خرید کتاب های کنکور
با تخفیف ویژه
و
ارسال رایگان
Medabook.com

دریافت برنامه ریزی و مشاوره
از مشاوران رتبه برتر
موسسه کنکوری آیدی نوین
۰۲۱ ۲۸۴۲۵۴

فصل اوّل: حرکت بر خط راست

- حرکت بر خط راست
  - مفاهیم
    - ۱ جابه‌جایی
    - ۲ مسافت
    - ۳ تندی متوسط
    - ۴ سرعت متوسط
    - ۵ بردار مکان
    - ۶ نمودار مکان ـ زمان
    - ۷ نمودار سرعت ـ زمان
    - ۸ نمودار شتاب ـ زمان
    - ۹ تندی لحظه‌ای
    - ۱۰ سرعت لحظه‌ای
    - ۱۱ حرکت یکنواخت
    - ۱۲ حرکت شتابدار
    - ۱۳ شتاب متوسط
    - ۱۴ شتاب لحظه‌ای
    - ۱۵ حرکت تندشونده
    - ۱۶ حرکت کندشونده
  - تصاویر و جداول
    - ۱ تفاوت جابه‌جایی و مسافت
    - ۲ نمایش تندی لحظه‌ای
    - ۳ مفهوم شیب در نمودار مکان ـ زمان
  - نمودارها
    - در نگاه کلی
    - با جزئیات
  - فرمول‌ها
    - ۱ سرعت متوسط و تندی متوسط
    - ۲ سرعت متوسط در مسیرهای چند مرحله‌ای
    - ۳ حرکت یکنواخت
    - ۴ شتاب
    - ۵ حرکت شتابدار
    - ۶ معادلهٔ سرعت ـ زمان
    - ۷ سرعت متوسط حرکت شتابدار
    - ۸ جابه‌جایی ثانیهٔ t اُم
    - ۹ معادلهٔ مستقل از شتاب
    - ۱۰ روابط سریع حرکت
    - ۱۱ معادلهٔ مستقل از زمان

فرمول‌ها

۱ سرعت متوسط و تندی متوسط

$$s_{avr} = \frac{l}{t}$$ (l: مسافت (m)، t: زمان (s)، s_{avr}: تندی متوسط (m/s))

$$v_{avr} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$ (Δx: جابه‌جایی (m)، v_{avr}: سرعت متوسط (m/s)، Δt: زمان (s))

تحلیل: در سرعت متوسط، جابه‌جایی، یعنی فاصلهٔ مستقیم مبدأ تا مقصد مورد نظر است. ولی در تندی متوسط کل مسیر پیموده‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی مد نظر است.

تذکر: اگر متحرکی به نقطهٔ شروع بازگردد، جابه‌جایی صفر و سرعت متوسط صفر دارد ولی تندی متوسط برای آن غیر صفر است.

۲ سرعت متوسط در مسیرهای چند مرحله‌ای

اگر جابه‌جایی و زمان هر مسیر را داشته باشیم:

$$\vec{v}_{avr} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \cdots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \cdots}$$

اگر جابه‌جایی را ندهند (Δx):

$$\vec{v}_{avr} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + \cdots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \cdots}$$

اگر زمان را ندهند (Δt):

$$\vec{v}_{avr} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \cdots}{\frac{\Delta x_1}{v_1} + \frac{\Delta x_2}{v_2} + \cdots}$$

تذکر ۱: اگر متحرکی بخشی از مسیر را بازگردد و خلاف محور x حرکت کند، x آن را منفی جایگذاری می‌کنیم.

تذکر ۲: در حرکت‌های چندمرحله‌ای یکنواخت بر روی مسیر مستقیم، تندی متوسط برابر است با:

$$s_{avr} = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \ldots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \ldots}$$

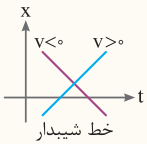
و همواره $s_{avr} \geq v_{avr}$ است.

www.Gajmarket.com

۳ حرکت یکنواخت

$$x = v\,t + x_{\circ}$$

سرعت (m/s) ، مکان اولیه (m) ، مکان (m) ، زمان (s)



تحلیل: نمودار مکان ـ زمان در هر لحظه موقعیت متحرک را نشان می‌دهد. اگر متحرک قبل از مبدأ حرکت کند $x_{\circ} < 0$، بعد از مبدأ حرکت کند $x_{\circ} > 0$ و اگر از مبدأ حرکت کند $x_{\circ} = 0$ و شیب نمودار علامت سرعت را تعیین می‌کند.

