



موسسه ایران دانش نوین

رویای خودت شود...



@IranDaneshNovin



@Iran_Danesh_Novin

برای دانلود بقیه ی جزوات با کلیک روی لینک های زیر به
سایت یا کانال های ما در تلگرام و اینستاگرام سر بزنید:

www.IDNovin.com

<https://telegram.me/irandaneshnovin>

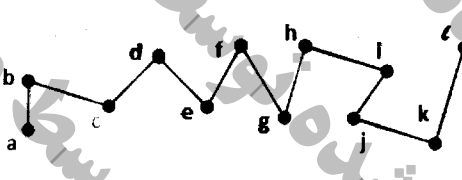
http://instagram.com/iran_danesh_novin

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir	

ردیف	نمره	
۱	۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. (الف) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد آنگاه $4k + 1$ مربع کامل است. (ب) هر دو عدد صحیح و متوالی نسبت به هم اول اند. (ج) گراف حاصل از مدل سازی پل کونیگسبرگ یک گراف ساده است. (د) گراف ۳- منتظم از مرتبه ۵ قابل رسم نیست.
۲	۱/۲۵	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ گنگ است.
۳	۱	گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید: (برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$)
۴	۱	اگر $a > 1$ و $a 9k + 4$ و $a 5k + 3$ ثابت کنید a عددی اول است.
۵	۲/۲۵	پاسخ هر یک از سوالات زیر را به دست آورده و دلیل پاسخ خود را به طور کامل بنویسید. (الف) اگر a عددی صحیح و فرد باشد و $a + 2 b$ در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $a^2 + b^2 + 3$ بر a برابر ۸ بیابید. (ب) مطلوب است باقی مانده تقسیم عدد $10 + 12 \times (1000)^3 = A$ بر عدد ۷.
۶	۱	معادله همنهشتی $13 \equiv x^3$ را حل و جواب عمومی آن را بدست آورید.
۷	۱/۵	با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سوالات زیر پاسخ دهید. (الف) یک $a-c$ مسیر به طول ۳ بنویسید. (ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. (ج) درجه رأس a در گراف G را تعیین کنید. (د) آیا گراف G همبند است؟ چرا؟ (ه) یک زیرگراف تهمی ۵ رأسی، از گراف G رسم کنید.
۸	۱	ثابت کنید تعداد رأس های فرد هر گراف، عددی زوج است.
۹	۱	گراف G با مجموعه رأسهای $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ و مجموعه یال های $E(G) = \{ae, bc, bd, be, ec, ed\}$ مفروض است. بدون کشیدن نمودار آن به قسمت های (الف) تا (ج) پاسخ دهید. (الف) مجموعه همسایگی باز رأس d را بنویسید. (ب) اندازه گراف را مشخص کنید. (ج) مجموع درجات رئوس این گراف برابر چند است؟
ادامه سوالات در صفحه دوم		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir	
ردیف	نمره		
۱۰	۱	گراف کامل K_p دارای ۳۶ یال است در این گراف، مرتبه گراف و $\Delta(G)$ را مشخص کنید.	
۱۱	۱	گراف (P_{12}) در شکل مقابل رسم شده است.  الف) یک γ - مجموعه از آن را مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینمال ۶ عضوی از آن را مشخص نمایید.	
۱۲	۱	اگر داشته باشیم $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ ، در این صورت چند کد یا رمز ۵ رقمی می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم (متمايز) از A و سه رقم (متمايز) از B باشد؟	
۱۳	۱	به چند طریق می توان ۸ توپ یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد؟	
۱۴	۱/۵	دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید و متعامد بودن آنها را نشان دهید.	
۱۵	۲	به چند طریق می توان ۴ خودکار متفاوت را بین سه نفر توزیع کرد به شرط آنکه به هر نفر حداقل ۱ خودکار داده باشیم؟ (راه حل نوشته شود)	
۱۶	۱/۵	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آنها روز تولدشان یکسان است؟ (سال را غیر کبیسه در نظر بگیرید)	
جمع نمره		۲۰	
		"موفق باشید"	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس:		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
ریاضیات گسسته							
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸			
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷				مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵) (صفحات: ۳ و ۱۶ و ۳۶ و ۴۲)						۱
۲	اگر $\alpha + 2\beta$ گنگ نباشد (فرض خلف) پس عددی گویا است. (۰/۲۵) از طرفی طبق فرض $\alpha + \beta$ نیز عددی گویا است. (۰/۲۵) می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا، عددی گویاست در نتیجه: $(\alpha + 2\beta) - (\alpha + \beta) = \beta \in Q$ (۰/۲۵) اما با توجه به فرض مسئله: β گنگ است (۰/۲۵) با توجه به تناقض ایجاد شده، فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود. (۰/۲۵) (صفحه: ۸)						۱/۲۵
۳	$\underbrace{2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) + (x^2 - 2xy + y^2)}_{(۰/۲۵)} \geq 0$ ۱ $\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0$, $(y-1)^2 \geq 0$, $(x-y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) (صفحه: ۸)						۱
۴	$a \mid 9k + 4 \Rightarrow a \mid 45k + 20$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a \mid 7$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 7$ (۰/۲۵) $a > 1$ $a \mid 5k + 3 \Rightarrow a \mid 45k + 27$ (۰/۲۵) (صفحه: ۱۶)						۱
۵	الف) a عددی فرد است بنابراین $a+2$ عددی فرد است و $b \mid a+2$ ، بنابراین b نیز عددی فرد خواهد بود. (۰/۲۵) می‌دانیم مربع هر عدد فرد، مضربی از ۸ به علاوه یک است. (۰/۲۵) $a^2 + b^2 + 3 = (\lambda m + 1) + (\lambda n + 1) + 3 = \lambda(m+n) + 5 \Rightarrow r = 5$ (۰/۲۵) ۱ $1000 \equiv 6 \pmod{13} \Rightarrow (1000)^3 \times 12 + 10 \equiv -12 + 10 \pmod{13}$ (۰/۲۵) ب) $\Rightarrow (1000)^3 \times 12 + 10 \equiv -2 \pmod{13} \Rightarrow r = 5$ (۰/۲۵) (صفحات: ۱۶ و ۲۱)						۱/۲۵
۶	$3x \equiv 13 \pmod{13} \Rightarrow 3x \equiv 6 \pmod{13}$ (۰/۲۵) $\xRightarrow{(3,13)=1} x \equiv 2 \pmod{13}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 13k + 2$ (۰/۲۵) (صفحه: ۲۵)						۱

