



موسسه ایران دانش نوین

رویای خودت شود...



@IranDaneshNovin



@Iran_Danesh_Novin

برای دانلود بقیه ی جزوات با کلیک روی لینک های زیر به
سایت یا کانال های ما در تلگرام و اینستاگرام سر بزنید:

www.IDNovin.com

<https://telegram.me/irandaneshnovin>

http://instagram.com/iran_danesh_novin

مدیریت آموزش و پرورش آبادان دبیرستان غیردولتی پسرانه بهجت		مهرآموزشگاه
آزمون درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم
روز: پنجشنبه	تاریخ: ۱۳۹۷/۱۰/۱	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	نام پدر:	شماره کارت:
نام دبیر:	استاد صحت	امتحان تویت: اول
سال تحصیلی ۹۷-۹۸	سال تحصیلی ۹۷-۹۸	سال تحصیلی ۹۷-۹۸
ردیف	سوالات	نمره
۱-	به کمک اثبات بازگشتی روابط زیر را ثابت کنید. (۳ نمره)	
	الف) $(x+y) \geq 2\sqrt{xy} \quad x, y \in R^+$	
	ب) $\left(\frac{a+b}{2}\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 2 \quad a, b \in R^+$	
۲-	در تقسیمی مقسوم را ۷۳ واحد می افزاییم، خارج قسمت ۵ واحد افزایش و باقیمانده ۲ واحد کاهش می یابد، مقسوم علیه چند است؟ (۱ نمره)	
۳-	اگر $135a \mid 12$ ، برای a چند جواب طبیعی کوچکتر از ۱۰۰ وجود دارد؟ (۲ نمره)	
۴-	چند عدد سه رقمی وجود دارد که مضرب ۴ یا ۶ نباشد؟ (۲ نمره)	
۵-	اگر k بزرگترین مقسوم علیه مشترک ۲ عدد $2n-3$ و $3n+2$ باشد ($n \in N$)، برای d چند جواب مختلف میتوان یافت؟ (۲ نمره)	
۶-	باقیمانده تقسیم عدد $55 - 5^{55}$ بر ۱۳ چند است؟ (۱,۵ نمره)	
۷-	رقم یکان کوچکترین عدد سه رقمی a که در رابطه ی همبستگی $13a \equiv 9$ صدق می کند را بدست آورید. (۱,۵ نمره)	
۸-	در معامله سیاله ی $5y + 7x = 200$ برای x و y چند جواب ۲ رقمی می توان یافت؟ (۳ نمره)	
۹-	اگر عدد $A = \overline{2a1b34}$ بر ۹ بخش پذیر باشد، باقیمانده های آن را بر ۱۱ چند است؟ (۲ نمره)	
۱۰-	اگر باقیمانده عدد a بر ۶ و ۹ به ترتیب باریز ۲ و ۵ باشد، باقیمانده ی تقسیم $a-2$ بر ۱۸ چند است؟ (۲ نمره)	

موفق باشید.

نام و نام خانوادگی:	باسمه تعالی	تاریخ امتحان: ۹۷/۱۰/۸
نام درس: گسسته	اداره کل آموزش و پرورش استان البرز	ساعت امتحان: ۹ صبح
نوبت و سال تحصیلی: دی ماه ۹۷/۹۸	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ کرج	وقت امتحان: ۶۰ دقیقه
پایه و رشته: دوازدهم ریاضی	دبیرستان غیردولتی پژوهندگان علم	تعداد صفحه: _____ صفحه: _____

۲	(۱) به ازای چند عدد صحیح مثبت n کسر $\frac{2n+13}{n-1}$ عددی صحیح خواهد شد؟
۲	(۲) بزرگترین عدد مثبتی که باقیمانده‌اش در تقسیم بر ۱۱۶ چهار برابر مکعب خارج قسمت باشد چیست؟
۲	(۳) نشان دهید مربع هر عدد فرد به صورت $8k+1$ خواهد بود.
۲/۵	(۴) اگر عدد $m + 3^{15}$ بر عدد ۱۷ بخش پذیر باشد کوچکترین عدد طبیعی m کد است؟
۲/۵	(۵) درهم نهشتی به پیمانه m سه عدد a و ۴۱ و ۱۳۲ در یک کلاس هم‌ارزی قرار دارند اگر $(m, 7) = 1$ باشد. باقیمانده تقسیم m^m بر ۱۴ چیست؟
۲/۵	(۶) به ازای چند عدد طبیعی کوچکتر از ۵ عدد $42 + 7^n$ بر ۴۳ بخش پذیر است.
۲/۵	(۷) رابطه هم نهشتی مجموعه Z را به ۱۵ کلاس هم‌ارزی افراز کرده است و عدد سه رقمی ۶۸۴ در کلاس هم‌ارزی [۹] قرار دارد تعداد جواب‌های a کدام است؟
۲	(۸) می‌خواهیم بسته‌ای که نیاز به ۱۸۰ تومان تمبر دارد را با تمبرهای ۳۰ و ۵۰ تومانی پست کنیم این کار به چند طریق انجام پذیر است؟
۲	(۹) رقم یکان عدد $19^{22} + 18^{22} + 27^{22}$ را بدست آورید.

نام و نام خانوادگی:	باسمه تعالی	تاریخ امتحان: ۹۷/۱۰/۱۵
نام درس: آگست	اداره کل آموزش و پرورش استان البرز	ساعت امتحان: ۹ صبح
نوبت و سال تحصیلی: دی ماه ۹۷/۹۸	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ کرج	وقت امتحان: ۶۰ دقیقه
پایه و رشته: دوازدهم ریاضی	دبیرستان غیردولتی پژوهندگان علم	تعداد صفحه: صفحه:
۲	(۱) به ازای چند عدد صحیح مثبت n کسر $\frac{2n+12}{n-1}$ عددی صحیح خواهد شد؟	
۲	(۲) بزرگترین عدد مثبتی که باقیمانده‌اش در تقسیم بر ۱۱۶ چهار برابر مکعب خارج قسمت باشد چیست؟	
۲	(۳) نشان دهید مربع هر عدد فرد به صورت $8k+1$ خواهد بود.	
۲/۵	(۴) اگر عدد $3^{15} + m$ بر عدد ۱۷ بخش پذیر باشد کوچکترین عدد طبیعی m کد است؟	
۲/۵	(۵) درهم نهشتی به پیمانه m سه عدد a و ۴۱ و ۱۳۲ در یک کلاس هم ارزی قرار دارند اگر $(m, 7) = 1$ باشد. باقیمانده تقسیم m^m بر ۱۴ چیست؟	
۲/۵	(۶) به ازای چند عدد طبیعی کوچکتر از ۵ عدد $42 + 7^n$ بر ۴۳ بخش پذیر است.	
۲/۵	(۷) رابطه هم نهشتی مجموعه Z را به ۱۵ کلاس هم ارزی افراز کرده است و عدد سه رقمی ۶۵۴ در کلاس هم ارزی [۹] قرار دارد تعداد جواب‌های a کدام است؟	
۲	(۸) می‌خواهیم بسته‌ای که نیاز به ۱۸۰ تومان تمبر دارد را با تمبرهای ۳۰ و ۵۰ تومانی پست کنیم این کار به چند طریق انجام پذیر است؟	
۲	(۹) رقم یکان عدد $19^{19} + 18^{18} + 27^{27}$ را بدست آورید.	

نام و نام خانوادگی:	باسمه تعالی	تاریخ امتحان: ۹۷/۱۰/۱۵
نام درس: آگست	اداره کل آموزش و پرورش استان البرز	ساعت امتحان: ۹ صبح
نوبت و سال تحصیلی: دی ماه ۹۷/۹۸	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۳ کرج	وقت امتحان: ۶۰ دقیقه
پایه و رشته: دوازدهم ریاضی	دبیرستان غیردولتی پژوهندگان علم	تعداد صفحه: صفحه:
۲	(۱) به ازای چند عدد صحیح مثبت n کسر $\frac{2n+12}{n-1}$ عددی صحیح خواهد شد؟	
۲	(۲) بزرگترین عدد مثبتی که باقیمانده‌اش در تقسیم بر ۱۱۶ چهار برابر مکعب خارج قسمت باشد چیست؟	
۲	(۳) نشان دهید مربع هر عدد فرد به صورت $8k+1$ خواهد بود.	
۲/۵	(۴) اگر عدد $3^{15} + m$ بر عدد ۱۷ بخش پذیر باشد کوچکترین عدد طبیعی m کد است؟	
۲/۵	(۵) درهم نهشتی به پیمانه m سه عدد a و ۴۱ و ۱۳۲ در یک کلاس هم ارزی قرار دارند اگر $(m, 7) = 1$ باشد. باقیمانده تقسیم m^m بر ۱۴ چیست؟	
۲/۵	(۶) به ازای چند عدد طبیعی کوچکتر از ۵ عدد $42 + 7^n$ بر ۴۳ بخش پذیر است.	
۲/۵	(۷) رابطه هم نهشتی مجموعه Z را به ۱۵ کلاس هم ارزی افراز کرده است و عدد سه رقمی ۶۵۴ در کلاس هم ارزی [۹] قرار دارد تعداد جواب‌های a کدام است؟	
۲	(۸) می‌خواهیم بسته‌ای که نیاز به ۱۸۰ تومان تمبر دارد را با تمبرهای ۳۰ و ۵۰ تومانی پست کنیم این کار به چند طریق انجام پذیر است؟	
۲	(۹) رقم یکان عدد $19^{19} + 18^{18} + 27^{27}$ را بدست آورید.	