کلید واژه: حرکت با سرعت ثابت ـ حرکت یکنواخت ـ نمودار خطی

تبدیل واحد: واحد سرعت باید m/s باشد، در غیر این‌صورت داریم:

$$km/h \underset{\times ۳/۶}{\overset{\div ۳/۶}{\rightleftarrows}} m/s$$

$$cm/s \underset{\times ۱۰^{۲}}{\overset{\times ۱۰^{-۲}}{\rightleftarrows}} m/s$$

ذره‌بین: در نمودار مکان ـ زمان هر آن‌چه قبل از t وجود دارد، سرعت و هر آن‌چه بعد از t اضافه یا کم می‌شود، مکان اولیه است.

مثال:

	v		$x_{\circ}$
$x =$	۴	t	-۱۲
$x =$	۲	t	صفر
$x =$	-۳	t	$+۹$

۴ شتاب

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۲} - v_{۱}}{t_{۲} - t_{۱}}$$

تغییر سرعت (m/s) ، شتاب $(m/s^{۲})$ ، زمان (s)

www.Gajmarket.com

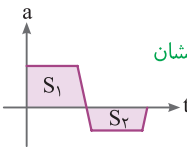
نکات:

۱ در حرکت با شتاب ثابت، این معادله به‌صورت یک عدد ثابت بدون درجه می‌باشد.

۲ اگر در حرکتی بردارهای سرعت و شتاب با یکدیگر هم‌جهت باشند، تندی متحرک ($|v|$) دائماً در حال افزایش بوده و حرکت متحرک تندشونده می‌باشد. ($a.v > 0$)
در یک حرکت کندشونده بردارهای شتاب و سرعت در خلاف جهت یکدیگرند به طوری‌که $a.v < 0$ می‌باشد.

۳ در قله‌ها و دره‌ها در نمودار سرعت ـ زمان شتاب متحرک صفر است. اگر نمودار سرعت ـ زمان به محور t نزدیک شود، حرکت کندشونده و اگر از محور t دور شود، حرکت تندشونده است.

۴ سطح زیر نمودار شتاب ـ زمان تغییر سرعت را نشان می‌دهد:



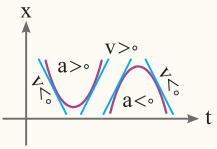
$|S_1| - |S_2| = \Delta v$

نکته کاربردی: اگر در نمودار شتاب ـ زمان محور عمودی را در جرم ضرب کنیم نمودار نیرو ـ زمان به‌دست می‌آید که در فصل بعد کاربرد دارد.

۵ حرکت شتابدار

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

(x: مکان (m)، a: شتاب (m/s^2)، t: زمان (s)، v_0: سرعت اولیه (m/s)، x_0: مکان اولیه (m))



تحلیل: با استفاده از نمودار مکان ـ زمان حرکت شتابدار با شتاب ثابت، می‌توان موقعیت متحرک را شناسایی کرد. در حرکت از مبدأ $x_0 = 0$، جلوتر از مبدأ $x_0 > 0$ و عقب‌تر از مبدأ $x_0 < 0$ می‌باشد. تقعر نمودار، علامت شتاب و شیب نمودار، علامت سرعت را تعیین می‌کند.

کلید واژه: حرکت با شتاب ثابت ـ نمودار منحنی درجه ۲ ـ تغییر سرعت

www.Gajmarket.com

ذره‌بین: در حرکت با شتاب ثابت هر آن‌چه قبل از $t^{۲}$ قرار دارد، نصف شتاب و هر آن‌چه قبل از t قرار دارد، سرعت اولیه و هر آن‌چه در انتهای معادله اضافه یا کم می‌شود، مکان اولیه است.

مثال:

$$x = \underbrace{\frac{۱}{۲}}_{\frac{۱}{۲}a} t^{۲} \underbrace{+۴}_{v_۰} t \underbrace{-۴}_{x_۰} \qquad \frac{۱}{۲}a = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a = ۱ m/s^{۲}$$

$$x = \underbrace{-۴}_{\frac{۱}{۲}a} t^{۲} \underbrace{+۲}_{v_۰} t \underbrace{+۱۰}_{x_۰} \qquad \frac{۱}{۲}a = -۴ \Rightarrow a = -۸ \ m/s^{۲}$$

نکات:

۱) اگر درجهٔ معادلهٔ مکان ـ زمان، ۳ و بالاتر باشد حرکت شتابدار متغیر، اگر معادله درجه ۲ باشد، شتابدار ثابت و اگر درجه ۱ باشد، یکنواخت است و اگر معادلهٔ $x-t$ مثلثاتی باشد، نوع حرکت، نوسانی یا هماهنگ ساده است. (شتاب متغیر)

۲) ریشه‌های معادلهٔ $x-t$ لحظات عبور از مبدأ را نشان می‌دهد.