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس:		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸			
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷				مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح						
۷	الف) $abgc$ (۰/۲۵) ب) $bcdgb$ (۰/۲۵) ج) $\deg_{\bar{G}}(a) = 5$ (۰/۲۵) د) خیر - چون مثلاً از f به a مسیری وجود ندارد. (۰/۵) هـ) $a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g$ (۰/۲۵) (صفحات: ۳۶ و ۳۸ و ۳۹)						
۸	فرض کنیم G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف G و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد. در این صورت داریم: $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = \sum_{v \in A} \deg(v) + \sum_{v \in B} \deg(v) \quad (۰/۲۵)$ از طرفی می دانیم که مجموع درجات رئوس یک گراف G عددی زوج است یعنی $\sum_{v \in V(G)} \deg(v)$ زوج (۰/۲۵) و $\sum_{v \in B} \deg(v)$ زوج است بنابراین تفاضل آنها نیز زوج خواهد شد. (۰/۲۵) بنابراین $\sum_{v \in A} \deg(v)$ زوج و نتیجه می شود که $n(A)$ عددی زوج است. (۰/۲۵) (صفحه: ۴۰)						
۹	الف) $N_G(d) = \{b, e\}$ (۰/۵) ب) $q = 6$ (۰/۲۵) ج) مجموع درجات رئوس $= 12$ (۰/۲۵) (صفحه: ۴۱)						
۱۰	$q(K_p) = \frac{p(p-1)}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} = 36$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p = 9$ (۰/۲۵) , $\Delta(G) = p-1 = 8$ (۰/۲۵) (صفحه: ۴۲)						
۱۱	الف) $\{b, e, h, k\}$ (۰/۵) ب) $\{a, c, e, g, i, k\}$ (۰/۵) (صفحه: ۵۴)						
۱۲	$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} \times \frac{5!}{(۰/۲۵)} = 7200$ (۰/۲۵) (صفحه: ۷۲)						
۱۳	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$ (۰/۲۵) $x_i \geq 1$, $i = 1, 2, 3, 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \binom{8-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$ (۰/۵) (صفحه: ۷۳)						