نام درس: ریاضیات گسسته

نام دبیر: آقای محسنی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۱۷

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران
دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سیدخندان

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

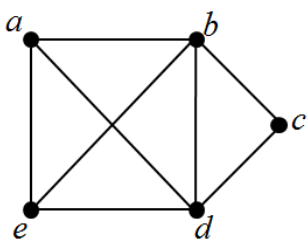
نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

نمره تجدید نظر به عدد:		نمره به حروف:		نمره به عدد:		نمره به حروف:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		محل مهر و امضاء مدیر	
نمره		نمره		نمره		نمره		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		محل مهر و امضاء مدیر	
ردیف		سؤالات												ردیف			
۱		با روش اثبات مستقیم نشان دهید که ضرب ۳ عدد زوج متوالی مضرب ۴۸ است.												۱/۵			
۲		اگر a_1 و a_2 و a_3 اعداد صحیح و b_1 و b_2 و b_3 همان اعداد صحیح ولی به ترتیب دیگری که قرار گرفته‌اند باشند، ثابت کنید $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی زوج است.												۱/۵			
۳		اگر x و y دو عدد حقیقی باشند با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$												۱/۵			
۴		الف) ثابت کنید: $a b, b \neq 0 \Rightarrow a \leq b $ ب) منحنی تابع $y = \frac{x^2 - 7x + 4}{2x + 1}$ از چند نقطه با مختصات صحیح عبور می‌کند؟												۲			
۵		اگر a عددی صحیح و فرد و $b a + 2$ در این صورت باقیمانده تقسیم $a^2 + b^2 + 3$ را بر ۸ بیابید.												۲			
۶		به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد به صورت‌های $5n - 2$ و $7n + 3$ نسبت به هم غیر اولند؟												۲			
۷		ثابت کنید $13^{51} - 11^{51} - 23^{51}$ بر عدد ۱۳۲ بخش پذیر است.												۱/۵			
۸		رقم یکان $1388^{88} + 1398^{99}$ را به دست آورید.												۱			
۹		معادله $14x + 15y = 1050$ چند جواب طبیعی دارد؟												۲			
۱۰		با توجه به گراف مقابل به سؤالات زیر پاسخ دهید: الف) بین رئوس a و c چند مسیر وجود دارد؟ ب) چند دور به طول ۴ دارد؟ ج) چند یال به این گراف اضافه کنیم تا کامل گردد. د) مجموعه همسایگی باز رأس a و مجموعه همسایگی بسته رأس c را بنویسید. 												۲			
۱۱		یک گراف ۳-منتظم با افزودن ۶ یال کامل می‌شود. مقادیر p و q این گراف منتظم را بدست آورید و آن را رسم کنید.												۱,۵			
۱۲		درجه رئوس گراف G به صورت ۲ و ۲ و ۲ و ۳ و ۳ است. مکمل این گراف را رسم کنید و مجموع درجات رئوس $\bar{G}$ را بدست آورید.												۱,۵			
موفق و مؤید باشید محسنی																	
صفحه ی ۱ از ۱																	

جمع بارم : ۲۰ نمره

نام درس: ریاضیات گسسته

نام دبیر: آقای ممسنی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۱۷

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

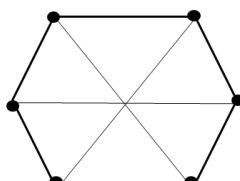
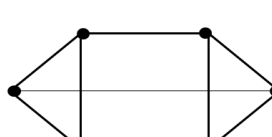
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران

دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد سیدخندان

کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$2k, 2k-2, 2k+2 \Rightarrow A = (2k-2)(2k)(2k+2) = 8(k-1)k(k+1)$ $\Rightarrow A = 48q$ ضرب ۳ عدد متوالی مضرب ۶	
۲	فرض می کنیم $(a_1-b_1)(a_2-b_2)(a_3-b_3)$ عددی فرد است (فرض خلف) پس (a_1-b_1) و (a_2-b_2) و (a_3-b_3) هر سه فردند لذا داریم: $(a_1-b_1) + (a_2-b_2) + (a_3-b_3) = (a_1+a_2+a_3) - (b_1+b_2+b_3) = 0$ برابرند که این تناقض است چون جمع سه عدد فرد باید فرد شود نه زوج.	
۳	$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \xrightarrow{\times 2} 2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y$ $\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) + (x^2 - 2xy + y^2) \geq 0 \Leftrightarrow$ $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0$ این عبارت همواره صحیح است و تمام مراحل برگشت پذیر نیز است.	
۴	الف: $a b \rightarrow b = aq \xrightarrow{ } b = a q \rightarrow q \geq 1 \xrightarrow{\times a} a q \geq a \rightarrow b \geq a $ ب: $\begin{cases} 2x+1 x^2-7x+4 \xrightarrow{\times 2} 2x+1 2x^2-14x+8 \rightarrow \begin{cases} 2x+1 15x-8 \rightarrow \begin{cases} 2x+1 30x-16 \\ 2x+1 2x+1 \xrightarrow{\times x} 2x+1 2x^2+x \end{cases} \end{cases} \\ \rightarrow 2x+1 31 \end{cases} \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases} \\ \rightarrow 2x+1 31 \end{cases} \begin{cases} x=-16 \\ x=15 \end{cases}$	
۵	$b a+2 \xrightarrow{a \rightarrow b} b a+2 \Rightarrow \begin{cases} a=2k+1 \\ b=2k'+1 \end{cases}$ می دانیم مربع هر عدد فرد، مضرب ۸ به علاوه ۱ می باشد. پس: $a^2 + b^2 + 3 = (2k+1)^2 + (2k'+1)^2 + 3 = 4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 + 3 = 4k^2 + 4k + 4k'^2 + 4k' + 5 = 4(k^2 + k + k'^2 + k') + 5 = 4q'' + 5 \rightarrow r = 5$	
۶	$29 \Rightarrow d = 29 \Rightarrow 29 5n-2$ $(5n-2, 7n+3) = d \rightarrow \begin{cases} d 5n-2 \xrightarrow{\times 7} d 35n-14 \\ d 7n+3 \xrightarrow{\times 5} d 35n+15 \end{cases} \xrightarrow{-} d 29 \rightarrow d = 29$ $5n-2 \equiv 0 \pmod{29} \rightarrow 5n \equiv 2 \pmod{29} \xrightarrow{\times 6} 30n \equiv 12 \pmod{29} \rightarrow n \equiv 12 \pmod{29}$ $\rightarrow n = 29k + 12 \rightarrow 10 \leq 29k + 12 \leq 99 \Rightarrow 0 \leq k \leq 3 \rightarrow 4 \text{ تا}$	
۷	$(a+b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{11} \Rightarrow (11+12)^{11 \times 12} \equiv 11^{11} + 12^{11} \pmod{11}$ $(11+12)^{11} - (11^{11} + 12^{11}) \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow r = 0$ پس این عدد بر ۱۳۲ بخش پذیر است.	

$\begin{array}{r} 2019 \overline{) 4} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 88 \overline{) 4} \\ \cdot \end{array} \Rightarrow 8^3 + 8^4 \equiv 512 + (64 \times 64)$ $\Rightarrow \equiv 2 + 6 \equiv 8 \text{ رقم یکان:}$	۸
$\begin{array}{r} 14x \downarrow 15y \downarrow 1050 \downarrow y \equiv 0 \rightarrow y = 14k \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{array}$ $14x + 15(14k) = 1050 \xrightarrow{\div 14} x + 15k = 75 \rightarrow x = 75 - 15k$ $\begin{cases} x = 75 - 15k \geq 1 \\ y = 14k \geq 1 \end{cases} \xrightarrow{\cap} \frac{1}{14} \leq k \leq \frac{74}{15} \Rightarrow 1 \leq k \leq 4$ پس ۴ جواب طبیعی دارد.	۹
الف) $abc / abdc / abedc / adc / adebc / aedc / aebc / aebdc$ ب) $abcd a / abdea / adbea / ebcde / abeda /$ ج) $p = 5 \rightarrow k_{\Delta} : q = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$ گراف مسئله ۸ یال دارد پس برای کامل شدن ۲ یال نیاز دارد. د- $N_G(a) = \{b, d, e\}, N_G^{[c]} = \{c, b, d\}$	۱۰
$k = 3 \rightarrow kp = 2q \rightarrow 3 \times p = 2q \rightarrow q = \frac{3p}{2} \xrightarrow{+6} \frac{3p}{2} + 6 =$ $\frac{p(p-1)}{2} \xrightarrow{\times 2} 3p + 12 = p^2 - p \rightarrow p^2 - 4p - 12 = 0 \rightarrow (p-6)(p+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p=6 \checkmark \\ p=-2 \times \end{cases} \Rightarrow q = \frac{3 \times 6}{2} = 9$  	۱۱
$G: \begin{array}{c} b \\ \swarrow \quad \searrow \\ a \quad c \\ \swarrow \quad \searrow \\ e \quad d \end{array} \Rightarrow \bar{G}: \begin{array}{c} b \\ \swarrow \quad \searrow \\ a \quad c \\ \swarrow \quad \searrow \\ e \quad d \end{array} \Rightarrow \text{مجموع درجات} = 2q = 2(4) = 8$	۱۲
نام و نام خانوادگی مصحح : محسن محسنی	جمع بارم : ۲۰ نمره

نام درس: ریاضیات گسسته
 نام دبیر: جناب آقای امیرحسین عبدالهیان
 تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۷
 ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

نمره تجدید نظر به عدد:		نمره به حروف:		نمره به عدد:		نمره به حروف:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		محل مهر و امضاء مدیر	
سؤالات		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	
ردیف	سؤال	ردیف	سؤال	ردیف	سؤال	ردیف	سؤال	ردیف	سؤال	ردیف	سؤال	ردیف	سؤال	ردیف	سؤال	ردیف	سؤال
۱	ثابت کنید مربع هر عدد فرد، فرم $8t+1$ دارد.	۱	اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی درستی رابطه زیر را بررسی کنید: $a^2 + 1 > b(2 - b)$	۱	با استفاده از روش استدلالی برهان خلف، حکم زیر را ثابت کنید: اگر n^2 مضربی از ۳ باشد، نشان دهید که n نیز مضربی از ۳ است.	۱	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید، اگر به سه برابر عددی فرد یک واحد اضافه شود، عددی زوج بدست می آید.	۱	اگر $d = (2n^2 + 1, 2n - 4)$ باشد، مطلوب است مقادیر d .	۱	اگر در تقسیم عدد طبیعی a بر ۵۰ باقی مانده، ۸ برابر مربع خارج قسمت باشد، مطلوب است a .	۱	اگر باقی مانده ی تقسیم a بر ۷ و ۸ به ترتیب ۴ و ۵ باشد، مطلب است باقی مانده ی a بر ۵۶.				