۳) اگر در معادلهٔ مکان ـ زمان، t را صفر جایگذاری کنیم، مکان اولیهٔ متحرک ($x_۰$) به‌دست می‌آید. با جایگذاری هر لحظه در معادلهٔ مکان ـ زمان موقعیت متحرک را در آن لحظه به‌دست می‌آوریم.

۴) اگر دو متحرک در نمودار مکان ـ زمان با هم برخورد کنند در آن لحظه موقعیت یکسان دارند $x_۱ = x_۲$.

۵) شیب نمودار بین دو نقطه، سرعت متوسط را نشان می‌دهد و اگر شیب در یک نقطه بر نمودار مماس شود، مفهوم تندی لحظه‌ای را می‌رساند.

۶) اگر نمودار مکان ـ زمان خط شیبدار باشد، حرکت یکنواخت و اگر منحنی باشد، حرکت شتابدار است.

۷) اگر نمودار مکان ـ زمان با محور t برخورد کند و از آن عبور کند، در آن لحظات، متحرک از مبدأ عبور کرده است.

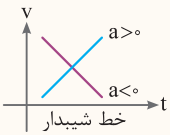
۸) در قله‌ها و دره‌ها در نمودار مکان ـ زمان تندی صفر و متحرک توقف کرده است.

www.Gajmarket.com

۶ معادلهٔ سرعت ـ زمان

$$v = a\,t + v_0$$

سرعت (m/s) ، زمان (s) ، تندی اولیه (m/s) ، شتاب (m/s^2)



تحلیل: هرگاه در هر لحظه در حرکت شتابدار، سرعت متحرک را بخواهیم، از این رابطه استفاده می‌کنیم. از لحاظ نموداری، شیب نمودار، علامت سرعت را تعیین می‌کند و مساحت زیر نمودار، جابه‌جایی و مسافت متحرک را نشان می‌دهد.

تذکر: اگر متحرک متوقف شود $v = ۰$ و در نتیجه، زمان توقف از $t = |\frac{v_0}{a}|$ به‌دست می‌آید.

کلید واژه: معادلهٔ سرعت زمان ـ زمان توقف یا ترمز ـ نمودار $v - t$

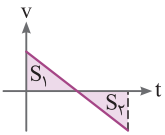
ذره‌بین: در حرکت با شتاب ثابت هر آن‌چه قبل از t قرار دارد شتاب متحرک و هر آن‌چه در انتهای معادله اضافه یا کم می‌شود، سرعت اولیه است.

مثال:

$$v = \underbrace{۴}_{a}\,t\,\underbrace{-۲}_{v_0}$$
$$v = ۲\,t\,\text{صفر}$$
$$v = -۳\,t\,+۴$$

نکات:

۱



جابه‌جایی $|S_1| - |S_2| = \Delta x$

مسافت $|S_1| + |-S_2| = L$

www.Gajmarket.com

۲ اگر درجهٔ معادله ۲ و بالاتر باشد حرکت شتابدار متغیر، اگر درجهٔ معادله ۱ باشد حرکت شتابدار ثابت و اگر به‌صورت یک عدد ثابت باشد، حرکت یکنواخت است.

۳ اگر نمودار سرعت ـ زمان منحنی باشد، شتابدار متغیر، اگر خط شیبدار باشد شتابدار با شتاب ثابت و اگر خط صاف افقی باشد یکنواخت است.

۴ ریشه‌های معادلهٔ $v - t$ لحظات توقف و سرعت صفر را نشان می‌دهد. اگر قبل و بعد از این نقاط علامت سرعت تغییر کرده باشد علاوه بر توقف، تغییر جهت سرعت نیز خواهیم داشت.

۵ هر توقفی الزاماً تغییر جهت ندارد.

۶ اگر در معادلهٔ سرعت ـ زمان، t را صفر قرار دهیم سرعت اولیهٔ متحرک محاسبه می‌شود.