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																											
۱/۵	<table border="1" style="margin: 5px;"> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> </table> ، <table border="1" style="margin: 5px;"> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> </table> → <table border="1" style="margin: 5px;"> <tr><td>۱۲</td><td>۳۱</td><td>۲۳</td></tr> <tr><td>۳۳</td><td>۲۲</td><td>۱۱</td></tr> <tr><td>۲۱</td><td>۱۳</td><td>۳۲</td></tr> </table> (۰/۵) (۰/۵) (۰/۵) (صفحه: ۷۳)	۱	۳	۲	۳	۲	۱	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۱	۳	۲	۱۲	۳۱	۲۳	۳۳	۲۲	۱۱	۲۱	۱۳	۳۲	۱۴
۱	۳	۲																											
۳	۲	۱																											
۲	۱	۳																											
۲	۱	۳																											
۳	۲	۱																											
۱	۳	۲																											
۱۲	۳۱	۲۳																											
۳۳	۲۲	۱۱																											
۲۱	۱۳	۳۲																											
۲	تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این عمل معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی مانند A به یک مجموعه ۳ عضوی مانند B. $A_i = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j, i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, 3\}$ (۰/۲۵) $S = B ^{ A } = 3^4 = 81$ (۰/۲۵), $A_1 = A_2 = A_3 = 2^4 = 16$ (۰/۲۵) $A_1 \cap A_2 = A_1 \cap A_3 = A_2 \cap A_3 = 1$ (۰/۲۵), $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0$ (۰/۲۵), $\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} = \overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3} = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (صفحات: ۷۸ و ۷۹)	۱۵																											
۱/۵	$k + 1 = 20 \Rightarrow k = 19$ (۰/۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری، تعداد لانه‌ها همان روزهای سال می‌باشد. $n = 365$ (۰/۵) بنابراین تعداد کبوترها برابر است با $k n + 1 = 365 \times 19 + 1 = 6936$ (۰/۵) (صفحه: ۸۴)	۱۶																											

«مصححین گرامی لطفاً برای راه حل‌های دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.»

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	تعداد صفحه : ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته : ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۳/۲۵	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) یک گراف کامل ۸ رأسی، یال دارد. ب) در یک گراف از مرتبه ۱۰ با $\Delta = 3$ حداقل راس برای احاطه همه رئوس لازم است. ج) اگر در گراف G از مرتبه p داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر است. د) مجموع درجه های سطر اول یک مربع لاتین ۵ در ۵ برابر است.	۲
۳	اگر باقی مانده تقسیم m و n بر ۱۳ به ترتیب اعداد ۲ و ۹ باشد در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $5n - 3m$ بر ۱۳ را بدست آورید.	۱/۵
۴	اگر در یک سال، شنبه روز اول مهر باشد. در این صورت با استفاده از هم نهشتی تعیین کنید ۱۲ بهمن، در همان سال چه روزی از هفته است؟	۱
۵	با تبدیل معادله سیاله خطی $5x + 2y = 18$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جوابهای عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۶	شکل مقابل نمودار گراف G می باشد. الف) مرتبه و اندازه گراف G را بنویسید. ب) مجموعه $N_G(b)$ را بنویسید. ج) مجموع درجه های رأس های گراف $\bar{G}$ را مشخص کنید.	۱/۵
۷	گراف C_V را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید. ب) عدد احاطه گری C_V را به دست آورید. ج) دو مجموعه احاطه گر مینیمم متمایز بنویسید.	۱/۵
۸	الف) ثابت کنید هر مجموعه احاطه گر دلخواه غیر مینیمال را میتوان با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد؟ ب) در گراف روبرو یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی را مشخص کنید.	۱/۵
» بقیه سوالات در صفحه دوم «		