۸	اگر $5 \mid 2n+1$ ثابت کنید: $25 \mid 14n^2 + 19n + 6$	۱
۹	اگر باقی مانده‌ی تقسیم اعداد A و B بر ۳۹ به ترتیب ۱۷ و ۲۳ باشد، باقی مانده‌ی $A - B$ بر ۳۹ را محاسبه کنید.	۱
۱۰	باقی مانده‌ی تقسیم $3^{71} + 5^{112}$ بر ۱۳ را محاسبه کنید.	۱
۱۱	رقم یکان 7^{327} را محاسبه کنید.	۱
۱۲	معادله‌ی هم‌نهشتی $151x \equiv 40 \pmod{13}$ در مجموعه اعداد دو رقمی چند جواب دارد؟	۱
۱۳	اگر سوم اردیبهشت سالی دوشنبه باشد، ۲۲ بهمن چه روزی خواهد بود؟	۱
۱۴	اگر رقم یکان $5a+2$ و $2a+6$ برابر باشند، مطلوب است رقم یکان $7a-3$.	۱
۱۵	در گراف K_5 منتظم از مرتبه‌ی p و اندازه‌ی q رابطه $2q-3p=12$ برقرار می‌باشد، مقادیر p و q را به دست آورید.	۱
۱۶	فرض کنید G گرافی است از مرتبه‌ی ۷ و اندازه‌ی ۹ به طوری که درجه هر راس آن ۲ یا ۳ می‌باشد. تعیین کنید این گراف چند راس از درجه ۲ و چند راس از درجه ۳ دارد؟	۱
۱۷	چند نوع گراف منتظم مرتبه ۷ داریم؟	۱
۱۸	تعداد گراف‌هایی با چهار راس a و b و c و d می‌توان ساخت به طوری که: (الف) شامل دو یال باشد. (ب) شامل یال ab باشد ولی یال cd را نداشته باشد.	۱
۱۹	۱۹- یک گراف ساده مرتبه ۹، ۳۳ یال دارد. این گراف حداقل و حداکثر چند راس با درجه Max دارد؟	۱
۲۰	در گراف ۴- منتظم G داریم $q = 3p - 2$ ، مطلوبست اندازه گراف.	۱
	(موفق باشید عبدالحیانی)	۲۰نمره

نام درس: آمار و احتمال
نام دبیر: جناب آقای امیرحسین
عبدالهیان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۱۷
ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۹۷



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	ثابت کنید مربع هر عدد فرد، فرم $8t+1$ دارد. $1 = + \Rightarrow 2 = 2 + + q81(1t)t41t44x4t2x4x$ دو عدد متوالی: $2q$ و $2q+1$	
۲	اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی درستی رابطه زیر را بررسی کنید: $a^2 + 1 > b(2 - b)$ $a^2 + 1 \geq b(2 - b) \Leftrightarrow a^2 + 1 > 2b - b^2 \Leftrightarrow a^2 + 1 = 2b + b^2 > 0$ [0/25] $\Leftrightarrow a^2 + (1 - b)^2 \geq 0$ [0/25] [0/25] درستی عبارت فوق بدیهی است، تمامی روابط برگشت پذیر می باشند در نتیجه حکم برقرار است.	
۳	با استفاده از روش استدلالی برهان خلف، حکم زیر را ثابت کنید: اگر n^2 مضربی از ۳ باشد، نشان دهید که n نیز مضربی از ۳ است. فرض خلف: n مضرب ۳ نباشد. $\Rightarrow$ ضرب ۳ در n با n حاصل می شود $\Rightarrow n^2 = \underbrace{k^2 + k.r}_{3q} + r^2 = 3q + r^2 = 3q^1$ یعنی n^2 مضرب ۳ نیست که متناقض با فرض مسئله است پس فرض خلف غلط است.	
۴	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید. اگر به سه برابر عددی فرد یک واحد اضافه شود. عددی زوج بدست می آید. $:2k+1 \xrightarrow{[0/25]} 3(2k+1) + [0/25] = 6k+4 = 2(3k+2) [0/25] = 2k'$ عددی زوج است	

اگر $d = (2n^2 + 1, 2n + 4)$ باشد، مطلوب است مقادیر d .

$$(2n^2 + 1, 2n + 4) = d : \begin{matrix} d | 2n^2 + 1 \\ d | 2n - 4 \end{matrix} \longrightarrow$$

$$4 \quad \begin{matrix} d | 4n + 1 \\ n^2 | d \end{matrix} \xrightarrow{\text{از طرفی}} d | 9 \Rightarrow d = \begin{cases} 1 \text{ I\AA} \\ 3 \text{ I\AA} \\ 9 \end{cases}$$

۵

اگر در تقسیم عدد طبیعی a بر 50 باقی مانده 8 برابر مربع خارج قسمت باشد، مطلوب است a .

$$\begin{cases} a = 50q + r \gg 0 < r < 50 \\ r = 8q^2 \end{cases} : a = 50q + 8q^2, \quad 0 < 8q^2 < 50$$

$$\Rightarrow 0 < q^2 < 6/25 \rightarrow 0 < q < 2/5 \xrightarrow{q \in \mathbb{N}} q = \begin{cases} 1 \rightarrow q = 58 \\ 2 \rightarrow a = 132 \end{cases}$$

۶

اگر باقی مانده‌ی تقسیم a بر 7 و 8 به ترتیب 4 و 5 باشد، مطلب است باقی مانده‌ی a بر 56 .

$$\left. \begin{aligned} a = 7q + 4 &\xrightarrow{\times 8} 8a = 56q + 32 \\ a = 8q' + 5 &\xrightarrow{\times 7} 7a = 56q' + 35 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{فاضل}} a = 56q'' - 3$$

$$: a = 56q'' - 56 + 53 : a = 56k + 53 \Rightarrow r = 53$$

باقیمانده

۷

اگر $5 | 2n + 1$ ، ثابت کنید: $25 | 14n^2 + 19n + 6$

$$5 | 2n + 1 \rightarrow 5^2 | (2n + 1)^2 : 25 | 4n^2 + 4n + 1 \quad \boxed{\text{I}}$$

$$10n^2 + 15n + 5 = 5(2n^2 + 3n + 1) = 5(\underbrace{2n^2 + n}_{n(2n+1)=5q'} + 2n + 1) = 25q''$$

$$\Rightarrow 25 | 10n^2 + 15n + 5 \quad \boxed{\text{II}}$$

$$\xrightarrow{\text{I} \gg \text{II}} 25 | 14n^2 + 19n + 6$$

۸

اگر باقی مانده‌ی تقسیم اعداد A و b بر 39 به ترتیب 17 و 23 باشد، باقی مانده $A - B$ بر 39 را محاسبه کنید.

$$\begin{aligned} A &\equiv 17^{39} \\ B &\equiv 23^{39} \end{aligned} \Rightarrow A - B \equiv 17 - 23 = -6 \equiv 33^{39}$$

۹

باقی مانده ی تقسیم $3^{71} + 5^{112}$ بر ۱۳ را محاسبه کنید.

$$3^3 \equiv 1 \Rightarrow 3^{69} \equiv 1 \Rightarrow 3^{69} \times 3^2 \equiv 9 \Rightarrow 3^{71} \equiv 9 \quad (1)$$

$$5^2 \equiv -1 \Rightarrow (5^2)^{56} \equiv 1 \Rightarrow 5^{112} \equiv 1 \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 3^{71} + 5^{112} \equiv 10$$

۱۰

رقم یکان 7^{327} را محاسبه کنید.

$$7^2 \equiv -1 \Rightarrow (7^2)^{163} \equiv -1 \xrightarrow{\times 7} 7^{327} \equiv -7 \Rightarrow -7 \equiv 3$$

رم یکان ۳ می باشد.

$$\begin{cases} 4k + r \xrightarrow{10} a^r \\ r = 0 \end{cases} \quad \text{روش دوم: می دانیم}$$

$$7^{327} = 7^{(4 \times 81 + 3)} = 7^{4k-3} \equiv 7^3 = 7^2 \times 7 = 49 \times 7 \equiv 63 \equiv 3$$

۱۱

معادله ی هم نهشتی $151x \xrightarrow{13} 40$ در مجموعه اعداد دورقمی چند جواب دارد؟

$$\begin{cases} 151x \equiv 40; -5x \equiv 40 \xrightarrow{(-5,13)=1} x \equiv -8; x = -k - 8 \\ 15 \equiv -5 \end{cases}$$

$$:10 < 13k - 8 \leq 99 : \frac{18}{13} \leq \frac{107}{13} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = \begin{cases} + \\ - \\ 0 \\ 7 \\ 0 \\ 0 \\ 8 \end{cases} \quad \text{ار یه م}$$

۱۲

اگر سوم اردیبهشت سالی دوشنبه باشد ۲۲ بهمن چه روزی خواهد بود؟

سوم اردیبهشت (دوشنبه) ۲۲ بهمن

۱۳

$$28 + 4 \times 31 + 4 \times 30 + 22 \equiv 0 + 4 \times 3 + 4 \times 2 + 1 = 2 \equiv \boxed{7} \quad \begin{matrix} \uparrow \\ \text{روزهای هفته} \\ \downarrow \\ \text{یعنی ۲۲ بهمن دوشنبه است.} \end{matrix}$$

۴ ماه ۳۰ روزی داریم. ۴ ماه ۳۱ روزی داریم.