۷ اگر دو متحرک در نمودار سرعت ـ زمان با هم برخورد کنند دارای سرعت برابر می‌باشند: $v_1 = v_2$

۸ هرگاه دو متحرک از هم سبقت بگیرند: $\Delta x_1 = \Delta x_2$

۹ هرگاه متحرکی متوقف شود: $v_2 = 0$

۱۰ هرگاه متحرکی رها شود ـ از حال سکون حرکت کند ـ شروع به حرکت کند: $v_1 = 0$

۱۱ هرگاه متحرک سرعت ثابت داشته باشد: $a = 0 \, , \, v_1 = v_2$

۱۲ شیب نمودار بین دو نقطه، شتاب متوسط را نشان می‌دهد و اگر شیب در یک نقطه بر نمودار مماس شود، مفهوم شتاب لحظه‌ای را می‌رساند.

۱۳ اگر متحرک از حال سکون حرکت کند یا از ارتفاعی رها شود، سرعت اولیه نداشته است.

۱۴ اگر نمودار سرعت ـ زمان با محور t برخورد کند، در آن لحظات سرعت صفر بوده و متحرک متوقف شده است.

نکتهٔ کاربردی: اگر در نمودار سرعت ـ زمان، محور سرعت را در جرم ضرب کنیم نمودار تکانه ـ زمان به‌دست می‌آید که در فصل بعد کاربرد دارد.

www.Gajmarket.com

۷ سرعت متوسط حرکت شتابدار

سرعت در لحظهٔ t_1 (m/s) — سرعت در لحظهٔ t_2 (m/s)

$$v_{avr} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

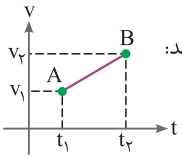
v_{avr}: سرعت متوسط (m/s)

زمان (s)

$$v_{avr} = \frac{1}{2} a t + v_0$$

v_{avr}: سرعت متوسط (m/s) — a: شتاب (m/s^2) — t: زمان (s) — v_0: سرعت اولیه (m/s)

تحلیل: هرگاه آهنگ تغییر سرعت در حرکت شتابدار منظم و خطی باشد سرعت متوسط، میانگین سرعت لحظات t_1 و t_2 می‌باشد و از رابطهٔ اول استفاده می‌کنیم.
و هرگاه در یک بازهٔ زمانی، سرعت متوسط را بخواهیم، از رابطهٔ دوم با استفاده از شتاب به سرعت متوسط می‌رسیم.



تذکر: $\bar{v}$ در رابطهٔ اول در لحظهٔ $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ رخ می‌دهد:
سرعت در ثانیه‌های متوالی تشکیل یک تصاعد عددی با قدرنسبت a می‌دهد.

کلید واژه: تندی متوسط ـ میانگین تندی

۸ جابه‌جایی ثانیهٔ t اُم

شتاب (m/s^2) — سرعت اولیه (m/s)

$$\Delta x = \frac{1}{2} a(2t - 1) + v_0$$

Δx: جابه‌جایی ثانیه t اُم — t: زمان (s)

تحلیل: فرق این معادله با معادلهٔ حرکت شتابدار در این است که جابه‌جایی در بازهٔ زمانی t اُم یعنی $t-1$ تا t بررسی می‌شود و در معادلهٔ قبلی در یک لحظهٔ خاص، مکان بررسی می‌شود.

مثال: [۳-۲] ثانیهٔ سوم

www.Gajmarket.com

کلید واژه: ثانیهٔ t اُم

تذکر: در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی‌های مساوی و متوالی تشکیل تصاعد عددی با قدرنسبت at^2 را می‌دهند.

۹ معادلهٔ مستقل از شتاب

سرعت در لحظهٔ t_2 (m/s) سرعت در لحظهٔ t_1 (m/s)

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t \rightarrow \text{زمان } (s)$$

جابه‌جایی (m)

تحلیل: هنگامی که بخواهیم جابه‌جایی در حرکت شتابدار را بررسی کنیم ولی شتاب حرکت را نداشته باشیم، از رابطهٔ فوق استفاده می‌کنیم.

کلید واژه: حرکت شتابدار

- ✓ v
- ✓ t
- ✓ Δx
- ✗ a

۱۰ روابط سریع حرکت

یک رابطهٔ سریع برای جابه‌جایی برابر در شتاب ثابت:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}$$

زمان (s) — زمان (s) — شتاب (m/s^2)

یک رابطهٔ سریع برای $\frac{x}{n}$ مسیر:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{n}}$$

زمان $\frac{x}{n}$ مسیر (s) — زمان x (s) — کسری از مسیر

کلید واژه: مسائل مقایسه‌ای ـ $\frac{x}{n}$ مسیر

www.Gajmarket.com

تحلیل: در جابه‌جایی برابر در حرکت شتابدار، زمان و جذر شتاب رابطهٔ عکس دارند.
اگر متحرک در t ثانیه، x متر را طی کند، $\frac{x}{n}$ مسیر را در زمان t' طی می‌کند.