باسمه تعالی

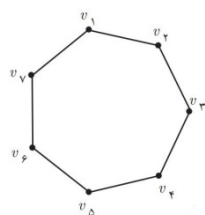
سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	تعداد صفحه : ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته : ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۳/۲۵	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۹	الف) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱
۱۰	با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ چند عدد ۹ رقمی می توان نوشت.	۱
۱۱	۶ دانش آموز پایه دوازدهم و ۵ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم در یک ردیف قرار گیرند ، به طوری که : الف) به صورت یک در میان قرار بگیرند. ب) همواره دانش آموزان یازدهم کنار هم باشند. ج) یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10$ با شرط $x_i > 0, i = 2, 3, 4, 5$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	اگر سه دوست هم سبزه، سه کت و سه پیراهن داشته باشند و بخواهند در سه روز اول هفته از این لباسها به گونه ای استفاده کنند که هر فرد هر یک از کت ها و هریک از پیراهن ها را دقیقاً یک بار استفاده کرده باشد و هر کت با هر پیراهن نیز دقیقاً یکبار مورد استفاده قرار بگیرد، چگونه می توانند این کار را انجام دهند؟	۱/۵
۱۴	در بین اعداد ۱ تا ۹۰ چند عدد وجود دارد که بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشند.	۱/۲۵
۱۵	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش آموز مشغول به تحصیل باشند لااقل ۷ نفر از آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	

۱	اگر دو عدد نامنفی باشند حکم چنین خواهد بود (۵/۰) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (صفحه: ۷) گزاره همیشه درست $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b-2\sqrt{ab}}_{(۰/۲۵)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}_{(۰/۲۵)} \geq 0$	۱
۲	الف (۲۸/۰) ب (۳/۰) راس (۵/۰) ج (۱-۰/۵) د (۱۵/۰) (صفحه: ۳۸ و ۴۹ و ۵۳ و ۶۲)	۲
۳	(صفحه: ۱۴) $m = 13q_1 + 2$ (۵/۰) $3m = 13(3q_1) + 6$ (۵/۰) $5n - 3m = 13q' + 39$ (۲۵/۰) $n = 13q_2 + 9$ (۵/۰) $5n = 13(5q_2) + 45$ (۵/۰) $\rightarrow 5n - 3m = 13q'' + 0 \rightarrow r = 0$ (۲۵/۰)	۱/۵
۴	روز اول مهر، شنبه را برابر صفر در نظر میگیریم ۲۹ روز درمهر و سه ماه آبان و آذر و دی و ۱۲ روز بهمن، فاصله اول مهر تا ۱۲ بهمن است، پس داریم: (۲۵/۰) $29 + 30 + 30 + 30 + 12 = 131 \rightarrow 131 \equiv 5 \pmod{7}$ (۵/۰) که متناظر این عدد در جدول روز پنج شنبه را نشان می دهد. (۲۵/۰) (صفحه ۲۴)	۱
۵	(صفحه: ۲۵) $2y \equiv 18 \pmod{25} \xrightarrow{(۲,۵)=1} y \equiv 9 \pmod{25} \Rightarrow y \equiv 9 \equiv 4 \pmod{25}$ (۲۵/۰) $y = 5k + 4$ (۲۵/۰) و $x = -2k + 2$ (۲۵/۰)	۱/۵
۶	الف (۲۵/۰) $q = 7$ (۲۵/۰) $p = 6$ (۲۵/۰) ب $N_G(b) = \{a, d, c\}$ (۲۵/۰) ج (۲۵/۰) $\frac{p(p-1)}{2} = \text{تعداد یال های گراف } G + \text{تعداد یال های گراف } \bar{G}$ (۲۵/۰) $16 = \text{مجموع درجه های رئوس گراف } \bar{G} \Rightarrow \text{تعداد یال های گراف } \bar{G} = 8$ (۲۵/۰) (صفحه: ۴۱)	۱/۵
۷	الف (۲۵/۰) $\{v_1, v_3, v_4, v_5\}$ (۲۵/۰) ب $\gamma(G) = 3$ (۲۵/۰) (صفحه: ۴۵) ج (۲۵/۰) $\{v_2, v_4, v_6\}$ و $\{v_1, v_3, v_5\}$ (۲۵/۰)	۱/۵



باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۳/۲۵		
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره

۸	الف) اگر $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ یک مجموعه احاطه گر غیر مینمال باشد در این صورت یک یا چند عضو وجود دارند که باحذف آنها مجموعه احاطه گر مینمال باقی می ماند. $(0/25)$ بنا بر این عضو ی مانند a_1 را در نظر میگیریم اگر با حذف آن هنوز مجموعه احاطه گر باقی بماند آن را حذف می کنیم $(0/25)$ در غیر اینصورت آن را نگه داشته و همین کار را برای سایر رئوس انجام میدهیم. $(0/25)$ ب) $A = \{h, g, f, i, j\}$ $(0/75)$ (صفحه: ۴۶)	۱/۵																																																
۹	الف) $(0/5)$ ب) $(0/5)$ (صفحه: ۵۳)	۱																																																
۱۰	$P = \frac{9!}{3! \times 2! \times 2!} (0/75) \rightarrow P = 3 \times 7! (0/25)$ (صفحه: ۵۸)	۱																																																
۱۱	الف) $5! \times 6! (0/5)$ ب) $5! \times 7! (0/5)$ ج) $10! \times 2! (0/5)$ (صفحه: ۵۷)	۱/۵																																																
۱۲	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10 \rightarrow x_1 + y_1 + 1 + y_2 + 1 + y_3 + 1 + y_4 + 1 = 10$ $x_1 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 6 (0/25) \xrightarrow{(0/25)} \binom{n+k-1}{k-1} \rightarrow \binom{6+5-1}{5-1} (0/5)$ (صفحه: ۷۲)	۱																																																
۱۳	<table><tr><th></th><th>دوشنبه</th><th>یکشنبه</th><th>شنبه</th></tr><tr><td>A</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>B</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr><tr><td>C</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr></table> و <table><tr><th></th><th>دوشنبه</th><th>یکشنبه</th><th>شنبه</th></tr><tr><td>A</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>B</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>C</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr></table> $\Rightarrow$ <table><tr><th></th><th>دوشنبه</th><th>یکشنبه</th><th>شنبه</th></tr><tr><td>A</td><td>۳۳</td><td>۲۱</td><td>۱۲</td></tr><tr><td>B</td><td>۲۲</td><td>۱۳</td><td>۳۱</td></tr><tr><td>C</td><td>۱۱</td><td>۳۲</td><td>۲۳</td></tr></table> (صفحه: ۶۹) $(0/5)$		دوشنبه	یکشنبه	شنبه	A	۳	۲	۱	B	۲	۱	۳	C	۱	۳	۲		دوشنبه	یکشنبه	شنبه	A	۳	۱	۲	B	۲	۳	۱	C	۱	۲	۳		دوشنبه	یکشنبه	شنبه	A	۳۳	۲۱	۱۲	B	۲۲	۱۳	۳۱	C	۱۱	۳۲	۲۳	۱/۵
	دوشنبه	یکشنبه	شنبه																																															
A	۳	۲	۱																																															
B	۲	۱	۳																																															
C	۱	۳	۲																																															
	دوشنبه	یکشنبه	شنبه																																															
A	۳	۱	۲																																															
B	۲	۳	۱																																															
C	۱	۲	۳																																															
	دوشنبه	یکشنبه	شنبه																																															
A	۳۳	۲۱	۱۲																																															
B	۲۲	۱۳	۳۱																																															
C	۱۱	۳۲	۲۳																																															
۱۴	$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) (0/25)$ $n(A \cup B) = \left\lfloor \frac{90}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{90}{3} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{90}{6} \right\rfloor (0/75) \quad n(A \cup B) = 60 (0/25)$ (صفحه: ۸۴)	۱/۲۵																																																
۱۵	تعداد کبوترها: ۵۰۵ دانش آموز $(0/25)$ تعداد لانه ها: $7 \times 12 = 84 (0/25)$ $6 + 1 = 7 (0/5)$ $\frac{50.5}{-50.4} \quad \frac{84}{6}$ طبق اصل لانه کبوتری لااقل ۷ نفر آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. $(0/25)$	۱/۲۵																																																

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

باسمه تعالی

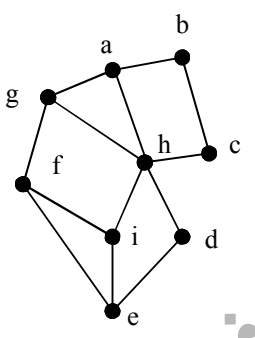
سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
	نمره		