اگر رقم یکان $5a + 2$ و $2a + 6$ برابر باشند، مطلوب است رقم یکان $7a - 3$.

$$2a + 6 \equiv 5a + 2 \pmod{10} \Rightarrow 3a \equiv 4 \pmod{10} \Rightarrow 3a \equiv -6 \pmod{10} \xrightarrow{(3,10)=1} a \equiv -2 \pmod{10}$$

$$\Rightarrow 7a - 3 \equiv -17 \equiv 3 \pmod{10}$$

۱۴

در گراف 5 -منتظم از مرتبه‌ی p و اندازه‌ی q رابطه $2q - 3p = 12$ برقرار می‌باشد، مقادیر p و q را به دست آورید.

$$pr = 2q \Rightarrow 5p = 2q, \quad 2q - 3p = 12 \Rightarrow 5p - 3p = 12 \Rightarrow p = 6, \quad q = 15$$

۱۵

فرض کنید G گرافی است از مرتبه‌ی 7 و اندازه‌ی 9 به طوری که درجه هر راس آن 2 یا 3 باشد. تعیین کنید این گراف چند راس از درجه 2 و چند راس از درجه 3 دارد؟

تعداد	درجه
x	2
y	3
7	

$$\xrightarrow{\quad} x + y = 7 \quad (I)$$

۱۶

$$\sum \deg(V_i) = 2q \Rightarrow 2x - 3y = 18 \quad (II)$$

$$\Rightarrow (I), (II) \Rightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + 3y = 18 \end{cases} : x = 3, y = 4$$

چند نوع گراف منتظم مرتبه 7 داریم؟

$r = 0 \rightarrow$ ۱ نود

$r = 2 \rightarrow$ ۲ نوع 3 ضلعی و 4 ضلعی / 7 ضلعی

$r = 4 \rightarrow$ چون مکمل 2 منتظم است پس از این نوع هم 2 نوع داریم

$r = 6 \rightarrow$ ۱ نوع

۱۷

پس در کل 6 نوع گراف منتظم مرتبه 7 داریم، دقت کنیم که فرد منتظم مرتبه فرد نداریم.

تعداد گراف‌هایی با چهار رأس a و b و c و d می‌توان ساخت به‌طوری‌که:

الف) شامل دو یال باشد.

ب) شامل یال ab باشد ولی یال cd را نداشته باشد.

$$\text{کل یال‌ها} = \binom{4}{2} = 6$$

$$q = 2 \xrightarrow{\text{باید ۲ یال از ۶ یال برداریم}} \binom{6}{2} = 15$$

الف)

ب) ab هست و cd نیست پس از ۴ یال مانده هر زیرمجموعه برداریم یک گراف داریم:

$$2^4 = 16$$

۱۸

یک گراف ساده مرتبه ۹، ۳۳ یال دارد. این گراف حداقل و حداکثر چند رأس با درجه Max دارد؟

$$p = 9 \xrightarrow{\text{اگر کامل باشد}} \begin{cases} q_{\text{کامل}} = \binom{9}{2} = 36 \\ \text{منتظم} = 8 \end{cases}$$

حال باید سه یال برداریم که بدترین نوع برداشتن $\vdots \vdots \vdots$ می‌باشد که ۳ رأس درجه ۸ باقی می‌ماند و بهترین نوع برداشتن (؟؟؟) می‌باشد که ۶ رأس درجه ۸ می‌ماند.

۱۹

در گراف ۴ منتظم G داریم $q = 3p - 2$ ، مطلوبست اندازه گراف.

$$r.p = 2q \xrightarrow{r=4} 4p = 2q : q = 2p$$

$$4 = - \xrightarrow{q=2p} q = 2p$$

که این اعداد برای گراف ساده ۴ منتظم غیرقابل قبول‌اند.

۲۰

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح :

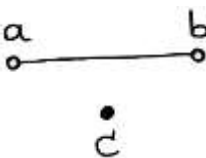
جمع بارم ۲۰: نمره

نام درس: ریاضیات گسسته
نام دبیر: آقای دارابی
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۱۷
ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
آزمون پایان ترم نوبت اول سال تمصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام و نام خانوادگی:
مقطع و رشته:
نام پدر:
شماره داوطلب:
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

نمره به عدد:		نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	
ردیف	سؤالات				ردیف
۱	ثابت کنید اگر K حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد آنگاه $4k + 1$ مربع کامل است.				۱
۲	به روش بازگشتی ثابت کنید که $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$ برقرار است. (x و y و z اعداد حقیقی هستند).				۱
۳	برای گزاره ی زیر یک مثال نقض بیاورید: "اگر برای هر سه مجموعه A و B و C داشته باشیم: $A \cup B = A \cup C$ آنگاه $B = C$ "				۱
۴	اگر a, b, c اعداد طبیعی باشند به طوری که $abc \mid ac + bc$ ، آنگاه نشان دهید که $a=b$.				۱
۵	چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $3yx - x^2 - y = 1$ وجود دارد؟				۱/۵
۶	در یک تقسیم مقسوم علیه برابر ۲۲ و باقیمانده برابر با ۱۳ است. اگر ۱۵ واحد به مقسوم اضافه کنیم، خارج قسمت و باقیمانده هر کدام چند واحد تغییر می کنند؟				۱
۷	اگر b فرد و c زوج باشد به طوری که $a \mid b + c$ آنگاه باقیمانده تقسیم $a^2 + b^2 + 3$ بر ۸ چقدر است؟				۱
۸	حاصل $((3a, 9ab), [4a, 24a^2])$ را بدست آورید.				۱
۹	چند عدد دو رقمی n وجود دارد به طوری که $7^n + 42 \equiv 0$ ؟				۱/۵
۱۰	چند عدد به صورت $1aabb$ وجود دارد که مضرب ۳۶ باشد؟				۲
صفحه ۱ از ۲					

۱/۵	بزرگترین عدد دو رقمی x را بیابید به طوری که: $13x \equiv 1 \pmod{5}$ و $7x \equiv 2 \pmod{12}$	۱۱
۱/۵	معادله سیاله $8x + 13y = 300$ چند جواب طبیعی دارد؟	۱۲
۱	یک گراف ساده از مرتبه ۱۲ و اندازه ۲۲ حداکثر چند رأس تنها دارد؟	۱۳
۱	روی مجموعه رأس های $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده با اندازه ۳ ساخته می شود به طوری که دو رأس a و b مجاور باشند؟	۱۴
۱	گراف مقابل چند زیرگراف دارد؟ 	۱۵
۲	همه گراف های ساده مرتبه ۴ را رسم کنید. (توجه داشته باشید که رأس ها نامگذاری نشده اند.)	۱۶
صفحه ی ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره

نام درس: گسسته

نام دبیر: آقای دارابی

تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۷

ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران

دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین

کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۹۷



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	ثابت کنید اگر K حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد آنگاه $4k + 1$ مربع کامل است. $K = n(n + 1) \rightarrow 4k + 1 = 4n(n + 1) + 1 = 4n^2 + 4n + 1 = (2n + 1)^2$	
۲	به روش بازگشتی ثابت کنید که $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$ برقرار است. (x و y و z اعداد حقیقی هستند). $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2xz$ $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy + x^2 + z^2 - 2xz + y^2 + z^2 - 2yz \geq 0$ $(x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$ رابطه ی آخر یک رابطه بدیهی است.	
۳	برای گزاره ی زیر یک مثال نقض بیاورید: "اگر برای هر سه مجموعه A و B و C داشته باشیم: $A \cup B = A \cup C$ آنگاه $B = C$ " $\left. \begin{matrix} A = \{1, 2, 3\} \\ B = \{1, 2\} \\ C = \{2, 3\} \end{matrix} \right\} \rightarrow \begin{cases} A \cup B = \{1, 2, 3\} \\ A \cup C = \{1, 2, 3\} \end{cases} \rightarrow A \cup B = A \cup C$ در حالیکه $B \neq C$	
۴	اگر a, b, c اعداد طبیعی باشند به طوریکه $abc \mid ac + bc$ آنگاه نشان دهید که $a=b$ $abc \mid ac + bc \Rightarrow ab \mid a + b \Rightarrow \begin{cases} a \mid a + b \Rightarrow a \mid b \\ b \mid a + b \Rightarrow b \mid a \end{cases}$ $a \mid b$ و $b \mid a \Rightarrow a = b \Rightarrow a = b$ بنابراین البته می توان مقادیر a و b را پیدا کرد ، اما هدف مسئله مقادیر a و b نیست.	
۵	چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $3yx - x^2 - y = 1$ وجود دارد؟ $3yx - x^2 - y = 4 \Rightarrow y(3x - 1) = x^2 + 4 \Rightarrow y = \frac{x^2 + 4}{3x - 1}$ $\frac{x^2 + 4}{3x - 1} \stackrel{y \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} \begin{cases} 3x - 1 \mid x^2 + 4 \Rightarrow 3x - 1 \mid 3x^2 + 12 \\ 3x - 1 \mid 3x - 1 \Rightarrow 3x - 1 \mid 3x^2 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 1 \mid 12 + x \Rightarrow 3x - 1 \mid 36 + 3x \\ 3x - 1 \mid 3x - 1 \end{cases}$ $\Rightarrow 3x - 1 \mid 37 \Rightarrow 3x - 1 = \pm 1, \pm 37$ $3x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0 \in \mathbb{Z} , 3x - 1 = 1 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \notin \mathbb{Z}$ $3x - 1 = -37 \Rightarrow x = -12 \in \mathbb{Z} , 3x - 1 = 37 \Rightarrow x = \frac{38}{3} \notin \mathbb{Z}$ پس دو نقطه با مختصات صحیح وجود دارد.	