۱۱ معادلهٔ مستقل از زمان

جابه‌جایی (m) — سرعت اولیه (m/s)

$$v^2 - v_0^2 = 2a\,\Delta x$$

شتاب (m/s^2) — سرعت (m/s)

طول خط ترمز (مسافت توقف):

سرعت اولیه (m/s)

$$\Delta x = \left|\frac{v_0^2}{2a}\right|$$

طول خط ترمز (m) — شتاب (m/s^2)

تحلیل: در این معادله بدون در نظر داشتن زمان می‌توانیم جابه‌جایی یا سرعت را برای متحرک محاسبه کنیم.

کلید واژه: حرکت شتابدار
- ✓ x
- ✓ a
- ✓ v
- ✗ t

تذکر: هنگامی که متحرک متوقف می‌شود $v = 0$؛ در نتیجه طول خط ترمز از رابطهٔ دوم به‌دست می‌آید.

آن‌چه در فصل دینامیک خواهیم دید: در روابط زمان توقف و طول خط ترمز در حرکت شتابدار اگر ضریب اصطکاک را داشته باشیم، شتاب از رابطهٔ زیر نیز محاسبه می‌شود:

ضریب اصطکاک

$$a = -\mu g \rightarrow (۹/۸ m/s^2)$$

شتاب (m/s^2) — شتاب گرانش

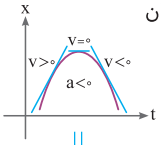
www.Gajmarket.com

نمودارها

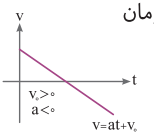
1 نمودارها در نگاه کلی

نمودارهای حرکت شتاب‌دار

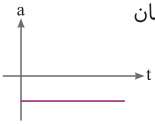
نمودار مکان ـ زمان (منحنی درجه ۲)

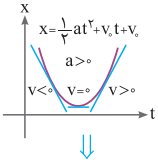


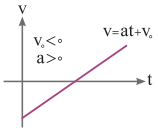
نمودار سرعت ـ زمان (خط درجه ۱)

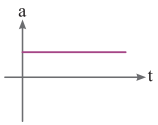


نمودار شتاب ـ زمان (خط افقی)



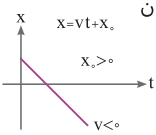




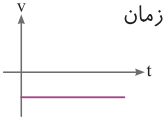


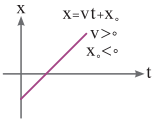
نمودارهای حرکت یکنواخت

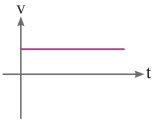
نمودار مکان ـ زمان (خط درجه ۱)



نمودار سرعت ـ زمان (خط افقی)