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد فرد ، عددی زوج است. ب) برای هر عدد طبیعی n بزرگتر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.	۵/۱
۲	جاهای خالی را پر کنید. الف) $[a, b] = c$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ۱) $a c, b c$ ۲) $\forall m > 0, \dots\dots\dots$ ب) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. ج) مقدار $\gamma(C_n)$ به ازای هر عدد طبیعی $n > 2$ برابر است با: د) هرگاه $(kn+1)$ کبوتر یا بیشتر در لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل کبوتر در آن قرار گرفته است.	۵/۱
۳	برای هر سه عدد حقیقی x, y, z ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$	۵/۱
۴	اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۵، ۶ به ترتیب ۲، ۳ باشد؛ باقی مانده تقسیم عدد a را بر ۳۰ بیابید.	۵/۱
۵	باقی مانده تقسیم $19 + (27)^7$ را بر ۱۳ بیابید.	۵/۱
۶	با تبدیل معادله سیاله خطی $2000x + 5000y = 29000$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را بیابید.	۵/۱
۷	گراف G با مجموعه راس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های زیر در نظر بگیرید: $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$ الف) نمودار گراف را رسم کنید. ب) $N_G[b]$ را مشخص کنید. ج) یک مسیر به طول ۵ از b به d بنویسید.	۲
۸	یک گراف ۵ راسی غیر تهی k -منتظم رسم کنید به طوری که: الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
	« بقیه سوالات در صفحه دوم »	

باسمه تعالی

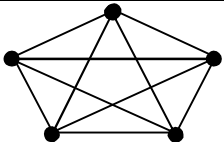
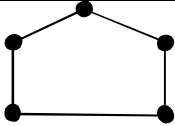
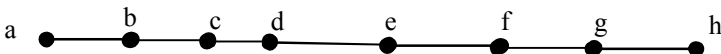
سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۹	الف) گراف p_8 را رسم کنید. ب) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال انتخاب کنید؛ سپس با حذف برخی از راس ها، آن را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل نمایید. 	۱
۱۱	۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می توانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که: الف) همواره کتاب های فیزیک کنار هم باشند. ب) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. ج) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 12$ با شرط $x_1 \geq 2$, $x_5 \geq 4$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	قرار است چهار مدرس T_1, T_2, T_3, T_4 در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس C_1, C_2, C_3, C_4 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند، برای این منظور برنامه ریزی نمایید.	۱
۱۴	چند عدد طبیعی مانند n به طوری که $1 \leq n \leq 350$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۶ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۱۵	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 6×8 قرار دارند؛ نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.	۱/۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۱	الف) درست ۰/۲۵ ب) نادرست ۰/۲۵ صفحه ۳ کتاب			۰/۵
۲	الف) ۰/۵ $\forall m > 0, a m, b m \Rightarrow c \leq m$ ب) همبند ۰/۲۵ ج) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$ ۰/۲۵ د) به ترتیب متن سوال n و (k+۱) ۰/۵ صفحات ۳ و ۳۹ و ۸۲ کتاب			۱/۵
۳	$x^r + y^r + z^r \geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2x^r + 2y^r + 2z^r \geq 2xy + 2yz + 2xz$ ۰/۲۵ $\Leftrightarrow (x^r + y^r - 2xy) + (y^r + z^r - 2yz) + (x^r + z^r - 2xz) \geq 0$ ۰/۵ $\Leftrightarrow (x - y)^r + (y - z)^r + (x - z)^r \geq 0$ ۰/۵ چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط حکم برقرار است. ۰/۲۵ صفحه ۱۱ کتاب			۱/۵
۴	$\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 6q' + 3 \end{cases} \cdot / 5 \Rightarrow \begin{cases} 6a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3 \cdot / 5$ $\Rightarrow a = 30r + 27 \cdot / 5$ صفحه ۱۶ کتاب			۱/۵
۵	$\underbrace{27 \equiv 1}_{(\cdot/5)} \Rightarrow \underbrace{(27)^v \equiv 1^v}_{(\cdot/25)} \Rightarrow \underbrace{(27)^v + 19 \equiv 1^v + 19 = 20}_{(\cdot/25)} \Rightarrow (27)^v + 19 \equiv 7 \cdot / 5$ صفحه ۲۱ کتاب			۱/۵
۶	$2x + 5y = 29 \cdot / 25 \Rightarrow 2x \equiv 29^5 \cdot / 25 \Rightarrow 2x \equiv 4^5 \cdot / 25 \Rightarrow x = 5k + 2 \cdot / 5$ $y = -2k + 5 \cdot / 25$ صفحه ۲۷ کتاب			۱/۵
۷	الف) رسم شکل (۱ نمره) ب) $N_G[b] = \{a, b, c\}$ ۰/۵ ج) b, a, e, f, c, d ۰/۵ صفحه ۳۶ و ۳۹ کتاب			۲