در یک تقسیم مقسوم علیه برابر ۲۲ و باقیمانده برابر با ۱۳ است. اگر ۱۵ واحد به مقسوم اضافه کنیم، خارج قسمت و باقیمانده هر کدام چند واحد تغییر می کند؟ $a = 22q + 13 \Rightarrow a + 15 = 22q + 28 \Rightarrow a + 15 = 22q + 22 + 6 \Rightarrow a + 15 = 22(q + 1) + 6$ باقیمانده جدید ۶ و خارج قسمت جدید $q+1$ است. پس از باقیمانده ۷ واحد کم شده و به خارج قسمت یک واحد اضافه شده است.	۶
اگر b فرد و c زوج باشد به طوریکه $a \mid b + c$ آنگاه باقیمانده تقسیم $a^2 + b^2 + 3$ بر ۸ چقدر است؟ a فرد است $\Rightarrow b + c$ فرد است $\Rightarrow c$ زوج است، b فرد است $\left. \begin{aligned} a \text{ فرد است} &\Rightarrow a^2 = 8k + 1 \\ b \text{ فرد است} &\Rightarrow b^2 = 8\acute{k} + 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^2 + b^2 = 8k + 8\acute{k} + 2$ $a^2 + b^2 = 8q + 2 \Rightarrow a^2 + b^2 + 3 = 8q + 5$ بنابراین باقیمانده $a^2 + b^2 + 3$ بر ۸ برابر است با ۵.	۷
حاصل $((3a, 9ab), [4a, 24a^2])$ را بدست آورید. $3a \mid 9ab \Rightarrow (3a, 9ab) = 3 a $ $4a \mid 20a^2 \Rightarrow [4a, 24a^2] = 24a^2$ بنابراین: $(3 a , 24a^2) = 3 a $ زیرا: $3 a \mid 24a^2$	۸
چند عدد دو رقمی n وجود دارد به طوریکه $7^n + 42 \equiv 0$ $7^n + 42 \equiv 0 \Rightarrow 7^n \equiv -42 \equiv 1$ حال باید کوچکترین مقدار n را پیدا کنیم به طوریکه $7^n \equiv 1$ $7^2 \equiv 6 \xrightarrow{\times 7} 7^3 \equiv 42 \equiv -1 \Rightarrow 7^6 \equiv 1 \Rightarrow 7^{6k} \equiv 1$ بنابراین: $n=6k$ از طرفی $10 \leq n \leq 99$ و $10 \leq 6k \leq 99 \Rightarrow 2 \leq k \leq 16$ $\Rightarrow$ تعداد جواب ها $= 16 - 2 + 1 = 15$	۹

$$\overline{1aabb} \equiv 360 \Rightarrow \begin{cases} \overline{1aabb} \equiv 40 \\ \overline{1aabb} \equiv 90 \end{cases}$$

$$\overline{1aabb} \equiv 40 \Rightarrow \overline{bb} \equiv 40 \Rightarrow 10b + b \equiv 40 \Rightarrow 11b \equiv 40 \Rightarrow b \equiv 40 \Rightarrow b = 0, 4, 8$$

$$\overline{1aabb} \equiv 90 \Rightarrow 1 + a + a + b + b \equiv 90 \Rightarrow 1 + 2a + 2b \equiv 90 \Rightarrow 2(a + b) \equiv -1 \equiv 8 \Rightarrow a + b \equiv 4$$

$$b = 0 \Rightarrow a \equiv 4 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow \overline{1aabb} = 14400$$

$$b = 4 \Rightarrow a \equiv 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } a = 9 \Rightarrow \overline{1aabb} = 10044, 19944$$

$$b = 8 \Rightarrow a \equiv -4 \equiv 5 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow \overline{1aabb} = 15588$$

بزرگترین عدد دو رقمی x را بیابید به طوری که:

۱۱

$$13x \equiv 1, 7x \equiv 2$$

$$\left. \begin{aligned} 7x \equiv 2 &\Rightarrow -5x \equiv -10 \Rightarrow x \equiv 2 \\ 13x \equiv 1 &\Rightarrow 3x \equiv 6 \Rightarrow x \equiv 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x \equiv 2 \Rightarrow x = 60k + 2$$

بزرگترین عدد دو رقمی x زمانی است که: $k=1$ باشد.

$$x = 60 \times 1 + 2 = 62$$

معادله سیاله $8x + 13y = 300$ چند جواب طبیعی دارد؟

۱۲

$$13y \equiv 300 \Rightarrow 5y \equiv 300 \Rightarrow y \equiv 4 \Rightarrow y = 8k + 4$$

$$8x + 13y = 300 \Rightarrow 8x + 13(8k + 4) = 300 \Rightarrow 8x = 248 - 13 \times 8k \Rightarrow x = 31 - 13k$$

اما جواب ها باید طبیعی باشند، بنابراین:

$$1 \leq x \Rightarrow 1 \leq 31 - 13k \Rightarrow 13k \leq 30 \Rightarrow k \leq 2$$

$$1 \leq y \Rightarrow 1 \leq 8k + 4 \Rightarrow 0 \leq k$$

بنابراین:

$$0 \leq k \leq 2$$

$$\text{تعداد جواب ها} = 2 - 0 + 1 = 3$$

یک گراف ساده از مرتبه ۱۲ و اندازه ۲۲ حداکثر چند رأس تنها دارد؟

۱۳

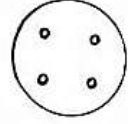
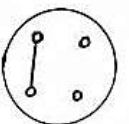
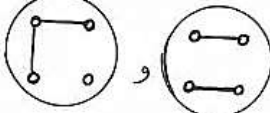
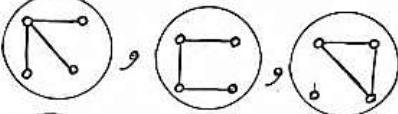
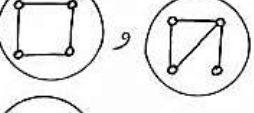
باید ۲۲ را در حداقل تعداد ممکن رأس ها جای دهیم تا بیشترین تعداد رأس های تنها باقی بماند. اما برای ۲۲ یال

حداقل ۸ رأس لازم است زیرا:

$$2^8 = 28 \text{ و } 2^7 = 21$$

بنابراین حداکثر تعداد رأس ها تنها برابر است با:

$$12 - 8 = 4$$

۱۴ روی مجموعه رأس های $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده با اندازه ۳ ساخته می شود به طوری که دو رأس a و b مجاور باشند؟ $\binom{5}{2} - \binom{3}{2} = \binom{9}{2} = 36$	۱۴
۱۵ گراف مقابل چند زیرگراف دارد؟ زیرگراف ها یا شامل یال ab هستند و یا شامل آن نیستند. (۱) زیرگراف های شامل یال ab : (۲) زیرگراف های فاقد یال ab : کافی است زیرگراف های گراف تهی را بشماریم. زیرگراف ها : $2^3 - 1 = 7$ بنابراین: تعداد کل زیرگراف ها : $7 + 2 = 9$	۱۵
۱۶ همه گراف های ساده مرتبه ۴ را رسم کنید. (توجه داشته باشید که رأس ها نامگذاری شده اند.) (۲ نمره) $0 \leq q \leq \binom{4}{2} \implies 0 \leq q \leq 6$ $q=0$:  $q=1$:  $q=2$:  $q=3$:  $q=4$:  $q=5$:  $q=6$: 	۱۶
نام و نام خانوادگی مصحح : امضاء:	جمع بارم : ۲۰ نمره

نام درس: گسسته

نام دبیر:

تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۱۷

ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد دوره دوم رسالت

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	محل مهر و امضاء مدیر
نمره به عدد:	نمره به حروف:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	محل مهر و امضاء مدیر
سؤالات	پ.ج	پ.ج	پ.ج	پ.ج
1 ثابت کنید برای هر عدد طبیعی $n, n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.	۱/۵			
2 نشان دهید حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱			
3 مثال نقض هر مورد را در صورت وجود بنویسید (1) عدد $x^{x+1} + 2$ به ازای هر عدد طبیعی x اول است. (2) اگر x گنگ و y گویا باشد $x+y$ گنگ است (3) توان سوم هر عدد طبیعی از توان دوم آن بزرگتر است.	۱/۵			
4 آیا اعداد صحیحی مانند x, y وجود دارند به که $(x+y)^2 = x^2 + y^2$	۱			
5 نشان دهید ضرب سه عدد متوالی همواره مضرب ۶ است	۲			
6 نشان دهید اگر $a c, b d$ آنگاه $bd ac$	۱			
7 حاصل عبارت زیر را به دست آورید.	۱			
8 اگر دو عدد $3a - 5, 4a - 7$ دارای رقم یکان یکسان باشند رقم یکان $9a + 6$ کدام است	۱/۵			
9 اگر اول مهر یک سال شنبه باشد، ۱۲ بهمن همان سال چند شنبه است؟	۱/۵			
10 تمام اعداد صحیحی را بیابید که سه برابر آنها منهای ۱۳ بر ۷ بخش پذیر باشد.	۱			
11 به چند طریق میتوان ۲۹۰۰۰ تومان را به اسکناس های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی تبدیل کرد؟	۲			
12 در گراف G با مجموعه رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ داریم: $N_G(a) = \{b, e, f\}$ $N_G(b) = \{a, c\}$ $N_G(c) = \{e, d, b\}$ $N_G(d) = \{c, e\}$ $N_G[e] = \{a, c, d, e\}$ $N_G(f) = \{a\}$ $N_G(g) = \{\}$ گراف G را رسم و اندازه آن را مشخص کنید. ب: سپس تمام دورهای موجود در آن را بنویسید ج: مجموع درجات مکمل این گراف را بنویسید	۳			
13 یک گراف همبند و ناهمبند ۸ راسی با اندازه ۱۲ و ۳ منتظم رسم کنید	۱			
14 گراف کامل K_p دارای ۲۱ یال است. در این گراف $\Delta(G), \delta(G)$ را مشخص کنید و آن را رسم کنید	۱			

