dots, 8$$

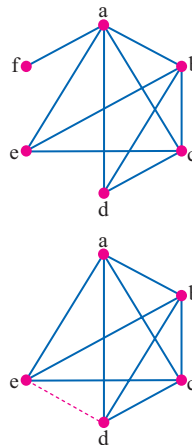
جواب ۷

16 \leftarrow عدد فوق به صورت $m = (\overline{aa})(\overline{aa})(\overline{aa})$ خواهد بود، که اگر آن را باز

کنیم به صورت زیر در می‌آید: $m = 4 \times aa^0 \dots 0 + aa = 5 \times a \times 11^0 \dots 0 + a \times 11$

$$m = a \times 11(\overline{500 \dots 0} + 1) = 3a \times (11 \times 167) = 3a \times 1837$$

بنابراین عدد فوق همواره مضرب ۱۸۳۷ است و در پیمانه ۱۸۳۷ حاصل آن صفر خواهد شد.



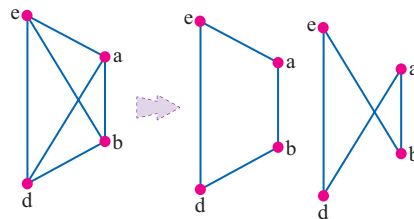
17 \leftarrow گراف را رسم می‌کنیم، می‌دانیم

رأس‌های درجه ۱ در شمارش تعداد دورها تأثیری ندارند، بنابراین رأس f را کنار می‌گذاریم، در نتیجه شکل گراف به صورت زیر خلاصه می‌شود، یعنی یک گراف کامل که یال ed را ندارند، بنابراین تعداد کل دورهای به طول ۴ را در گراف K_5 به دست می‌آوریم، سپس دورهایی را که شامل یال ed هستند، کنار می‌گذاریم:

$$\binom{5}{4} \times \frac{(4-1)!}{2} - \binom{3}{2} \times 2 = 15 - 6 = 9$$

با هر چهار رأس می‌توان سه دور به طول ۴ ساخت که دو تا از آن‌ها شامل

یال ed هستند:



18 \leftarrow منظور طراح تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم است. [ظاهر]

طراح‌های سازمان سنجش هنوز بحث احاطه‌گری را خوب مطالعه نکرده‌اند و فرق بین مینیمال و مینیمم را خوب مسلط نیستند. انشاالله طی چند سال آینده تسلط کافی بر این بحث بدید پیدا خواهند کرد، حال برای پیدا کردن تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم

باید از بین سه مجموعه $\{m, p\}$, $\{a, d\}$, $\{e, y\}$ از هر کدام یکی از اعضاء را

انتخاب کنیم، یعنی تعداد ۷- مجموعه‌ها برابر است با: $\binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 8$

تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال این گراف بسیار بسیار بیشتر از این عدد است و در گزینه‌ها وجود ندارد. به عنوان مثال مجموعه $\{b, f, q, n, b, c\}$ و مجموعه‌هایی نظیر $\{m, b, f, b, c\}$ همگی مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال هستند.

19 \leftarrow بیش‌ترین مقدار ممکن k برابر ۴ است، بنابراین گراف ۴ منتظم

مرتبه ۵ مدنظر طراح است که تعداد دورهای با طول ۴ آن برابر است با:

$$\binom{5}{4} \times \frac{(4-1)!}{2} = 15$$

این سؤال زیر مجموعه‌ای از سؤال قبلی است و هر دو در یک کنکور مطرح شده، من نمی‌دانم واقعاً این قدر موضوع برای سؤال دادن در گراف کم است که ۲ سؤال تقریباً مثل هم در یک کنکور باید مطرح شود!!!! یا واقعاً طراح کنکور تا این حد سهل‌انگار است!!!

20 \leftarrow اگر عددی اندازه یک گراف کامل باشد، دو برابر آن قابل تجزیه به حاصل

ضرب دو عدد متوالی است، یعنی عدد ۱۰: $10 \times 2 = 20 = 4 \times 5$

21 \leftarrow باید مربع‌های لاتین متعامد با این مربع لاتین را طوری پیدا کنیم که

نفر اول در روز اول در مسیر A نباشد، بنابراین از میان ۶ مربع لاتین متعامد با این مربع لاتین تنها ۳ مربع لاتین باقی می‌ماند:

B	A	C
C	B	A
A	C	B

B	C	A
A	B	C
C	A	B

C	A	B
B	C	A
A	B	C

C	B	A
A	C	B
B	A	C

NOTATION

مدرس رضنج را با یاد گرفتن اشتباه نگیرید!

مدح به هر وار در نرفتم اما تمام کنج که زیر دستم کار می‌کنند...

رضاندر!!!

ایران ماسک (موسس تسلط)...