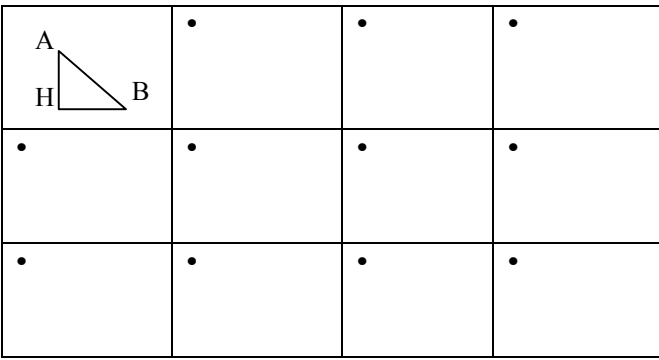
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴																	
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																	
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره																
۸	الف) ۰/۵  صفحه ۴۲ کتاب ب) ۰/۵ 			۱																
۹	الف) ۰/۵  صفحه ۵۴ کتاب ب) ۰/۵ $\{a, d, g\}$ ج) ۰/۵ $\{a, d, e, h\}$ لطفا به پاسخ های دیگر برای قسمت های ب و ج نمره تعلق گیرد.			۱/۵																
۱۰	یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال به صورت $\{a, h, f, b\}$ است. ۰/۵ اکنون با حذف راس a از آن ، یک مجموعه احاطه گر مینیمال به دست می آید. ۰/۵ صفحه ۴۷ کتاب			۱																
۱۱	الف) ۰/۵ $۴! \times ۶!$ ب) ۰/۵ $۵! \times ۴!$ ج) ۰/۵ $۳! \times ۷!$ صفحه ۷۲ کتاب			۱/۵																
۱۲	۰/۲۵ $x_1 + x_r + x_p + x_r + x_\delta + x_p = 12 \rightarrow y_1 + 3 + x_r + x_r + x_f + y_\delta + 4 + x_p = 12$ $y_1 + x_r + x_r + x_f + y_\delta + x_p = 5$ ۰/۲۵ $\xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{5+6-1}{6-1} (۰/۵)$ صفحه ۷۲ کتاب			۱																
۱۳	۱ ۲ ۳ ۴ C_1 C_r C_p C_f <table><tr><td>T_1</td><td>T_r</td><td>T_p</td><td>T_f</td></tr><tr><td>T_f</td><td>T_1</td><td>T_r</td><td>T_p</td></tr><tr><td>T_p</td><td>T_f</td><td>T_1</td><td>T_r</td></tr><tr><td>T_r</td><td>T_p</td><td>T_f</td><td>T_1</td></tr></table> صفحه ۷۳ (این جدول یکی از پاسخ های ممکن است، لطفا به پاسخ های درست دیگر نمره تعلق گیرد)			T_1	T_r	T_p	T_f	T_f	T_1	T_r	T_p	T_p	T_f	T_1	T_r	T_r	T_p	T_f	T_1	۱
T_1	T_r	T_p	T_f																	
T_f	T_1	T_r	T_p																	
T_p	T_f	T_1	T_r																	
T_r	T_p	T_f	T_1																	

صفحه ۷۳ (این جدول یکی از پاسخ های ممکن است، لطفا به پاسخ های درست دیگر نمره تعلق گیرد)

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهر یور ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	$ \overline{A_1} \cap \overline{A_2} = \overline{A_1 \cup A_2} = S - A_1 - A_2 + A_1 \cap A_2 = 350 - \left[\frac{350}{4}\right] - \left[\frac{350}{6}\right] + \left[\frac{350}{12}\right] = 234 \quad ۰/۷۵$ صفحه ۸۴ کتاب	۱/۵
۱۵	تعداد لانه ها : ۱۲ مربع به مانند شکل ۰/۲۵ تعداد کبوترها : ۱۳ نقطه ۰/۲۵  طبق اصل لانه کبوتری دو نقطه مانند A و B در یک لانه جای می گیرند. پس: $\begin{cases} AH < 2 \\ BH < 2 \end{cases} \Rightarrow AH^2 + BH^2 < 8 \quad ۰/۵ \Rightarrow AB^2 < 8 \Rightarrow AB < \sqrt{8} \quad ۰/۵$ صفحه ۸۵ کتاب	۱/۵

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»