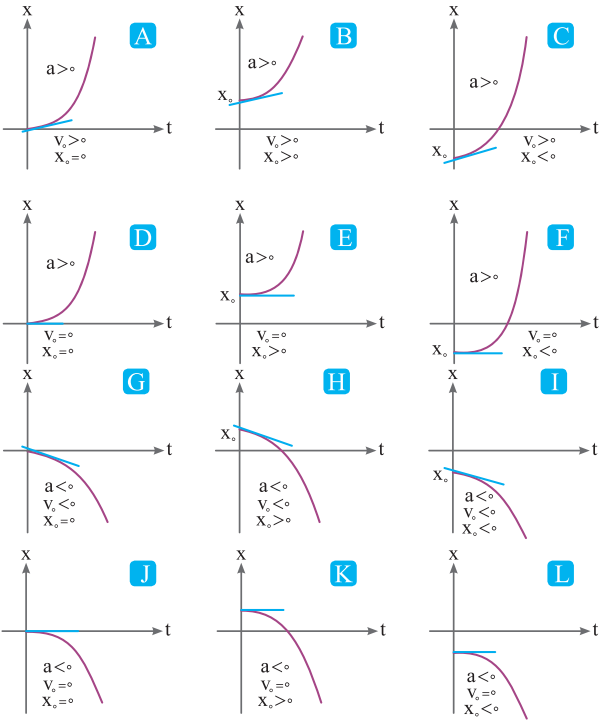


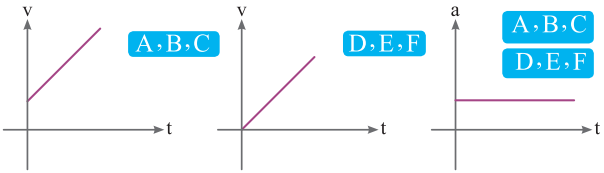


www.Gajmarket.com

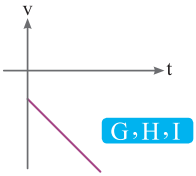
۲ نمودارها با جزئیات

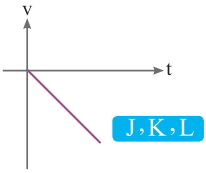
شتاب‌دارها

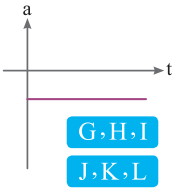




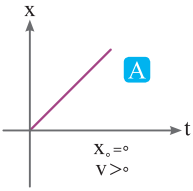
www.Gajmarket.com

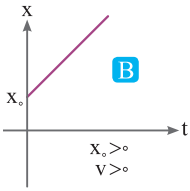


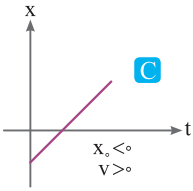


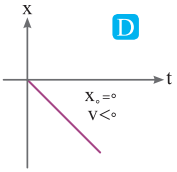


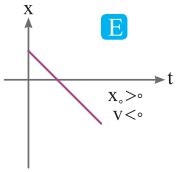
یکنواخت $(a = 0)$

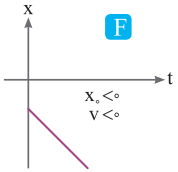


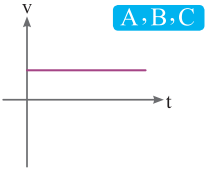


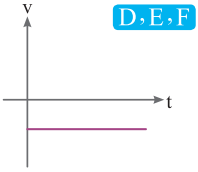












www.Gajmarket.com

جمع‌بندی معادله ـ نمودار

نوع حرکت	یکنواخت	شتابدار	شتابدار	شتابدار
نوع معادله	$x=vt+x_0$	$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$	$v=at+v_0$	$a=$ ثابت
درجه	۱	۲	۱	صفر
شیب	+ سرعت −	+ سرعت −	+ شتاب −	—
مساحت	—	—	تغییر مکان یا مسافت	تغییر سرعت
تقعر	—	$a>0$ $a<0$ شتاب	—	—

تندشونده: $a.v>0$

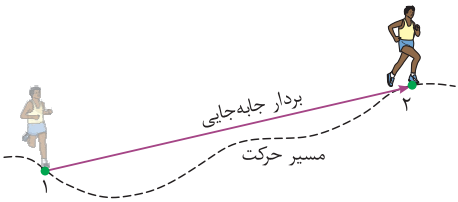
کندشونده: $a.v<0$

www.Gajmarket.com

تصاویر و جداول

۱ تفاوت جابه‌جایی و مسافت

در این شکل تفاوت بردار جابه‌جایی و مسافت نشان داده شده است.

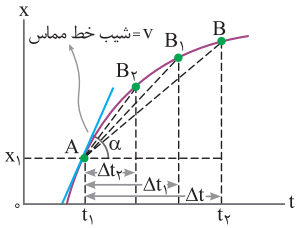


۲ نمایش تندی لحظه‌ای

عقربهٔ تندی‌سنج، تندی لحظه‌ای خودرو را نمایش می‌دهد.

۳ مفهوم شیب در نمودار مکان ـ زمان

با کوچک شدن تدریجی Δt، نقطهٔ B به نقطهٔ A نزدیک می‌شود. در این صورت خط واصل بین این دو نقطه، در حالتی که بازهٔ زمانی Δt خیلی خیلی کوچک شود، به خط مماس بر منحنی در نقطهٔ A میل می‌کند. به این ترتیب شیب این خط، برابر با سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 است.



www.Gajmarket.com

مفاهیم

۱- **جابه‌جایی (d)**: بردار یا پاره‌خط جهت‌داری که مبدأ را به مقصد متصل می‌کند.

۲- **مسافت (l)**: کل مسیر طی‌شده از مبدأ تا مقصد را مسافت می‌گویند.

۳- **تندی متوسط (s)**: به مسافت طی‌شده در یک بازهٔ زمانی مشخص، تندی متوسط می‌گویند.

۴- **سرعت متوسط (v_{av})**: به جابه‌جایی متحرک در یک بازهٔ زمانی مشخص، سرعت متوسط می‌گویند.

۵- **بردار مکان**: برداری است که مبدأ محور مختصات را در هر لحظه به مکان متصل می‌کند.