نام درس: گسسته

نام دبیر:

تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۷

ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

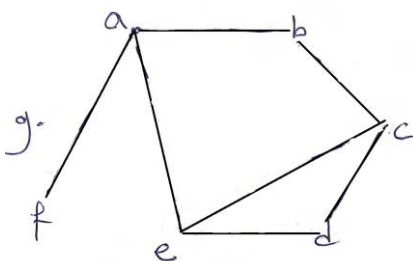
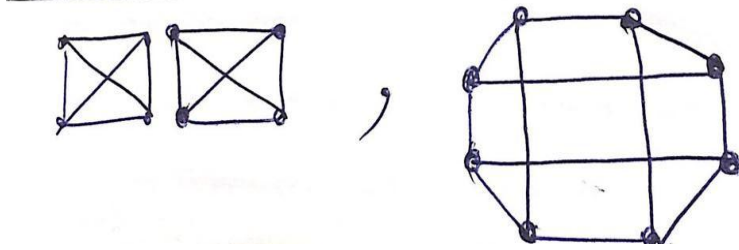
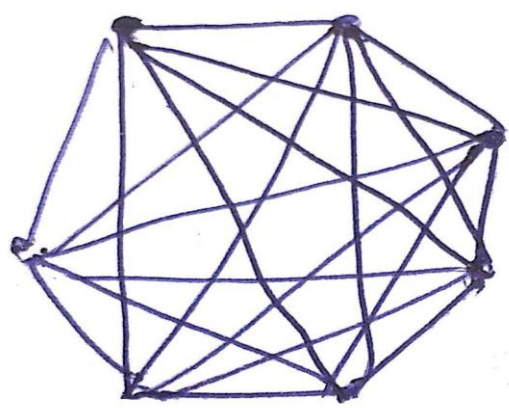
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران

دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد دوره دوم رسالت

کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تمصیلی ۹۸-۹۷



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$n = 2K \rightarrow (2K)^2 - 5(2K) + 7 = 4K^2 - 10K + 6 + 1 = 2q + 1$ $n = 2K + 1 \rightarrow (2K + 1)^2 - 5(2K + 1) + 7 = 4K^2 + 4K + 1 - 10K - 5 + 7 = 4K^2 - 6K + 2 + 1 = 2q + 1$	
۲	فرض ۲ یک عدد گویای ناصفر باشد و x عددی گنگ باشد ولی rx گویا باشد می دانیم حاصلضرب هر دو عدد گویا عددی گویاست و معکوس دو عدد گویا عددی گویاست و معکوس دو عدد گویای ناصفر هم عددی گویاست بنابراین $\frac{1}{r}(rx) \in Q \Rightarrow x \in Q$ که خلاف فرض است.	
۳	۱. اول نیست $x = 2 \rightarrow 3^2 + 2 = 8$ ۲. مثال نقض ندارد ۳. $x = \frac{1}{2}$	
۴	$x^2 + y^2 + 2xy = x^2 + y^2 \Rightarrow 2xy = 0 \rightarrow x = 0, y \in R$	
۵	$x = n(n+1)(n+2) \rightarrow \begin{cases} n = 2K \rightarrow 3 \mid 2K(2K+1)(2K+2) \\ n = 2K+1 \rightarrow 3 \mid (2K+1)(2K+2)(2K+3) \\ n = 2K+2 \rightarrow 3 \mid (2K+2)(2K+3)(2K+4) \end{cases}$	
۶	$a = bq \rightarrow ac = bdK \Rightarrow bd \mid ac$ $c = dq'$	
۷	$[m^2, m^3] = m^5$	
۸	$3a - 5 \equiv 4a - 7 \rightarrow a \equiv 2 \rightarrow 9 \times 2 + 6 \equiv 4$	
۹	$29 + 3 \times 30 + 12 \equiv ?$ $1 + (-1) + 5 \equiv 5$	
۱۰	$x = 3K - 13 \equiv 0 \rightarrow 3K \equiv 13 \rightarrow 3K \equiv 6 \rightarrow K \equiv 2 \rightarrow K = 2, 9, 16$ $x = 3(7q + 2) - 13 = 21q - 7$	
۱۱	$29 \dots = 20 \dots x + 50 \dots y \Rightarrow 2x + 5y = 29$ $5y \equiv 29 \rightarrow y \equiv 1 \rightarrow y = 2K + 1 \geq 0$ $2x + 5(2K + 1) = 29 \rightarrow x = 12 - 5K \geq 0$ $\left. \begin{array}{l} K \geq -\frac{1}{5} \\ K \leq \frac{12}{5} \end{array} \right\} \rightarrow K = 0, 1, 2$	

	الف) $q=7$ ب) $e c d e a$ $a b c d e a$ ج) $6+3+4+3+4+3+5=28$	۱۲
		۱۳
		۱۴
نام و نام خانوادگی مصحح : امضاء:		جمع بارم : ۲۰ نمره



تاریخ امتحان: 1397/10/18

بسمه تعالی

مدت امتحان: 90 دقیقه

مدیریت آموزش و پرورش ناحیه چهار تبریز

دبیرستان پسرانه غیر دولتی مشکاة نور - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: دوازدهم ریاضی موضوع امتحان: ریاضی گسسته نام دبیر: علیزاده

1- اگر n^2 عددی فرد باشد ثابت کنید n نیز فرد است.

2- ثابت کنید حاصلضرب هر دو عدد بصورت $6k + 5$ بصورت $6q + 1$ است.

3- اگر باقیمانده تقسیم عدد a بر 9 برابر 3 و بر 8 برابر 5 باشد آنگاه باقیمانده تقسیم a بر 72 چقدر است؟

4- اگر $a|b$ و $b|a$ ثابت کنید $a = \pm b$ است.

5- اگر $5|4k + 1$ ثابت کنید $25|16k^2 + 28k + 6$.

6- اگر $(a, b) = 1, (a, c) = 1$ باشد ثابت کنید $(a, bc) = 1$ است.

7- حاصل هریک از عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $([m^2, m], m^5) =$

ب) $(7m + 3, 5m + 2) =$

ج) $[(72, 48), 120] =$

د) $[a, (a, b)] =$

8- اگر $a \equiv b$ و $c \equiv d$ ثابت کنید $ac \equiv bd$.

9- باقیمانده تقسیم عدد $10^{62} + 10^{31} + 1$ را بر 111 حساب کنید.

10- معادله های زیر را در اعداد صحیح حل کنید.

ب) $6x \equiv 11 \pmod{9}$

الف) $7x + 5y = 11$

(بارم هر سؤال 2 نمره می باشد)

نام ریاضی

$$\begin{aligned} \text{فرض: } n^2 &= 2k+1 \\ \text{قسم: } n &= 2k'+1 \end{aligned}$$

① -

اگر فرض کنیم n زوج است

$$n = 2q \Rightarrow n^2 = 4q^2 = 2(2q^2) = 2q'$$

زوج است

$$\begin{aligned} n &= 4k+d \\ y &= 4k'+d \Rightarrow ny = (4k+d)(4k'+d) \stackrel{2 \times 4+1}{=} \\ &= 16kk' + 4k + 4k' + d \\ &= 4(4kk' + k + k' + d) + 1 \\ &= 4q + 1 \end{aligned}$$

② -

$$\begin{aligned} 1 \begin{cases} a = 9k+3 \\ a = 1k+d \end{cases} &\rightarrow \begin{aligned} 1a &= 9k+3 \\ 9a &= 9k'+9d \end{aligned} \\ \hline a &= 9(k'-k) + 3 \end{aligned}$$

③ -

$$\begin{aligned} a|b &\rightarrow |b| \geq |a| \\ b|a &\rightarrow |a| \geq |b| \Rightarrow |a| = |b| \\ &\Rightarrow a = \pm b \end{aligned}$$

④ -

$$\begin{aligned} 8|4k+1 &\xrightarrow{\times 2} 16|8k+2 \\ 8|4k+1 &\xrightarrow{\times 2} 16|8k+2 \end{aligned}$$

⑤ -

$$(a, b) = 1 \rightarrow ra + sb = 1$$

$$(a, c) = 1 \rightarrow r'a + s'c = 1$$

$$rr'a + rs'ac + sr'ab + ss'bc = 1$$

$$(rr'a + rs'ac + sr'ab) + (ss'bc) = 1 \Rightarrow (a, bc) = 1$$

⑥ -

بایستی نام، بیانی

$$\text{الف)} ([m^r, m], m^d) = (m^r, m^d) = m^r \quad - \textcircled{v}$$

$$\text{ب)} (vm+r, \delta m+\gamma) = d \rightarrow d|vm+r \xrightarrow{\times d} d|v\delta m+1d \\ d|\delta m+\gamma \xrightarrow{\times v} d|v\delta m+1\epsilon \Rightarrow d|1 \Rightarrow \boxed{d=1}$$

$$\text{ج)} [(vr, \epsilon\lambda), 1\gamma_0] = [\lambda, 1\gamma_0] = 1\gamma_0.$$

$$\text{د)} [a, (a,b)] = |a|$$

$$a \equiv^m b \Rightarrow a-b=mk \xrightarrow{\times c} ac-bc=mkc$$

$$c \equiv^m d \Rightarrow c-d=mk' \xrightarrow{\times b} bc-bd=mk'b$$

$$ac-bd=m(kc+k'b)$$

$$\Rightarrow ac \equiv^m bd$$

$$10^3 \equiv 1 \rightarrow 10^3 \equiv 1 \rightarrow 10^4 \equiv 10$$

$$\rightarrow 10^4 \equiv 100$$

$$10^4 + 10^3 + 1 \equiv 100 + 10 + 1 \equiv 111 \equiv 0$$

$$\text{الف)} vm+\delta y=11$$

$$m_0=3 \rightarrow m=3+\delta k$$

$$y_0=-2 \rightarrow y=-2-\gamma k$$

$$\text{ب)} 4u \equiv 11$$

$$(9,9)=3 \quad \text{جواب ندارد}$$

$$3 \not\equiv 11$$

نام درس: ریاضیات گسسته

نام دبیر: شهرزاد رحیمی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۱۷

ساعت امتحان: ۳:۰۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران
دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش (واحد حافظ)

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

نمره تجدید نظر به عدد:		نمره به حروف:	نمره به عدد:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
		نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
ردیف	سؤالات				پاسخ
۱	کدام یک از گزاره های زیر مثال نقض ندارد؟ مثال های نقض آنها ذکر شود: (الف) اگر n عدد طبیعی و زوج باشد، آنگاه $2^n + 1$ عددی اول است. (ب) اگر x و y عددهای حقیقی باشند به گونه ای که $[x] = [y]$ ، آنگاه $[x^2] = [y^2]$ (ج) مجموعه هر ۴ عدد صحیح متوالی بر ۴ بخش پذیر نیست. (د) اگر x و y عددهای حقیقی باشند به گونه ای که $ x - y < 1$ ، آنگاه $[x] = [y]$.				۲
۲	برای چند عدد طبیعی n رابطه $2n^2 - 3n + 3 \mid 2n + 1$ برقرار است؟				۱
۳	$y = \frac{3x-1}{2x+1}$ از چند نقطه با مختصات صحیح عبور می کند؟				۱
۴	فرض کنید $a, b = 2100$ باشد و $(a, b) > 1$ آنگاه کدام گزینه قطعا درست است؟ چرا؟ (۱) $(a, b) = 2$ (۲) $(a, b) = 5$ (۳) $(a, b) = 10$ (۴) $(a, b) = 3$				۱
۵	قضیه $a^n + na^{n-1}b \equiv (a+b)^n \pmod{b^2}$ را با کمک بسط خیام اثبات کنید. $(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1}b + \binom{n}{2} a^{n-2}b^2 + \binom{n}{3} a^{n-3}b^3 + \dots + \binom{n}{n} b^n$				۱
۶	فرض کنید عدد $2a47b3c$ بر ۹۹۰ بخش پذیر باشد. رقم a برابر کدام است؟				۱/۵
۷	بازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد بصورت های $5n - 2$ و $7n + 3$ نسبت به هم اول نیستند؟				۱/۵
۸	اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۹ و ۱۱ به ترتیب ۷ و ۳ باشد، باقی مانده تقسیم a بر ۹۹ کدام است؟				۱
۹	۱۱مهرماه ۱۳۹۵ یکشنبه است و سال ۱۳۹۵ کبیسه می باشد، ۴ آبان ۱۳۹۸ چند شنبه است؟				۱
۱۰	معادله همنهشتی $33 \equiv 11x \pmod{11}$ ، در مجموعه اعداد طبیعی ۳ رقمی چند جواب دارد؟				۱
۱۱	مجموع ارقام بزرگترین عدد طبیعی دو رقمی y که در معادله سیاله $8x + 11y = 9$ صدق کند کدام است؟				۱
۱۲	باقی مانده تقسیم عدد $8^{12} + 7^{12} + 6^{12} + 5^{12}$ بر عدد ۷ کدام است؟				۱
۱۳	تعاریف زیر را بنویسید و برای هر کدام مثالی بزنید. برای قسمت ب دوگراف بنویسید که یکی زیر گراف دیگری باشد. (الف) گراف همبند (ب) زیر گراف				۲
۱۴	درستی گزاره های زیر را با توجه به گرافی از مرتبه ۱۰ و u, v دو رأس آن باشند، به ترتیب با درجات ۵ و ۶، مشخص کنید: (الف) بین u و v مسیری بطور قطع وجود دارد. (ب) u و v میتوانند مجاور باشند. (ج) u و v حتما متعلق به دوری از این گراف هستند. (د) u و v همسایه مشترک دارند.				۲
صفحه ی ۱ از ۲					

ردیف	سؤالات	پاسخ
۱	ساختار لويس مولکول (C_6H_{12}) که همان (سیکلو هگزان) می باشد را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید: الف) چند یال به آن اضافه کنیم که گراف کامل شود. ب) چند دور در آن وجود دارد.	۱۵
۱	به وسیله الگوریتم هاول - حکیمی نشان دهید دنباله درجه رأس های ۱, ۱, ۴, ۵, ۵, ۵ متعلق به گراف ساده نمی باشد.	۱۶
صفحه ی ۱ از ۱		

جمع بارم : ۲۰ نمره

نام درس: ریاضیات گسسته

نام دبیر: شهروز رمیمی

تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۷

ساعت امتحان: ۸:۳۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

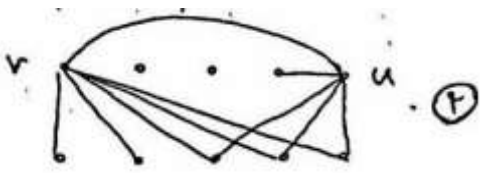
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۱۲ تهران

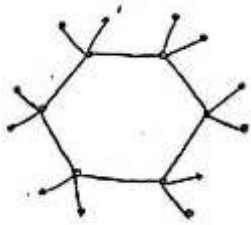
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش (واحد حافظ)



کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) $n = 9 \Rightarrow 2^6 + 1 = 65$ ب) $[x^2] \neq [y^2] \Rightarrow 1 \neq 3 \rightarrow \begin{cases} x = 1/2 \\ y = 1/9 \end{cases}$ ج) دو حالت دارد: اولین عدد فرد باشد: $(\text{مضرب } 4 \times) \rightarrow (2n+1) + (2n+2) + (2n+3) + (2n+4) = 8n+10$ اولین عدد زوج باشد: $(\text{مضرب } 4 \times) \rightarrow (2n) + (2n+1) + (2n+2) + (2n+3) = 8n+6$ د) $x-y < 1 \rightarrow -1 < x-y < 1$	
۲	$\begin{cases} 2n+1 \mid 2n^2-3n+3 \\ \ominus 2n+1 \mid 2n^2+n \\ 2n+1 \mid -4n+3 \\ \ominus 2n+1 \mid -4n-2 \\ 2n+1 \mid 5 \end{cases} \Rightarrow (n \in \mathbb{N}) \Rightarrow \begin{cases} 2n+1 = -1 \rightarrow n = -1 & \times \\ 2n+1 = 1 \rightarrow n = 0 & \times \\ 2n+1 = -5 \rightarrow n = -3 & \times \\ 2n+1 = 5 \rightarrow n = 2 & \checkmark \text{ ق.ق.} \end{cases}$	
۳	$y = \frac{3x-1}{2x+1} \Rightarrow 2x+1 \mid 3x-1 \Rightarrow (2x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2})$ مخرج از طرف: $2x+1 \mid -\frac{5}{2} \Rightarrow 2x+1 \mid -5$ جواب: $\begin{cases} (-3, 2) \\ (2, 1) \\ (0, -1) \\ (-1, 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 = -1 & 2x+1 = 1 & 2x+1 = 5 & 2x+1 = -5 \\ x = -1 & x = 0 & x = 2 & x = -3 \\ y = 4 & y = -1 & y = 1 & y = 2 \end{cases}$	
۴	$a \times b = 2100 = 2^2 \times 5^2 \times 3 \times 7 \quad (a, b) > 1$ حالت های مختلف را بررسی می کنیم: $a = 2 \quad b = 2 \times 5^2 \times 3 \times 7 \quad (a, b) = 2$ $a = 5 \quad b = 2^2 \times 5 \times 3 \times 7 \quad (a, b) = 5$ $a = 2 \times 5 \quad b = 2 \times 5 \times 3 \times 7 \quad (a, b) = 10$	
۵	$(a+b)^n = \underbrace{\binom{n}{0} a^n}_{*} + \underbrace{\binom{n}{1} a^{n-1} b}_{*} + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 + \dots + \binom{n}{n} b^n$ در تمامی بخش های بسط جز ستاره دار، عامل b^2 وجود دارد، پس تمام آن جملات بر b^2 بخش پذیر می باشد. پس می توان گفت: $(a+b)^n \equiv a^n + na^{n-1}b$	
۶	$\overline{2a47b3c} \equiv^{990} \cdot \rightarrow 990 = 9 \times 11 \times 10$ $\overline{2a47b3c} \equiv^9 \cdot$ رقم یکان c باید صفر باشد تا به ۱۰ بخش پذیر باشد. $2 + a + 4 + 7 + b + 3 + c \equiv^4 \cdot \rightarrow a + b + c \equiv^4 - 16 \equiv^4 2 \xrightarrow{c} a + b \equiv^4 2$ $\overline{2a47b3c} \equiv^{11} \cdot \rightarrow c - 3 + b - 7 + 4 - a + 2 \equiv^{11} \cdot \rightarrow c + b - a \equiv^4 \xrightarrow{c} b - a \equiv^4 4$	