۶- **نمودار مکان ـ زمان**: در هر لحظه مکان متحرک را توصیف می‌کند.

۷- **نمودار سرعت ـ زمان**: مقدار سرعت را در هر لحظه به ما نشان می‌دهد.

۸- **نمودار شتاب ـ زمان**: در حرکت شتابدار مقدار شتاب در هر بازهٔ زمانی را نشان می‌دهد.

۹- **تندی لحظه‌ای**: تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه‌ای می‌گویند.

۱۰- **سرعت لحظه‌ای**: در تندی لحظه‌ای اگر جهت حرکت نیز ذکر شود در واقع سرعت لحظه‌ای بیان شده است.

۱۱- **حرکت یکنواخت**: هرگاه تندی حرکت جسم ثابت باشد نوع حرکت، یکنواخت است.

۱۲- **حرکت شتابدار**: هرگاه سرعت متحرکی در بازهٔ زمانی تغییر کند نوع حرکت شتابدار می‌باشد.

۱۳- **شتاب متوسط**: به تغییرات سرعت یک متحرک در بازهٔ زمانی Δt شتاب متوسط می‌گویند.

۱۴- **شتاب لحظه‌ای**: هرگاه بازهٔ زمانی تغییرات سرعت بسیار کوچک باشد، شتاب را شتاب لحظه‌ای می‌گویند.

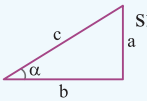
۱۵- **حرکت تندشونده**: هرگاه قدرمطلق سرعت متحرکی رو به افزایش باشد، نوع حرکت تندشونده است.

۱۶- **حرکت کندشونده**: هرگاه قدرمطلق سرعت متحرکی رو به کاهش باشد، نوع حرکت کندشونده است.

www.Gajmarket.com

ضمیمه ۲ : ایستگاه فرمول‌های ریاضی

۱ روابط مثلثاتی



$$\sin\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{a}{c}\ ,\ \cos\alpha=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{b}{c}$$

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{a}{b}$$

همواره داریم:

$$\begin{cases}\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\\ a^2+b^2=c^2\end{cases}$$

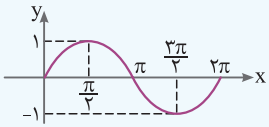
$$\begin{cases}۳،۴\rightarrow ۵\\ ۶،۸\rightarrow ۱۰\\ ۵،۱۲\rightarrow ۱۳\end{cases}$$

اعداد فیثاغورسی

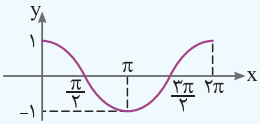
θ	sin θ	cos θ	tan θ
۰	۰	۱	۰
۹۰	۱	۰	∞
۱۸۰	۰	−۱	۰
۲۷۰	−۱	۰	∞
۳۶۰	۰	۱	۰
۴۵	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	۱
۳۰	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۶۰	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$\sqrt{۳}$
۳۷	۰/۶	۰/۸	$\frac{۳}{۴}$
۵۳	۰/۸	۰/۶	$\frac{۴}{۳}$

www.Gajmarket.com

$y = \sin x$ نمودار



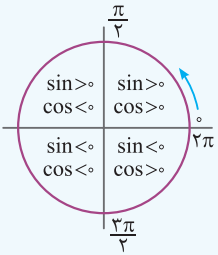
$y = \cos x$ نمودار



$\cos \underbrace{2k\pi}_{\text{مضارب زوج } \pi} = +1$

$\cos \underbrace{(2k-1)\pi}_{\text{مضارب فرد } \pi} = -1$

$\sin \underbrace{k\pi}_{\text{تمامی مضارب } \pi} = 0$



$-1 \le \sin x \le 1$ ، $-1 \le \cos x \le 1$

۲ قوانین بردارها

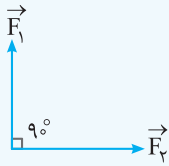
۱ برایند و تفاضل

اندازهٔ بردار: $|\vec{F}| = F$ — بردار: $\vec{F}$

اندازهٔ برایند: $|\vec{F}_T| = F_T$ — برایند بردارها: $\vec{F}_T$

$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

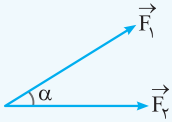
$\vec{F}_T = \vec{F}_2 - \vec{F}_1$



$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

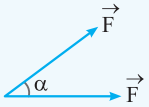
$F_{\text{تفاضل}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

www.Gajmarket.com



$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

$$F_{\text{تفاضل}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos\alpha}$$