$\cdot \leq a + b \leq 11 \Rightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ a + b = 11 \end{cases} \quad -9 \leq b - a \leq 9 \Rightarrow \begin{cases} b - a = 4 \\ b - a = -7 \end{cases}$ $\Rightarrow b = 2, a = 9$	
$(7n + 3, 5n - 2) = d \quad (d \neq 1, d \in \mathbb{N})$ $\begin{cases} d 7n + 3 \rightarrow d 35n + 15 \\ d 5n - 2 \rightarrow d 35n - 14 \end{cases} \Rightarrow d 29 \rightarrow d = 29$ $7n + 3 \equiv 5n - 2 \Rightarrow 2n \equiv -5 \equiv 24 \pmod{29} \Rightarrow n \equiv 12 \pmod{29} \Rightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = 41 \\ n = 70 \\ n = 99 \end{cases}$	۷
$\begin{cases} a \equiv 3 \rightarrow a \equiv 84 \\ a \equiv 7 \rightarrow a \equiv 84 \end{cases} \Rightarrow [9, 11] = 99 \Rightarrow a \equiv 84$	۸
$95 \text{ مهر } 11 \rightarrow 96 \text{ مهر } 11 \rightarrow 97 \text{ مهر } 11 \rightarrow 98 \text{ مهر } 11 \rightarrow 98 \text{ آبان } 14$ $366 + 365 + 365 + 23 \equiv 6$ شنبه $\rightarrow$ جمعه $\rightarrow$ پنج $\rightarrow$ چهار $\rightarrow$ سه $\rightarrow$ دو $\rightarrow$ یک جواب: شنبه	۹
$11x \equiv 33 \pmod{11} \rightarrow x \equiv 3 \rightarrow x = 32k + 3$ $100 \leq 32k + 3 \leq 999 \rightarrow 3/0.3 \leq k \leq 31/1 \rightarrow 4 \leq k \leq 31$ تعداد: $31 - 4 + 1 = 28$	۱۰
$8x + 11y = 9 \rightarrow 11y \equiv 9 \pmod{11} \rightarrow y \equiv 3 \pmod{11} \rightarrow y = 8k + 3 \rightarrow y_{\max} = 8 \times 12 + 3 = 99$ مجموع ارقام: $9 + 9 = 18$	۱۱
$5^{12} + 6^{12} + 7^{12} + 8^{12} \equiv 1 + 1 + 0 + 1 \equiv 3 \pmod{3}$	۱۲
الف) گراف G را همبند گوییم، هر گاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. (در غیر این صورت ناهمبند است) ب) گراف F را زیرگراف G گویند؛ هر گاه مجموعه یال‌ها و رأس‌های آن زیرمجموعه‌ای از یال‌ها و رأس‌های گراف G باشد.	۱۳
 با توجه به شکل بین v و u مسیری به طور قطع وجود دارد؛ (درستی الف) قضیه: اگر بین دو رأس از گراف حداقل دو مسیر مختلف موجود باشد، آن دو رأس حتماً متعلق به دوری از گراف اند. (درستی ج) 	۱۴
در شکل ۲، v و u مجاورند؛ اما در شکل ۱ مجاور نیستند؛ پس می‌توانند مجاور باشند. (درستی ب) با توجه به شکل و اطلاعات می‌دانیم در کل v و u همسایه مشترک دارند. (درستی د)	

 $k_{18} = \frac{18 \times 17}{2} = 153$ $q = 18$ ۱۵۳-۱۸=۱۳۵. یال باید اضافه کرد. در کل یک دور وجود دارد.	۱۵
۵,۵,۵,۵,۴,۱,۱ ۴و۴و۳و۰و۱ ۴و۴و۳و۱و۰ ۳و۳و۲و۰و۰ به عدد منفی رسیدیم $\rightarrow ۱ - و ۲$ دنباله درجات مربوط به گراف ساده نیست.	۱۶
نام و نام خانوادگی مصحح : شهروز رحیمی امضاء:	جمع بارم : ۲۰ نمره



تاریخ امتحان: 1397/10/18

بسمه تعالی

مدت امتحان: 90 دقیقه

مدیریت آموزش و پرورش ناحیه چهار تبریز

دبیرستان پسرانه غیر دولتی مشکاة نور - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: دوازدهم ریاضی موضوع امتحان: ریاضی گسسته نام دبیر: علیزاده

1- اگر n^2 عددی فرد باشد ثابت کنید n نیز فرد است .

2- ثابت کنید حاصلضرب هر دو عدد بصورت $6k + 5$ بصورت $6q + 1$ است .

3- اگر باقیمانده تقسیم عدد a بر 9 برابر 3 و بر 8 برابر 5 باشد آنگاه باقیمانده تقسیم a بر 72 چقدر است ؟

4- اگر $a|b$ و $b|a$ ثابت کنید $a = \pm b$ است .

5- اگر $5|4k + 1$ ثابت کنید $25|16k^2 + 28k + 6$.

6- اگر $(a, b) = 1, (a, c) = 1$ باشد ثابت کنید $(a, bc) = 1$ است .

7- حاصل هریک از عبارات زیر را بدست آورید .

الف) $([m^2, m], m^5) =$

ب) $(7m + 3, 5m + 2) =$

ج) $[(72, 48), 120] =$

د) $[a, (a, b)] =$

8- اگر $a \equiv b$ و $c \equiv d$ ثابت کنید $ac \equiv bd$.

9- باقیمانده تقسیم عدد $10^{62} + 10^{31} + 1$ را بر 111 حساب کنید .

10- معادله های زیر را در اعداد صحیح حل کنید .

ب) $6x \equiv 11 \pmod{9}$

الف) $7x + 5y = 11$

(بارم هر سؤال 2 نمره می باشد)

نام ریاضی

$$\begin{aligned} \text{فرض: } n^2 &= 2k+1 \\ \text{قسم: } n &= 2k'+1 \end{aligned}$$

① -

اگر فرض کنیم n زوج است

$$n = 2q \Rightarrow n^2 = 4q^2 = 2(2q^2) = 2q'$$

زوج
این خلاف فرض است

$$\begin{aligned} n &= 4k+d \\ y &= 4k'+d \Rightarrow ny = (4k+d)(4k'+d) \stackrel{2 \times 4+1}{=} \\ &= 16kk' + 4k + 4k' + d^2 \\ &= 4(4kk' + k + k' + d^2) + 1 \\ &= 4q + 1 \end{aligned}$$

② -

$$\begin{aligned} 1 \mid a &= 9k+3 \\ 9 \mid a &= 1k+d \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} 1a &= 9k+3 \\ 9a &= 9k'+9d \end{aligned}$$

$$a = 9(k'-k) + 3$$

③ -

$$\begin{aligned} a \mid b &\rightarrow |b| \geq |a| \\ b \mid a &\rightarrow |a| \geq |b| \end{aligned} \Rightarrow |a| = |b|$$

$$\Rightarrow a = \pm b$$

④ -

$$\begin{aligned} 8 \mid 4k+1 &\xrightarrow{\times 2} 16 \mid 8k+2 \\ 2 \mid 4k+1 &\xrightarrow{\times 2} 4 \mid 8k+2 \end{aligned} \xrightarrow{\text{عکس}} 4 \mid 14k^2 + 18k + 4$$

⑤ -

$$\begin{aligned} (a, b) &= 1 \rightarrow ra + sb = 1 \\ (a, c) &= 1 \rightarrow r'a + s'c = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} rr'a + rs'ac + sr'ab + ss'bc &= 1 \\ (rr'a + rs'ac + sr'ab) + (ss'bc) &= 1 \Rightarrow (a, bc) = 1 \end{aligned}$$

⑥ -

با هم نام، با هم می آید

$$\text{الف)} ([m^r, m], m^d) = (m^r, m^d) = m^r \quad - \textcircled{v}$$

$$\text{ب)} (vm+r, \delta m+\gamma) = d \rightarrow d|vm+r \xrightarrow{\times d} d|v\delta m+1d \\ d|\delta m+\gamma \xrightarrow{\times v} d|v\delta m+1\epsilon \Rightarrow d|1 \Rightarrow \boxed{d=1}$$

$$\text{ج)} [(vr, \epsilon\lambda), 1\gamma_0] = [\lambda, 1\gamma_0] = 1\gamma_0.$$

$$\text{د)} [a, (a,b)] = |a|$$

$$a \equiv^m b \Rightarrow a-b = mk \xrightarrow{\times c} ac-bc = mkc$$

$$c \equiv^m d \Rightarrow c-d = mk' \xrightarrow{\times b} bc-bd = mk'b$$

$$ac-bd = m(kc+k'b)$$

$$\Rightarrow ac \equiv^m bd$$

$$10^3 \equiv 1 \rightarrow 10^{30} \equiv 1 \rightarrow 10^{41} \equiv 1.$$

$$\rightarrow 10^{42} \equiv 10 \\ \frac{10^{42} + 10^{31} + 1 \equiv 10^{100} + 10 + 1 \equiv 11 \equiv 0}{10^{42} + 10^{31} + 1 \equiv 10^{100} + 10 + 1 \equiv 11 \equiv 0}$$

$$\text{الف)} vm+\delta y=11$$

$$m_0 = 3 \rightarrow m = 3 + \delta k$$

$$y_0 = -2 \rightarrow y = -2 - \gamma k$$

$$\text{ب)} 4u \equiv 11$$

$$(9,9) = 3 \quad \text{جواب ندارد}$$

$$3 \not\equiv 11$$