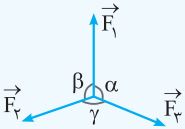


$$F_T = 2F\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

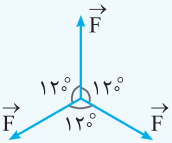
$$F_{\text{تفاضل}} = 2F\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\underbrace{|\vec{F_2} - \vec{F_1}|}_{\min} \le F_T \le \underbrace{|\vec{F_1} + \vec{F_2}|}_{\max}$$

۲ قانون سینوس‌ها

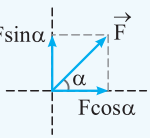


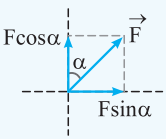
$$\frac{F_1}{\sin\gamma} = \frac{F_2}{\sin\alpha} = \frac{F_3}{\sin\beta}$$



$$F_T = 0$$

۳ تجزیهٔ بردارها

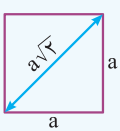


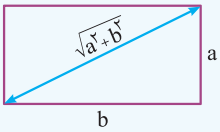


www.Gajmarket.com

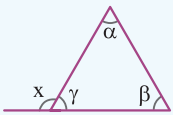
۳ روابط هندسی

۱ محاسبهٔ قطر



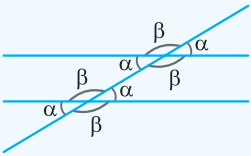


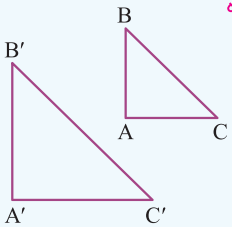
۲ جمع زوایای مثلث



$$\alpha+\beta+\gamma=180$$
$$x=\alpha+\beta$$

۳ تشابه

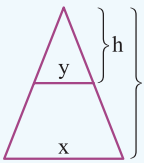




$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$$

$$\frac{\text{مساحت مثلث } ABC}{\text{مساحت مثلث } A'B'C'}=\left(\frac{AB}{A'B'}\right)^2=\left(\frac{BC}{B'C'}\right)^2=\left(\frac{AC}{A'C'}\right)^2$$

۴ رابطهٔ تالس

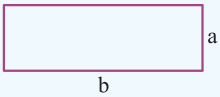


$$\frac{y}{x}=\frac{h}{h'}$$

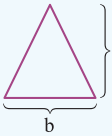
www.Gajmarket.com

۵ مساحت

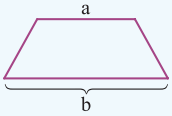
$A = a^2$



$A = ab$



$A = \frac{1}{2}bh$

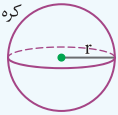


$A = \frac{(a+b)h}{2}$

دایره

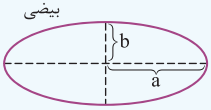
$A = \pi r^2$

کره



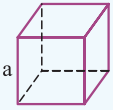
$A_{\text{جانبی}} = 4\pi r^2$

بیضی

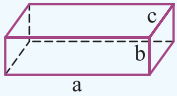


$A = \pi ab$

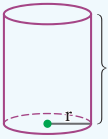
۶ حجم



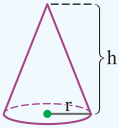
$V = a^3$



$V = abc$

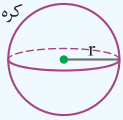


$V = \pi r^2 h$



$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

کره



$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

www.Gajmarket.com

۴ اتحادها

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

۵ معادلهٔ خطوط و ریشه‌های معادله

درجه ۱:

$y = ax + b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$ ریشه

(تعیین علامت)

x		$-\frac{b}{a}$	
y	موافق علامت a	۰	مخالف علامت a

درجه ۲:

$y = ax^2 + bx + c$ ؛ $\Delta = b^2 - 4ac$

- $\Delta > 0$ دو ریشه دارد.
- $\Delta = 0$ ریشهٔ مضاعف دارد.
- $\Delta < 0$ ریشه ندارد.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_{\text{مضاعف}} = \frac{-b}{2a} \quad (\Delta = 0)$$

(تعیین علامت)

x		x_1		x_2	
y	موافق علامت a	۰	مخالف علامت a	۰	موافق علامت a

۶ قوانین لگاریتم

$\log_b a = c \Rightarrow a = b^c$

$\log ab = \log a + \log b$

$\log a^m = m \log a$

$\log(\frac{a}{b}) = \log a - \log b$

$\log_a a = 1$

www.Gajmarket.com